

DOI: 10.46943/XI.CONEDU.2025.GT13.011

O ENSINO-APRENDIZAGEM DE CONCEITOS GEOMÉTRICOS EM TURMAS DO ENSINO MÉDIO: PROPOSTAS METODOLÓGICAS EM ATIVIDADES DIDÁTICAS

Marcella Luanna da Silva Lima¹

Cristiane Fernandes de Souza²

Luís Fernando de Souza Nascimento³

Míria Hellen Barbosa dos Santos⁴

RESUMO

Neste trabalho apresentamos os principais resultados das intervenções didáticas e atividades realizadas no âmbito do Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen), do curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal da Paraíba/campus IV, no período de março a outubro de 2024, em uma Escola Cidadã Integral Técnica (ECIT), situada em Rio Tinto - PB. As atividades contemplaram: uma investigação acerca dos níveis do pensamento geométrico dos estudantes das duas turmas da 3ª série do Ensino Médio, em seguida a realização de aulas nas duas turmas com o foco na resolução de problemas do ENEM e similares; a realização de aulas que culminaram em uma ativi-

1 Professora Doutora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB/ campus IV, marcella@dcx.ufpb.br;

2 Professora Doutora do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB/ campus IV, cristianesouza@dcx.ufpb.br;

3 Licenciando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB/ campus IV, lfns@academico.ufpb.br;

4 Licencianda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba - UFPB/ campus IV, miriaufpb@gmail.com.

dade exploratória de construção e utilização do teodolito, com os alunos das duas turmas da 2ª série do Ensino Médio. No contexto das atividades realizadas, este trabalho tem como objetivo principal apresentar uma análise dos resultados da aplicação de três testes de Van Hiele, nas turmas da 3ª série, e discutir os principais impactos do uso de materiais manipuláveis no ensino-aprendizado da Geometria com estudantes das turmas da 2ª série do Ensino Médio. A pesquisa sobre o nível de pensamento geométrico teve como base o modelo de Van Hiele, que norteia diretrizes para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Temos ainda, como principais referenciais teóricos para a estruturação das aulas, Lorenzato (1995), Ponte, Brocardo e Oliveira (2024) e a Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018). Os principais resultados obtidos evidenciam o desenvolvimento do pensar geométrico dos estudantes no decorrer das intervenções didáticas e atividades realizadas no ano de 2024, apontando para a relevância da utilização de materiais manipuláveis e de atividades exploratórias na construção de conhecimentos e no desenvolvimento de habilidades.

Palavras-chave: Pensamento geométrico, Testes de Van Hiele, Ensino Médio, Materiais manipuláveis, Atividades exploratórias.

INTRODUÇÃO

Este trabalho busca descrever as ações do projeto “O ensino-aprendizagem de conceitos e grandezas geométricas na Educação Básica: propostas metodológicas em atividades lúdicas” no âmbito do Programa de Apoio às Licenciaturas - Prolicen. As atividades do Prolicen foram realizadas entre os meses de março e outubro de 2024 em uma Escola Cidadã Integral Técnica (ECIT), situada em Rio Tinto - PB. Tal proposta metodológica incluiu atividades práticas e exploratórias, utilizando recursos didáticos variados com o intuito de auxiliar a compreensão de conceitos relacionados à Geometria e às Grandezas e Medidas.

Entender a Geometria e as Grandezas e Medidas como essenciais para a vida humana é conceber a ideia de que tais conhecimentos perpassam a formação acadêmica, seja ela restrita à Matemática, ou presentes em outras ciências como Física e Química, por exemplo. Perceber este aspecto é munir-se do fato de que os conhecimentos em Geometria e Grandezas e Medidas estão presentes desde a antiguidade no convívio social, sendo usados e desenvolvidos a partir das necessidades humanas em construir, medir, comparar, reconhecer formas, calcular áreas e volumes, cobrar impostos sobre terras cultivadas e estudar o espaço.

Partindo de tal fato, podemos inferir que apresentar e exigir formalizações precoces aos estudantes, com o uso excessivo de fórmulas, padronizações e conversões para uma linguagem puramente algébrica, pode ocasionar problemas de aprendizagem (Masola; Allevato, 2019). Isso não significa abandonar o rigor que a Matemática exige, mas permitir que, partindo dos conhecimentos prévios que o estudante possui, atividades sejam construídas priorizando a compreensão de significados conceituais, levando os estudantes a refletirem sobre a natureza de tais conceitos e conhecimentos.

O uso de atividades experimentais e exploratórias pode ser uma estratégia de ensino viável, pois, além de permitir o desenvolvimento do protagonismo do estudante no fazer matemático (Ponte; Brocardo;

Oliveira, 2024) dá ao professor o espaço de ofertar aos estudantes experiências ricas no estudo da Geometria que, como mostra Fonseca *et al.* (2001), Lorenzato (1995) e Pavanello (1993), vem sendo escanteada desde a década de 1970.

Planejar tais atividades e aulas que desenvolvam habilidades como perceber, transformar, representar e refletir sobre o mundo geométrico requer planejamento e estruturação e, como aponta Van de Walle (2009), o modelo de Van Hiele é um desses caminhos para o desenvolvimento do pensamento geométrico, tendo essas habilidades estimuladas ao longo dos anos, desde a Educação Infantil.

