

DOI: 10.46943/IX.CONEDU.2023.GT13.036

TENDÊNCIAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: ALGUMAS ABORDAGENS PARA A SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

ADRIANO ALVES DA SILVEIRA

Doutorando do curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), adriano.exatas@hotmail.com;

JAIR DIAS DE ABREU

Doutorando do curso de Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), jairedmat@gmail.com;

CARLOS ALEX ALVES

Doutorando do curso de Educação para a Ciência pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), carlos.alex@unesp.br;

TIÊGO DOS SANTOS FREITAS

Doutor em Ciência, Tecnologia e Educação pelo Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET/RJ), tiengo@servidor.uepb.edu.br;

RESUMO

A Educação Matemática como área de pesquisa surge em decorrência dos primeiros questionamentos sobre o ensino de Matemática. No decorrer dos anos, observa-se na literatura de pesquisa em Educação Matemática que foram sendo sistematizadas algumas formas de trabalho em sala de aula, apoiadas nas mais diversas teorias, tendo como foco principal a melhoria no ensino-aprendizagem de Matemática. Desse modo, o presente estudo busca identificar abordagens referentes a algumas tendências em Educação Matemática, mais especificamente, a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais. Os fundamentos teórico-metodológicos vinculam-se à literatura específica da Educação Matemática e à pesquisa bibliográfica numa abordagem analítico-descritiva-qualitativa. Com isso, fazemos um levantamento das principais discussões que vêm movimentando cada uma das respectivas tendências, ressaltando diferentes abordagens e perspectivas que se consolidaram ao longo das

investigações com foco no ensino-aprendizagem de Matemática. Dentre os resultados, argumentamos que as diferentes tendências discorridas aqui impactam uma sala de aula de matemática, na qual os alunos são o ponto de partida de uma atividade matemática, isto é, eles participam ativamente do seu próprio processo de aprendizagem. Para isso, é oportunizado aos mesmos um ambiente dinâmico, interativo e investigativo que leva em consideração os conhecimentos que eles conquistaram em atividades do seu cotidiano e no ambiente escolar. Concluímos chamando atenção para a necessidade das pesquisas em Educação Matemática alcançarem as salas de aula de matemática, especialmente, aquelas que trazem reflexões sobre experiências que focaram em diferentes formas de ensinar e aprender Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática, Tendências em Educação Matemática, Sala de Aula, Ensino-Aprendizagem.

INTRODUÇÃO

A Educação Matemática como área de pesquisa surge em decorrência dos primeiros questionamentos sobre o ensino de Matemática, principalmente nos cursos de formação de professores. Sua necessidade e posterior consolidação como um campo de conhecimento se dá, principalmente, por movimentos que buscavam uma redução do formalismo presente no ensino de matemática, tornando-a uma disciplina de difícil compreensão.

Nessa asserção,

A identificação da educação matemática como uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor em 1895, em seu livro *Psicologia do número*, uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor, e uma integração entre todas as disciplinas. (Miguel; Garnica; Iglori; D'Ambrósio, 2004, p. 70, grifos dos autores).

Muitos foram os marcos históricos no cenário nacional e internacional que apontam a importância dessa área, bem como a sua contribuição para um processo que relaciona, sobretudo, questões referentes ao processo de ensino-aprendizagem da matemática em seus diferentes níveis. Acerca das mudanças no cenário mundial e a emergência da Educação Matemática, pesquisadores sublinham que “o pós-guerra representou uma efervescência da educação matemática em todo o mundo. Propostas de renovação curricular ganharam visibilidade em vários países da Europa e dos Estados Unidos. Floresce o desenvolvimento curricular” (Miguel; Garnica; Iglori; D'Ambrósio, 2004, p. 72).