No modelo apontado há cinco níveis para a estruturação do pensamento geométrico, divididos hierarquicamente, sendo eles: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Esses níveis descrevem os processos de pensamento e quais as principais ideias trabalhadas em cada etapa do aprendizado geométrico. Para o projeto desenvolvido, em questão, pautamos nossas atividades nos três primeiros níveis. Para Van de Walle (2009), no nível de visualização, os principais objetos de conhecimento são as formas geométricas e suas aparências, marcada principalmente por características globais e visuais. No nível de análise, por sua vez, mais importante que reconhecer propriedades de figuras geométricas isoladamente é desenvolver generalizações de modo a agrupar todas as formas que compartilhem das mesmas propriedades em classes. Já o terceiro nível, referente às deduções informais, trabalha as relações das propriedades dos objetos geométricos (Van de Walle, 2009).

Em paralelo a tais ideias, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que o estudo da Geometria deve envolver um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas de diferentes áreas do conhecimento e do mundo físico (Brasil, 2018). Já no que diz respeito ao estudo das Grandezas e Medidas, por sua vez, descreve o favorecimento e a integração da Matemática a outras áreas de conhecimento, como Biologia, Química, Física e Geografia contribuindo ainda na consolidação e ampliação de noções geométricas.

Para que tais objetivos descritos nesse documento normativo sejam alcançados a realização de aulas exploratórias e o uso de materiais didáticos se configura como um caminho viável na perspectiva desenvolvimentista do estudante. Em Passos (2006), temos que o uso desses materiais didáticos serve para expor situações ao estudante, de modo que, frente a tal cenário, ele seja desafiado a refletir, questionar, descobrir e formular soluções para os mais diversos problemas. O uso destes recursos, além de auxiliar na passagem do concreto para o abstrato, dá para a aula um teor lúdico, desviando a visão preconcebida do estudante de que a Matemática é chata e monótona.

Para Ribeiro (2008, p. 23), “o ambiente educativo deve ser entendido como um lugar de fascinação e inventividade, propício ao desenvolvimento da criatividade e da autonomia dos alunos”. Mas para que esse ambiente seja efetivamente construído, deve haver, para além do uso do material didático, a consciência do porquê usar tal recurso, objetivando a participação ativa do estudante e a construção de conhecimentos. A respeito da ação docente, Lorenzato (2006) ressalta que

o professor deve se questionar para que vai usar o material: [...] para apresentar assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD [material didático] mais conveniente à aula (Lorenzato, 2006, p. 18).

Dessa maneira, para haver o entendimento das dificuldades enfrentadas pelos estudantes e a determinação de um melhor caminho para a superação de eventuais dificuldades, consideramos que a estruturação e organização de aulas, pautadas em modelos objetivos com caminhos sequenciais, com o uso de materiais didáticos e com aulas exploratórias, devem ser os pilares para as intervenções realizadas em sala. Essas atividades investigativas devem permitir que o estudante protagonize a construção do conhecimento, de modo que “[...] o aluno se sinta à vontade e lhe seja dado tempo para colocar questões, pensar, explorar as suas ideias e exprimi-las, tanto ao professor como aos colegas” (Ponte;

Brocardo; Oliveira, 2024, p. 28). Tal estrutura deve permitir ainda que o acompanhamento contínuo seja realizado e adaptado, possibilitando que o professor realize adequações ao longo do percurso educativo, mas sem deixar de lado a descoberta e a exploração da Matemática por parte do estudante no estudo da Geometria e das Grandezas e Medidas.

METODOLOGIA

As ações do projeto ocorreram em uma Escola Cidadã Integral Técnica Estadual na cidade de Rio Tinto, estado da Paraíba. Foram participantes do projeto duas turmas de 2ª série e duas turmas de 3ª série do Ensino Médio dos cursos técnicos de Guia de Turismo e Comércio. As intervenções ocorreram inicialmente com as turmas de 3ª série, seguidas das turmas de 2ª série, ambas presencialmente, sendo finalizadas com as turmas de 3ª série, de modo remoto.

As atividades do projeto foram iniciadas nas turmas da 3ª série, Guia de Turismo e Comércio, envolvendo 32 estudantes entre 16 e 18 anos e ocorreram ao longo de oito encontros, sendo quatro deles realizados entre os meses de abril e maio de 2024 de modo presencial em cada turma e três deles realizados de modo *online* e um deles de modo presencial, em ambos os casos realizados de forma conjunta entre os meses de setembro e outubro.

As atividades realizadas nas turmas de 3ª série foram iniciadas com a aplicação de três dos cinco testes de Van Hiele, disponíveis no livro *Geometria segundo a teoria de Van Hiele* elaborado pela equipe do Projeto do Fundão/UFRJ, coordenado pelas pesquisadoras Lilian Nasser e Neide Sant'anna (Nasser; Sant'Anna, 2017), que permitem verificar o nível de pensamento geométrico dos estudantes. Tais testes possuíam um caráter qualitativo e foram a base para o planejamento das atividades posteriormente realizadas.

No segundo e no terceiro encontro foram realizadas atividades com foco nos níveis de Visualização, Análise e Dedução Informal da teoria

de Van Hiele, descrita no livro de Van de Walle (2009), sendo o segundo encontro focado na resolução de 11 questões do Enem e de outros vestibulares e o terceiro, relativo à Geometria Espacial, com foco nos conceitos de sólidos geométricos, poliedros convexos e não convexos e a relação de Euler. O quarto e último encontro presencial, cujo foco foi a identificação de sólidos geométricos em construções de prédios, concluiu-se com questões do Enem e outros vestibulares.