Sobre essas mudanças curriculares no contexto nacional, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (Brasil, 1998, p. 21) apontam que “essas iniciativas ainda não atingiram o conjunto dos professores e por isto não chegam a alterar o quadro desfavorável que caracteriza o ensino de Matemática no Brasil”. Assim, mesmo com a aprovação de novos documentos com caráter de lei, a exemplo da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), precisamos avançar no ensino de matemática, visando melhor o quadro de estagnação ou de baixo desempenho de nossos alunos em avaliações em larga escala, a exemplo do Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb) e do Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa).

Em um contexto geral, de acordo com Flemming, Luz e Mello (2005, p. 13), podemos considerar que a Educação Matemática é uma área de pesquisas e estudos que tem “sólidas bases na Educação e na Matemática, mas que também está contextualizada em ambientes interdisciplinares. Por este motivo, caracteriza-se como um campo de pesquisa amplo, que busca a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática”.

Consideramos importante destacar que hoje a Educação Matemática se faz presente em quase todos os cursos de Licenciatura em Matemática e Pedagogia, tendo em vista que esses últimos profissionais serão professores que ensinam matemática. Ademais, a área supracitada vem se expandindo através de vários programas de Pós-graduação em nível de mestrado e doutorado, seja através dos programas em Ensino de Ciências ou Educação em Ciências e Matemática, programas próprios de Educação Matemática ou como linhas de pesquisas em programas diversos, principalmente nos cursos *stricto sensu* em Educação.

No decorrer dos anos, a partir desse movimento de expansão, observa-se na literatura de pesquisa em Educação Matemática que foram sendo sistematizadas algumas formas de trabalho em sala de aula, apoiadas nas mais diversas teorias, tendo como foco principal a melhoria no ensino-aprendizagem de Matemática. Essas formas de trabalho, como exposto por Flemming, Luz e Mello (2005, p. 12), são denominadas de Tendências, assim “quando falamos em Tendências da Educação Matemática, estamos tratando de formas de trabalho que sinalizam mudanças no contexto da Educação Matemática. Ademais, como exposto pelas referidas autoras, “ao se mostrarem eficientes em sala de aula e ao serem utilizadas por muitos professores, estas formas de trabalho passam a ser consideradas como alternativas interessantes na busca da inovação em sala de aula” (p. 12), sendo consideradas como inovações no contexto da Educação Matemática.

Deste modo, o presente estudo busca identificar abordagens referentes a algumas tendências em Educação Matemática, mais especificamente, a Resolução de Problemas e suas variações, a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais.

METODOLOGIA

Considerando os objetivos de pesquisa, os procedimentos técnicos adotados e abordagem de dados, nossa investigação está vinculada à pesquisa descritiva bibliográfica numa abordagem qualitativa (Coelho, 2018), demarcando como região

de inquérito a Educação Matemática e objeto analítico-descritivo as tendências Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais.

À opção pelas tendências supracitadas justifica-se, principalmente, pelo envolvimento dos autores em atividades de pesquisa no âmbito de mestrado/doutorado e desenvolvimento de práticas escolares em suas instituições de ensino, seja trabalhando com Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e/ou Tecnologias Digitais.

Ainda assim, essas tendências também vêm demarcando sua relevância científica, formativa e didático-pedagógica na circulação de pesquisas, ações formativas e práticas pedagógicas no interior da comunidade de profissionais e pesquisadores em educação matemática, seja nos espaços de formação de professores, programas de pós-graduação, eventos científicos, grupos de pesquisa, periódicos especializados e espaços escolares.

Com isso, buscamos problematizar teorias e práticas constitutivas de cada uma das respectivas tendências, ressaltando diferentes concepções, perspectivas teóricas e abordagens metodológicas de implementação, tomando como foco principal os processos de ensino e aprendizagem da Matemática em todos os níveis de ensino da Educação Básica e/ou Educação Superior.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Os problemas matemáticos ocuparam um lugar central nos currículos desde a antiguidade, o mesmo não ocorreu com a resolução de problemas. Entretanto, nas últimas décadas, apareceram educadores matemáticos aceitando a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas merece uma atenção especial (Stanic; Kilpatrick, 1989; Andrade, 1998; Onuchic, 1999).