No tocante aos encontros referentes aos meses de setembro e outubro, três das quatro intervenções foram realizadas remotamente e transmitidas via *Google Meet*. Para tais intervenções, nos valem os recursos tecnológicos como o *GeoGebra*, *Gartic* e *Google Forms*, para realização das atividades pautadas na utilização de jogos para a redescoberta de conceitos da Geometria Espacial. Os dois primeiros encontros tiveram como foco o estudo dos poliedros e corpos redondos e o terceiro, os Sólidos Platônicos. O quarto encontro, realizado presencialmente, finalizou as intervenções com a reaplicação dos testes de Van Hiele.

Quanto às intervenções nas duas turmas de 2ª série, estas ocorreram nos cursos técnicos de Guia de Turismo e Comércio, abrangendo 23 estudantes, de 14 a 16 anos. Para as turmas de 2ª série, de acordo com a ementa do professor das turmas, foi pensado uma sequência de 5 encontros, com duas intervenções cada um, que se desenvolveram entre os meses de agosto e setembro de 2024, e culminaram na construção de um teodolito, objeto utilizado para medir alturas inacessíveis.

As quatro primeiras intervenções foram pautadas na exploração de conceitos relativos às relações métricas e razões trigonométricas para o triângulo retângulo, sendo desenvolvidas com atividades de caráter exploratório-investigativo de modo a contribuir para “perceber aspectos essenciais da atividade Matemática, tais como a formulação e testes de conjecturas e a procura e demonstração de generalizações” (Ponte; Brocardo; Oliveira, 2024, p. 69). Os principais objetivos destes momentos incidiram na classificação de triângulos, demonstração de fórmulas e na observação da constância do seno, cosseno e tangente para ângulos congruentes.

O quinto e último encontro pautou-se na construção de um teodolito com materiais de baixo custo (Rêgo; Rêgo, 2006; Souza, 2014) e na sua utilização para a exploração de conceitos próprios das razões trigonométricas a partir da medição de objetos com alturas inacessíveis.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Como descrito no bloco anterior, a primeira intervenção realizada nas turmas de 3ª série buscou entender como os estudantes pensam geometricamente, de modo que a elaboração das intervenções fosse estruturada na superação de possíveis dificuldades que os estudantes apresentariam. Foi realizada assim, para fins de sondagem, a aplicação dos testes elaborados pelo Projeto do Fundão/UFRJ sob orientação das professoras Lilian Nasser e Neide Sant'Anna, que nos revelou que apenas 5 dos 32 estudantes compreendiam os objetos de conhecimento do nível de visualização, sendo capazes de agrupar figuras dado semelhanças visuais, mas que nenhum deles era proficiente em qualquer outro nível exceto o primeiro.

Pensando em tal problemática, as intervenções que se sucederam mantiveram a ênfase no desenvolvimento do nível de visualização, propondo atividades de construção de figuras bi e tridimensionais. Tais atividades e intervenções realizadas foram construídas com base na ementa do professor das turmas de 3ª série, o que nos possibilitou partir da Geometria Espacial para a Geometria Plana e assim evitar caminhos que favorecessem apenas a memorização de elementos já apresentados nos testes dos níveis de pensamento de Van Hiele.

Assim, na segunda intervenção, foram propostas 11 questões do Enem e de outros vestibulares, focadas nos três níveis dos testes de Van Hiele: Visualização, Análise e Dedução Informal. Utilizamos como instrumentos um *notebook* e um televisor, para espelhar as questões e permitir que os estudantes as acompanhassem, sendo disponibilizado um tempo de 5 minutos para a resolução individual, seguido de uma discussão coletiva e resolução das questões no quadro (Figura 1).

Figura 1- Discussão da resolução da questão no quadro

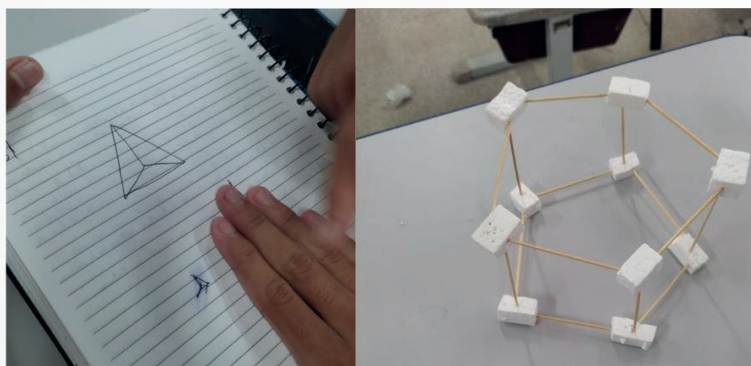


Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Na terceira intervenção, iniciamos os conteúdos propostos na ementa do professor, relativos à Geometria Espacial, trabalhando os conceitos de sólidos geométricos, poliedros convexos e não convexos.

Durante estas aulas, os estudantes foram apresentados a conceitos prévios sobre os elementos que compõem os sólidos geométricos, como vértices, arestas e faces, elementos estes que já eram conhecidos pelos estudantes, mas que foram explorados com atividades de desenho e de construção com palitos e isopor (Figura 2).

Figura 2- Representação em desenho e construção com palitos e isopor



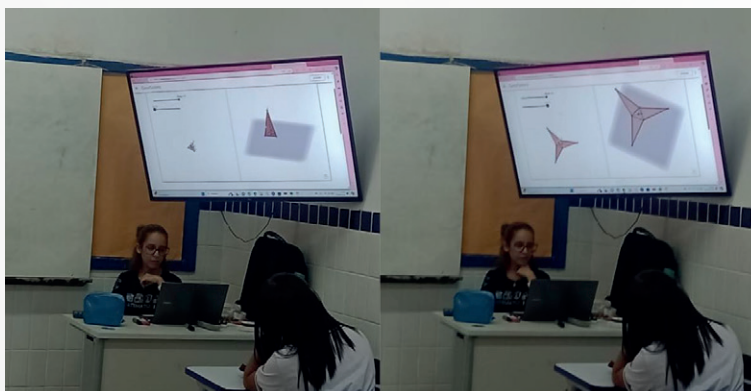
Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Esta atividade de construção e desenho buscou representar pirâmides de base triangular, prismas de base hexagonal, sólidos com cinco e seis faces e poliedros não convexos de modo a tornar o aprendizado dos conceitos de vértices, arestas e faces acessível e concreto, pois partindo da experiência de Giostri *et al.* (2011) podemos observar que a mera representação de sólidos em quadro não é suficiente para um ensino-aprendizado, tornando-se interessante o uso de materiais manipuláveis para a visualização e construção de conhecimentos geométricos.

Posteriormente, foi solicitado aos estudantes que determinassem a quantidade de vértices, faces e arestas para cada um dos poliedros apresentados, de modo a obter e generalizar a relação de Euler.

Trabalhando a construção dos sólidos, pudemos explorar também suas planificações por meio do *software* GeoGebra, de modo a abordar conceitos da Geometria Plana, evidenciando para os estudantes que tais conhecimentos não são disjuntos, mas que se complementam. Para evidenciar tal fato, nos valem da interatividade proporcionada pelo GeoGebra (Figura 3) que na construção, exploração de propriedades e planificação de sólidos geométricos diversos proporciona a visualização dos poliedros e corpos redondos como sólidos formados pela união de polígonos como quadrados, retângulos, triângulos, trapézios, círculos etc.

Figura 3- Planificações dos sólidos geométricos



Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Ao planificar tais sólidos, podemos expor para os estudantes que existem polígonos que compõem o objeto construído, sendo esses polígonos as faces do sólido geométrico. Como traz Proença (2008, p. 19), “a planificação de poliedros pode dar condições aos estudantes de começarem a estudar os polígonos e suas propriedades, bem como seus atributos definidores”, reforçando a ideia de que partir da Geometria Espacial para a Plana pode ser um caminho viável na exploração de certos conceitos e definições. Após esse primeiro contato, as intervenções com as turmas de 3ª série tiveram uma pausa por conta das intervenções nas turmas de 2ª série, retornando de modo remoto no início do mês de outubro de 2024.

Na retomada das intervenções nas turmas de 3ª série, optamos por um caminho similar ao trabalhado no primeiro contato, com os conteúdos de poliedros e corpos redondos, mas com a utilização de materiais digitais. Essas intervenções tinham como objetivo culminar em uma última aula presencial sobre a confecção dos sólidos de Platão por intermédio do origami, de modo que fosse possível ainda refazer os testes dos níveis de pensamento geométrico. Tal planejamento não pôde ser efetivado devido a reformas estruturais no ambiente escolar sendo possível apenas a concretização da reaplicação dos testes.

Os principais recursos utilizados para a realização das aulas remotas foram o *site Gartic* e o *software GeoGebra*, ferramentas que possibilitam a representação e manipulação de elementos geométricos bi e tridimensionais. Com essas ferramentas, os estudantes foram chamados a explorar a Geometria de modo dinâmico, em que a manipulação do objeto a ser estudado se fez presente durante toda a aula, seja na associação direta entre nome e desenho ou na construção e planificação de sólidos. A utilização desses recursos didáticos, como aponta Maia, Gondim e Vasconcelos (2023), quando bem planejados e abordados em sala, amplia as possibilidades de participação dos estudantes, modificando também o papel do professor no ensino-aprendizado.

Na primeira semana a aula foi dividida em três momentos, e pautaram-se na utilização de jogos para a redescoberta de conceitos da Geometria

Espacial. No primeiro momento ocorreu a apresentação do *site* e aplicativo *Gartic* visando sondar os conhecimentos dos estudantes acerca dos polígonos e poliedros. O jogo teve como objetivo representar, por meio de desenhos, palavras relacionadas à Geometria Plana e Espacial, para que os jogadores tentassem “adivinhar” a palavra correspondente. Cada acerto valia de 6 a 10 pontos, sendo vencedor aquele que alcançasse 130 pontos primeiro.