Nos anos 40, Polya surge como uma referência enfatizando a importância da descoberta e de levar o aluno a pensar por meio da resolução de problemas. Polya (1995) diz que uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema. Para o autor, resolver problema era o tema mais importante para se fazer matemática, pois, ao resolver um problema, o aluno é levado a pensar.

Andrade (1998) destaca que, em nível mundial, as investigações sistemáticas sobre resolução de problemas e suas implicações curriculares tiveram início aproximadamente na década de 1970. De acordo com ele, grande parte da literatura que hoje se conhece sobre a resolução de problemas foi desenvolvida a partir dos anos de 1970. Esse autor também enfatiza a necessidade de reconhecer a relevância dos trabalhos de George Polya, que datam de 1944, os quais foram publicados no livro *"How to solve it"*, cuja primeira edição data de 1945. Nessa obra, a resolução de problemas é tratada pela primeira vez como tema de interesse para professores e estudantes, nos níveis superiores de ensino de Matemática.

Durante a década de 1980, após o movimento da Matemática Moderna, aconteceram muitas mudanças curriculares no mundo todo. Nos Estados Unidos, o NCTM – *"National Council of Teachers of Mathematics"* (Conselho Nacional de Professores de Matemática), no documento *"An Agenda for Action - Recommendations for school mathematics of the 1980s"* (Uma Agenda para Ação - Recomendações para a Matemática escolar dos anos 80"), apresentou uma série de recomendações para a matemática escolar para esta década, em que a primeira enfatizava que a "resolução de problemas devia ser o foco da Matemática escolar nos anos 80" (NCTM, 1980, p. 1).

No entanto, ao longo do tempo, foram identificadas diferentes concepções sobre a Resolução de Problemas. Schroeder e Lester (1989) apontam as seguintes concepções: ensinar **sobre** resolução de problemas; ensinar Matemática **para** resolver problemas e ensinar matemática **através** da resolução de problemas.

Ensinar **sobre** resolução de problemas – contempla o modelo de Polya (1945) em suas quatro fases para resolver problemas (1. compreensão do problema; 2. estabelecimento de um plano; 3. execução do plano; e 4. retrospecto) ou alguma variação dele; ensinar Matemática **para** resolver problemas – o professor enfoca na maneira como a matemática é ensinada e como aplicá-la na resolução de problemas rotineiros e não rotineiros, sendo assim, o propósito para aprender Matemática é a capacidade de saber aplicá-la; e ensinar Matemática **através** da Resolução de Problemas – nessa concepção, a resolução de problemas é aceita como uma metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de ensinar Matemática, ou seja, o problema passa a ser concebido como um agente que pode desencadear o processo de construção do conhecimento.

“Embora na teoria essas três concepções de trabalhar resolução de problemas sejam separadas, na prática ela superpõem e acontecem em várias combinações e sequências” (Onuchic; Allevato, 2004, p. 216).

O debate atual do campo de Resolução de Problemas tem se concentrado em torno da última concepção enfatizada por Schroeder e Lester (1989), ao inferir que os problemas são importantes não somente como um meio de se aprender Matemática, mas, também, como um primeiro passo para se fazer isso. Em vista disso, o problema é concebido como o ponto de partida e orientação para aprendizagem de novos conceitos e conteúdos matemáticos (Andrade, 1998, 2017; Onuchic, 1999; Onuchic, Allevato, 2004, 2011).