No segundo momento, realizamos uma revisão com os estudantes, utilizando *slides*⁵ que apresentaram a definição de Sólidos Geométricos e suas classificações: Corpos Redondos e Poliedros. Abordamos os poliedros convexos e não convexos, regulares e não regulares, além de suas planificações e classificações conforme o número de faces. A aula foi finalizada com o terceiro momento, em que foi realizada uma atividade interativa com os estudantes, que foi respondida por meio de um questionário no *Google Forms* e transmitida via *Google Meet*. A atividade consistiu em explorar sólidos geométricos, suas propriedades e nomenclaturas, com o suporte do *GeoGebra*⁶.

Essa ferramenta permitiu a manipulação dos sólidos por rotações, planificações, ajustes de formas e dimensões, de modo que, por meio da observação, os estudantes pudessem responder corretamente aos questionamentos propostos.

A segunda semana também ocorreu com a junção das duas turmas e foi trabalhado o assunto de corpos redondos⁷: esfera, cone e cilindro,

5 Material apresentado para o estudo sobre Sólidos Geométricos disponível no link: https://www.canva.com/design/DAGRuoRvRPU/zEOspFC8xm1YDCMqliTXDw/edit?utm_content=DAGRuoRvRPU&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton

6 Material utilizado como atividade exploratória na aula sobre Sólidos Geométricos: [disponível em https://www.geogebra.org/m/qhQe2gbW](https://www.geogebra.org/m/qhQe2gbW)

7 Material apresentado para o estudo sobre Corpos Redondos disponível no link: https://www.canva.com/design/DAGSVZJNzc8/aBVK208A_4sE4pnqNTW5SA/edit?utm_content=DAGSVZJNzc8&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton

envolvendo suas definições, planificações e cálculos de volume, tais planificações foram apresentadas com a ajuda do aplicativo GeoGebra⁸.

Concluindo a sequência de atividades, na terceira intervenção foi realizada uma revisão com os estudantes sobre o que foi trabalhado anteriormente, para chegar ao foco da aula: os Sólidos Platônicos. Foi feita uma contextualização sobre Platão e explicada a razão pela qual existem apenas cinco sólidos considerados platônicos, abordando também as condições necessárias para que um sólido seja classificado como platônico. Em seguida, os sólidos foram apresentados e discutimos as associações que Platão fez entre esses sólidos e os elementos da natureza⁹. Para finalizar, realizamos uma atividade prática no GeoGebra envolvendo os conteúdos abordados.

Como fechamento das atividades propomos novamente às turmas três dos cinco testes de Van Hiele, já utilizados na atividade de sondagem, de modo que fosse possível avaliar e comparar o desenvolvimento ou não das aprendizagens referentes ao nível de pensamento geométrico.

Ao compararmos os resultados obtidos nos testes realizados na primeira e na última intervenção, somos capazes de observar que, no que se refere aos níveis de pensamento geométrico, os estudantes obtiveram melhores resultados na segunda aplicação. Dos 25 estudantes presentes em sala no dia da segunda aplicação, 11 foram tidos como proficientes no nível de visualização e dois deles proficientes no nível de análise (Tabela 1).

8 Material utilizado para o estudo de Corpos Redondos: <https://www.geogebra.org/m/JgBQV-jZK>

9 Material apresentado para o estudo sobre os Sólidos de Platão disponível no link: https://www.canva.com/design/DAGTwsT_Fk8/eP-Gp-5GArHNOIfFyg_d7A/edit?utm_content=DAGTwsT_Fk8&utm_campaign=designshare&utm_medium=link&utm_source=sharebutton

Tabela 1- Comparativo entre o número de estudantes proficientes

Teste	1ª Intervenção nº de estudantes Proficiente	2ª Intervenção nº de estudantes Proficiente
Nível 0: Visualização	5 estudantes	11 estudantes
Nível 1: Análise	0 estudantes	2 estudantes
Nível 2: Dedução Informal	0 estudantes	0 estudantes

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

A análise da Tabela 1 evidencia um avanço na compreensão dos objetos de conhecimento em cada nível do pensamento geométrico. Esse progresso é notado pela maior quantidade de estudantes proficientes na segunda aplicação do teste, realizada com 25 estudantes, em comparação com a primeira aplicação, que contou com 32 participantes. Observou-se também uma maior quantidade de questões respondidas corretamente (Tabela 2).

Tabela 2- Número de questões respondidas corretamente por nível

Teste	Nível 0: Visualização					Nível 1: Análise					Nível 2: Dedução Informal				
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Número de acertos (Intervenção 1)	3	9	10	6	4	1	2	18	0	0	1	3	3	6	8
Número de acertos (Intervenção 2)	9	14	17	13	10	7	5	14	2	3	0	1	3	6	3

Fonte: Dados da pesquisa (2024)

A Tabela 2 nos traz um comparativo entre as duas aplicações realizadas durante o desenvolvimento das intervenções, evidenciando um avanço na quantidade de acertos por questão, em especial no nível de visualização, que foi um dos principais focos das intervenções realizadas. Este avanço aponta para uma melhora na observação de características globais e visuais de um objeto geométrico por parte dos estudantes, o que indica também progressão nos objetos de conhecimento dos níveis subsequentes, reforçando a relação de objeto-produto descrita por Van de Walle (2009).

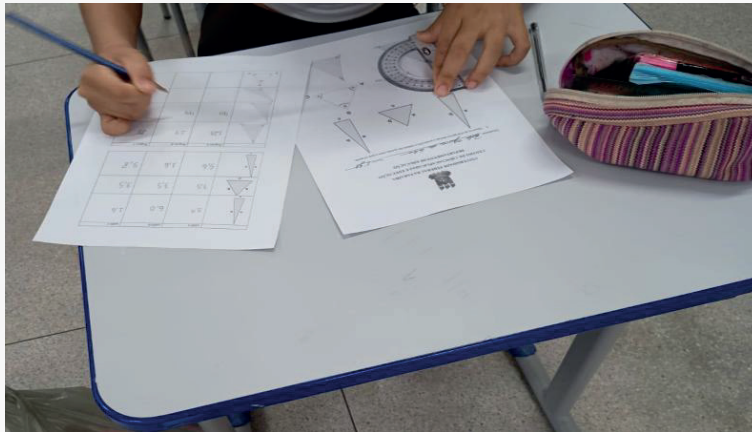
Partindo desta perspectiva, em que as atividades propostas possuem um caminho bem definido, intencionalidade nos recursos didáticos utilizados e liberdade para a exploração dos conceitos, evidenciamos um avanço no aprendizado e compreensão geométrica dos estudantes. Reforçamos ainda que os resultados poderiam ser ainda mais expressivos positivamente, caso todos os 32 estudantes estivessem presentes no dia da segunda aplicação.

Quanto às intervenções nas duas turmas de 2ª série, estas ocorreram nos cursos técnicos de Guia de Turismo e Comércio abrangendo 23 estudantes, de 14 a 16 anos. Foi elaborada assim uma sequência didática de cinco encontros fundamentada na ementa proposta pelo professor das turmas, que culminou na construção de um teodolito, utilizando os conhecimentos abordados na aula de Trigonometria. Partimos então do pressuposto salientado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCN-EM que considera essencial para o desenvolvimento da Trigonometria que o seu ensino “esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos” (Brasil, 2000, p. 44).

De acordo com Dante (2012, p. 361), “na trigonometria, o conceito de proporcionalidade é o ponto de partida. É da semelhança de triângulos que se desenvolvem métodos especiais para a medição de grandes distâncias”. Assim a primeira intervenção da sequência de aulas supracitadas buscou por meio de uma atividade acerca de triângulos (Figura 4), classificá-los com base em suas semelhanças e padrões¹⁰.

10 Material apresentado para o estudo sobre a classificação de triângulos disponível no link: https://www.canva.com/design/DAGL4ZEh29c/ZTM2NsdfZBm8WJamSmj7HA/edit?utm_content=DAGL4ZEh29c&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=sharebutton

Figura 4- Medição de triângulos com auxílio de régua e transferidor



Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Nesta atividade, os estudantes, com o auxílio de régua e transferidores, deveriam determinar e registrar em uma tabela os ângulos internos e as medidas dos lados de triângulos diversos a fim de nomear e classificar cada um deles, mesmo que inicialmente de modo informal.

Na segunda intervenção, buscamos construir com os estudantes as demonstrações para as relações métricas no triângulo retângulo. Para tais demonstrações, propusemos uma atividade (Figura 5) na qual os estudantes deveriam construir três triângulos retângulos de tamanhos distintos e verificar se eram semelhantes utilizando régua e transferidor.

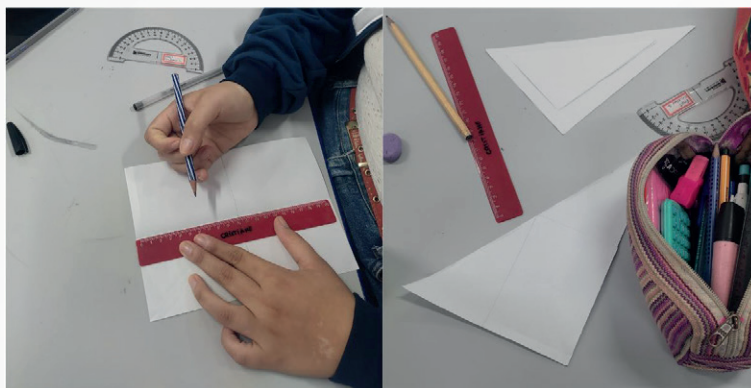
Figura 5- Construção de triângulos retângulos com folha de papel A4



Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Partindo de uma folha de papel A4 (Figura 6), orientamos os estudantes a dividirem-na em dois triângulos, identificando o ângulo reto para ambos e, a partir dele, traçando uma altura de modo a identificar as projeções ortogonais dos catetos sobre a hipotenusa. Para um dos triângulos, foi pedido que, com o auxílio da tesoura, recortassem o papel na altura traçada, formando assim dois novos triângulos de tamanhos distintos.

Figura 6- Construção de triângulos retângulos a partir de papel A4



Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Utilizando um transferidor e uma régua, foi solicitado que os estudantes medissem os ângulos e os lados dos três triângulos, observando as congruências e as correspondências respectivamente e assim verificando a semelhança entre os triângulos construídos.

Partindo dessa construção prática, passamos a deduzir, com os estudantes, as relações métricas no triângulo retângulo. Para isso, utilizamos as noções de semelhança abordadas na aula anterior e as construções realizadas em sala. Tais deduções consistiam em utilizar as razões de proporcionalidade para triângulos semelhantes de modo a obter as principais relações métricas envolvendo os catetos, a hipotenusa, as projeções dos catetos sobre a hipotenusa e a altura. Essa atividade permitiu que os estudantes medissem os ângulos congruentes e analisassem os lados correspondentes, proporcionando um entendimento prático das relações métricas nos triângulos retângulos.