Onuchic e Allevato (2004) destacam boas razões para o professor se esforçar e trabalhar em sala com a metodologia de Resolução de Problemas,

Resolução de problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre ideias e sobre o “dar sentido”. Ao resolver problemas, os alunos necessitam refletir sobre ideias que são inerentes e/ou estão ligadas ao problema;

Resolução de problemas desenvolve nos alunos um “poder matemático”. Os estudantes, ao resolverem problemas em sala de aula, se engajam em todos os cinco padrões de procedimentos descritos nos Standards 2000: Resolução de Problemas, raciocínio e prova; comunicação; conexões e representação, que são os processos de fazer Matemática, além de permitir ir bem além da compreensão do conteúdo que está sendo construído na sala de aula;

Resolução de problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer matemática e de que a matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas que espera pela solução, ele diz aos estudantes: Eu acredito que vocês podem fazer isso!” Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e autovalorização dos estudantes são desenvolvidas; Resolução de problemas prevê dados de avaliação contínua que podem ser usados para tomar decisões instrucionais, ajudar os alunos a terem sucesso e informar os pais;

È gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltaram a ensinar do modo “ensinar dizendo”. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos, através de seu próprio raciocínio, vale todo o esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos;

A formalização de toda teoria matemática pertinente a cada tópico construído, dentro do programa assumido, feita pelo professor no final da atividade, passa a fazer mais sentido para os alunos (Onuchic; Allevato, 2004, p. 223-224).

Na literatura nacional, encontramos algumas abordagens metodológicas de Resolução de Problemas que tem impulsionado as pesquisas e práticas de sala de aula no Brasil. Onuchic e Allevato (2011, 2014) propõem a concepção “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas”.

Assim, uma aula de Matemática nesta perspectiva permite a discussão de elementos essenciais no ambiente escolar, isto é, a palavra composta “Ensino-Aprendizagem-Avaliação” sinaliza que estes três elementos ocorrem simultaneamente. Assim, o professor ensina e o aluno, agindo como sujeito em ação, aprende. A avaliação ocorre por ambas as partes, pois o aluno reflete sobre o seu fazer, levando-o a construção do conhecimento matemático, enquanto o professor avalia todo o processo, fazendo uma análise dos resultados obtidos, como também reorientando, caso for necessário (Onuchic; Allevato, 2014).

Onuchic e Allevato (2011) sugerem um roteiro destinado à orientação de professores para a condução de suas aulas de Matemática por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, a saber: 1) Preparação do problema; 2) Leitura individual; 3) Leitura em conjunto; 4) Resolução do problema; 5) Observar e incentivar; 6) Registro das resoluções na lousa; 7) Plenária; 8) Busca do consenso; 9) Formalização do conteúdo; 10) Proposição e resolução de novos problemas.

Ademais, outra abordagem metodológica de Resolução de Problemas que tem recebido destaque no campo de pesquisa é o “Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Proposição-Resolução, Codificação e Descodificação de Problemas (EPRCDP)” (Andrade, 1998; 2017).

Andrade (2017) ressalta que as abordagens iniciais de resolução de problemas, principalmente as da década de 1980, limitavam-se apenas à busca da solução do problema. Portanto, o processo se limitava apenas à solução do problema, nunca ia além do problema inicialmente dado. A partir daí, o pesquisador apresenta uma proposta de Exploração de Problema, tendo como orientação teórica/prática não apenas a busca da resolução e solução do problema, mas a transposição dessa prática com a realização de um trabalho de exploração e proposição de problemas em perspectivas múltiplas.

No trabalho de exploração de problemas, há um prazer e uma alegria de ir cada vez mais longe, um ir cada vez mais profundo, um ir cada vez mais curioso, há um ir que chega e nunca chega, um ir que pode sempre

ir, um ir que sempre se limita ao contexto do aluno, do professor, da Matemática, da escola... e por isso pode ir outra vez e mais outra vez ... (Andrade, 1998, p. 24).

Com foco nesta proposta metodológica de Resolução de Problemas, Silveira e Andrade (2022) analisaram como uma abordagem em sala de aula via Exploração, Proposição e Resolução de Problemas potencializou o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. Os autores destacam que os resultados da pesquisa evidenciaram que através da abordagem via Exploração, Proposição e Resolução de Problemas foi possível acompanhar o crescimento dos alunos, que lançaram suas próprias ideias para explorar e resolver os problemas propostos tanto pelo professor-pesquisador quanto por eles mesmos, encontraram múltiplas estratégias e processos de exploração e resolução desenvolvidas por eles mesmos no diálogo aluno(s)-aluno(s) e professor-aluno(s), justificaram suas explorações, resoluções, soluções, insights e processos, propuseram novas explorações e novos problemas, indo além do processo de resolução, participando, assim, efetivamente da construção do seu conhecimento em Análise Combinatória.