A realização dessa construção conjunta facilitou a compreensão dos conceitos e promoveu uma base sólida para o aprofundamento no conteúdo subsequente: o Teorema de Pitágoras. Esse processo mostrou-se eficaz ao conectar as relações métricas com o teorema de forma gradual, favorecendo a construção do conhecimento de maneira integrada e significativa.

A terceira aula teve como base as demonstrações das relações métricas já construídas, mas tendo como linha orientadora a resolução de problemas usando o Teorema de Pitágoras. A aula em questão foi iniciada com a apresentação de uma situação-problema que incidia sobre a determinação da menor distância entre duas casas, seguida de questionamentos e debates acerca das possíveis estratégias para a resolução de tal problemática. Na sequência foi apresentada a demonstração do Teorema de Pitágoras, abordada a partir de um trapézio construído por três triângulos retângulos, apresentada por James Garfield em 1876 (Figura 7), finalizando a aula com a resolução de algumas questões acerca do assunto, retiradas do Enem e demais vestibulares¹¹.

Figura 8- Demonstração do Teorema de Pitágoras

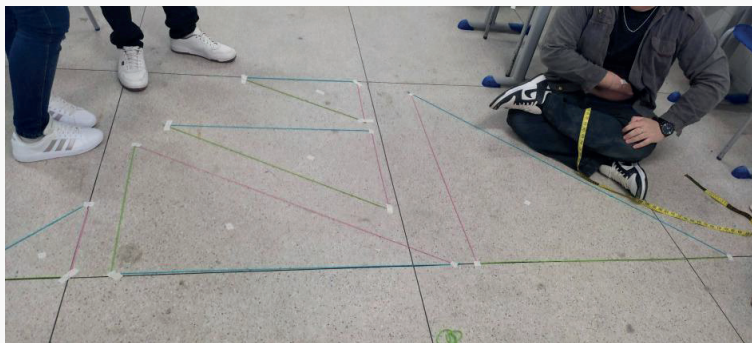


Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

11 Material apresentado para o estudo sobre o Teorema de Pitágoras disponível no link: https://www.canva.com/design/DAGMSUr45YM/wSpv7BRvRdl5xRxTmYgHqA/edit?utm_content=DA_GMSUr45YM&utm_campaign=designshare&utm_medium=link2&utm_source=share-button

A quarta intervenção se deu por uma atividade exploratória cujo objetivo foi investigar a constância das razões trigonométricas para um mesmo ângulo, independentemente do tamanho dos triângulos construídos. A investigação de tal fato foi desenvolvida durante a construção de triângulos retângulos de tamanhos diversos (Figura 9) com barbante e fita, no chão da sala de aula, de modo a preservar seus ângulos e comparar as razões obtidas durante a medição. Para isso, foi solicitado que os estudantes construíssem triângulos em diferentes tamanhos utilizando fitas e barbantes, em seguida, registrassem as razões obtidas em uma tabela, utilizando o Teorema de Pitágoras para calcular as medidas faltantes e assegurar a precisão das construções.

Figura 9- Construção dos triângulos no chão



Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

Os resultados apresentaram que as razões trigonométricas, de fato, mantiveram valores iguais ou próximos para o mesmo ângulo em triângulos de tamanhos distintos, o que corroborou a teoria da constância das razões em triângulos semelhantes. Essa constatação incentivou os estudantes a argumentarem sobre as causas dessa proximidade de valores, fortalecendo o entendimento do conceito de semelhança e suas aplicações na Trigonometria.

Aproveitamos a oportunidade para deduzir as razões trigonométricas para ângulos de 30° , 45° e 60° , utilizando conceitos previamente trabalhados, como semelhança de triângulos e o Teorema de Pitágoras.

A aula prosseguiu com a apresentação dos conceitos de seno, cosseno e tangente como razões, além dos principais ângulos utilizados. Essa abordagem mostrou-se eficaz para fortalecer o entendimento dos estudantes sobre a Trigonometria de maneira integrada e aplicada.

Finalizando as intervenções nas turmas de 2ª série, os estudantes foram orientados a construir o teodolito, que é um instrumento de precisão óptica que mede ângulos verticais e horizontais e distâncias, utilizando materiais simples, como fita adesiva, barbante, canudo e transferidor. Para realização de tal atividade tomamos como base todos os conhecimentos até então desenvolvidos, direcionando-os para a construção de tal instrumento.

Após a construção, os estudantes foram instruídos sobre sua utilização e, em seguida, orientados a determinarem a altura de objetos com tamanhos inacessíveis como árvores, postes e torres encontrados na Praça da Vitória em Rio Tinto-PB (Figura 10).

Figura 10 - Construção do teodolito e sua utilização



Fonte: Arquivo Pessoal (2024)

As alturas desses objetos foram medidas com o teodolito, fazendo uso das razões trigonométricas, especificamente a razão para a tangente de

um ângulo. Tais alturas também foram calculadas por meio da aplicação de semelhança de triângulos, ao comparar a sombra do objeto observado e a sombra do observador. Posteriormente, os estudantes compararam e discutiram em grupo os resultados obtidos por ambos os métodos para calcular as alturas de árvores e postes.

Por fim, após a conclusão das atividades, os estudantes foram convidados a socializar de forma oral suas experiências, expondo os resultados obtidos na utilização do teodolito, discutindo qual dos métodos utilizados para as medições foi mais efetivo e as facilidades e dificuldades encontradas no processo de determinar a altura dos objetos. Dessa forma, as práticas desenvolvidas, que versaram sobre o uso do teodolito, além de terem agregado no aprendizado, possibilitaram uma compreensão mais contextualizada dos conceitos trigonométricos. O uso de atividades exploratórias, nesse contexto, se mostra essencial, pois, segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2024), permite que os estudantes construam seu próprio conhecimento de forma ativa e significativa, promovendo a experimentação e a descoberta, e contribuindo para uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir das ações desenvolvidas no Programa de Apoio às Licenciaturas (Prolicen) e das informações coletadas ao longo das aulas, acreditamos que as propostas de atividades elaboradas e realizadas nas turmas da 2ª e 3ª séries do Ensino Médio contribuíram significativamente para a aprendizagem dos conceitos de Geometria e de Grandezas e Medidas pelos estudantes. O diagnóstico realizado no início das ações do Prolicen foi fundamental para o desenvolvimento das intervenções pedagógicas em sala de aula, nas turmas de 3ª série, pois possibilitou compreender os conhecimentos prévios e as principais dificuldades dos estudantes em relação aos conceitos trabalhados.

No desenvolvimento das aulas, em especial as destinadas à exploração e manipulação com materiais concretos, foi possível observar a evolução no engajamento dos estudantes, dado às interações, participações e colaborações conforme as atividades eram propostas. Tais interações permitiram aos estudantes das turmas de 2ª e 3ª séries experimentar momentos de autonomia, pesquisa e aprendizagens que muitas vezes não são proporcionados nas aulas.

Dessa forma, consideramos que as ações desenvolvidas no Prolicen, contribuíram de forma significativa na vida dos estudantes, proporcionando-lhes acesso a conhecimentos e metodologias de ensino que, por vezes, não são experienciados devido à falta de recurso ou tempo. Dessa forma, ressaltamos que oportunizamos não somente novas experiências, mas, também, momentos de preparação para desafios futuros, como a participação em vestibulares e a atuação no mercado de trabalho.

Por fim, destacamos que o Prolicen teve também grande relevância no desenvolvimento profissional e acadêmico dos licenciandos participantes, ao possibilitar a elaboração e execução de propostas de atividades, que exigiram pesquisas e estudos, o que contribuiu para a formação e adaptação ao ambiente escolar. Desta forma, esperamos que as ações do Prolicen se perpetuem em outras salas de aula, que os conceitos de Geometria e de Grandezas e Medidas recebam a devida atenção ao longo da Educação Básica e que as pesquisas realizadas inspirem os professores a utilizarem as propostas de atividades em suas aulas.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio: Parte III – Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 1 nov. 2024.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 28 ago. 2024.

DANTE, L. R. **Matemática contexto e aplicações**. v. 1. 1. ed. São Paulo: Editora Ática. 2012. 504 p.

FONSECA, M. C. F. R. *et al.* **O ensino de Geometria na Escola Fundamental** – Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

GIOSTRI, A. B. *et al.* Construção de sólidos geométricos com uso de materiais alternativos. *In*: II Encontro Estadual do Pibid-ES, 2011, Vitória. **Anais**. Vitória: IFES, 2011.

LORENZATO, S. A. Por que não ensinar Geometria? **Educação Matemática em Revista**. Geometria. SBEM, ano 3, n. 4, 1º semestre p. 03-13, 1995. Edição especial Blumenau, 1995.

LORENZATO, S. A. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. *In*: LORENZATO, S. A. (Org.). **O Laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p.77-92.

MAIA, L. E. de O.; GONDIM, R. de S.; VASCONCELOS, F. H. L. Utilização do geogebra para o ensino de geometria: uma revisão sistemática de literatura. **Ensino da Matemática em Debate**, [S. l.], v. 10, n. 1, p. 31-51, 2023. DOI: 10.23925/2358-4122.2023v10i60031. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/60031>. Acesso em: 31 out. 2024.

MASOLA, W. J; ALLEVATO, N. S. G. Dificuldades de aprendizagem matemática: algumas reflexões. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 3, n. 7, p. 52-67, 2019.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. F. (orgs.). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro: Editora do IM-UFRJ. 2017.

PASSOS, C. L. B. Materiais manipuláveis como recurso didático na formação de professores. *In*: LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. 3. ed. São Paulo: Autores Associados, p. 77-92, 2006.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**. Campinas, UNICAMP, ano 1, n. 1, 1993.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J. OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. 4. ed. Belo Horizonte. Autêntica, 2024.

PROENÇA, M. C. **Um Estudo Exploratório Sobre a Formação Conceitual em Geometria de Alunos do Ensino Médio**. 2008. Dissertação (Mestrado) Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2008.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. *In*: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. cap. 2, p. 38-56. (Coleção formação de professores)

RIBEIRO, F. D. **Jogos e modelagem na educação matemática**. Curitiba. Ibpex, 2008. SOUSA, M. A. M. **Experimentos de Trigonometria em Sala de Aula**. 2014. 84 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/209>. Acesso em: 20 out. 2025.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. Porto Alegre: Artmed, 2009.