Observa-se que esta concepção de Resolução de Problemas está totalmente em consonância com o movimento atual das pesquisas de Resolução de Problemas, que sugerem a Proposição de Problemas como uma forma de continuar avançando nas práticas e pesquisas em Resolução de Problemas (Jurado, 2016; Cai, Hwang, 2020).

Com foco na Proposição de Problemas, Silveira e Andrade (2022) analisaram como uma abordagem em sala de aula via Proposição de Problemas pode potencializar o ensino-aprendizagem de Análise Combinatória. Os autores concluem que, na proposta de proposição de problemas, em que o aluno atuou como protagonista de sua aprendizagem, foram compartilhadas as descobertas comuns, defendendo-se tomadas de decisão, e se chegou a um consenso sobre todo o trabalho realizado no debate, de modo a propiciar o aprofundamento dos principais conceitos de Análise Combinatória, como também o desenvolvimento do pensamento matemático.

Por fim, destacamos que a proposta de “Ensino-Aprendizagem de Matemática via Exploração-Proposição-Resolução, Codificação e Descodificação de Problemas” é pensada numa perspectiva da Educação Matemática Crítica, compreendendo que os problemas matemáticos podem ser discutidos contemplando múltiplos aspectos, de modo a abordar processos e conceitos matemáticos (visão cognitiva/internalista) quanto a questões de nível social, político e cultural (visão externalista).

MODELAGEM MATEMÁTICA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Modelagem Matemática (doravante MM) enquanto atividade é tão antiga quanto a própria Matemática, tendo suas manifestações presentes nas rotinas diárias das civilizações egípcias e gregas, e entre os renascentistas e cientistas dos séculos XVI a XX, que desenvolveram modelos em campos, como Arte Literária, Pintura, Matemática, Física e Astronomia, de forma a revolucionar investigações científicas e modos de dialogar com a realidade (Biembengut; Hein, 2013).

Atualmente, no cenário mundial e nacional, a MM perpassa os campos científicos de ensino e pesquisa dentro da Matemática Pura, da Matemática Aplicada e da Educação Matemática, sendo suas discussões e aplicações permeadas por três tendências ou correntes principais: (i) a corrente pragmática; (ii) a corrente científica; e (iii) a corrente sócio-crítica (Barbosa, 2001).

Em seu processo histórico de cristalização e consolidação como tendência da Educação Matemática no cenário nacional, a MM tem ganhado atenção de pesquisadores e educadores matemáticos em publicações de artigos, livros e trabalhos de mestrado e doutorado (Burak, 1987; 1992; Biembengut, 1999; Barbosa, 2001; entre outros). Estes e outros autores são amparados, principalmente, por pesquisadores, como Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi – pioneiros em estudos, discussões e trabalhos desenvolvidos em MM a partir da década de 80.

Sua produção científico-acadêmica a coloca sob diferentes concepções, perspectivas e abordagens teóricas-metodológicas-pedagógicas (Klüber; Burak, 2008; Alves, 2015; 2023). Em linhas gerais, ela é concebida, essencialmente, como a arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual (Bassanezi, 2011). Nesse sentido, exige conhecimento matemático, habilidades cognitivas variadas, conhecimento da realidade estudada e uma situação-problema-matemática como ponto de partida para educar, aprender, ensinar matemática e adentrar em contextos históricos, políticos, econômicos e socioculturais.

Biembengut e Hein (2013) discutem conceitos como Modelo (uma representação da realidade), Modelagem (processo que envolve a obtenção de um modelo) e Modelação Matemática (modelagem matemática no ensino). Os autores têm seus fundamentos teóricos oriundos da Matemática Aplicada, apontam que os problemas são explorados de acordo com os conteúdos matemáticos programáticos

e sugerem que as atividades de modelagem sejam feitas na Educação Básica e na formação de professores. Metodologicamente, admitem algumas etapas para o processo de modelagem: (i) Interação (delimitação e familiarização da situação e tema); (ii) Matematização (formulação e resolução do problema) e (iii) Modelo Matemático (interpretação e validação do modelo obtido).

Por sua vez, Caldeira (2004; 2005) define MM como um sistema de aprendizagem, a partir da perspectiva da Educação Matemática Crítica. Aponta que os problemas determinam os conteúdos matemáticos abordados e sugere que as atividades de modelagem sejam trabalhadas na Educação Básica e na formação de professores. O autor não apresenta etapas para o processo de MM.

Burak (1987; 1992; 2004) define MM como um conjunto de procedimentos que busca estudar e explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões. Tem suas bases teóricas amparadas pela corrente cognitivista (construtivismo, sociointeracionista e aprendizagem significativa), aponta que os problemas determinam os conteúdos matemáticos abordados e sugere que as atividades de modelagem sejam desenvolvidas na Educação Básica e na formação de professores. Metodologicamente, o autor apresenta cinco etapas para uma atividade de MM: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema; 5) análise crítica da(s) solução(es). Estas etapas são balizadas em dois princípios fundamentais: (i) o interesse do grupo e a (ii) obtenção de dados do ambiente em que se localiza o interesse do grupo, demarcando influências antropológicas nessa concepção/abordagem.

Barbosa (2001; 2004) situa a MM como um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Aponta que os problemas determinam os conteúdos abordados e sugere que as atividades de modelagem sejam trabalhadas na Educação Básica e na formação de professores. Metodologicamente, o autor não apresenta etapas para o processo de modelagem, e sim três casos ou possibilidades de atividades de modelagem, orientadas em função dos objetivos de aprendizagem, tempo de duração e protagonismo partilhado pelo professor/alunos nas atividades desenvolvidas, conforme pode ser observado na figura 1.

Figura 1 – O professor e os alunos nos casos de modelagem.

ATIVIDADES/CASOS	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor/Aluno
Simplificação	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Coleta dos dados	Professor	Professor/Aluno	Professor/Aluno
Solução	Professor/Aluno	Professor/Aluno	Professor/Aluno

Fonte: Adaptado de Barbosa (2004, p. 73-80).

A partir desses e outros referenciais teóricos (Alves, 2023), a MM como metodologia alternativa para o ensino da Matemática objetiva trabalhar objetos de conhecimento matemático de forma dinâmica, desafiadora, contextualizada e/ou interdisciplinar e potencializar o educando para mobilizar a matemática na resolução de problemas de seu mundo vivido e participar de forma ativa, reflexiva e crítica dos cenários profissionais, políticos, econômicos e socioculturais.

Brasil (2006) também realça que a ideia de MM pressupõe contextualização, interdisciplinaridade e resolução de problemas ligados ao mundo real dos estudantes. Nessa direção, sua concepção pode ser ampliada para a pedagogia de projetos, tal como aponta Ribeiro (2008). Em linhas complementares, Brasil (2018) situa

Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da **modelagem** podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional (Brasil, 2018, p. 266, grifos nossos).

Assim sendo, a MM pode ser mobilizada no âmbito escolar e em espaços diversos de formação de professores visando os processos de ensino e aprendizagem da matemática das diferentes Unidades Temáticas (Números, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas, Probabilidade e Estatística) e o desenvolvimento de competências e habilidades diversas, sejam elas vinculadas ao letramento matemático, ao pensamento computacional e/ou que contribuam para a leitura, análise

crítica e intervenção da realidade e fortaleçam sua formação cidadã, ética e moral, buscando a construção de um mundo melhor e para todos.

A título de exemplo no âmbito da formação inicial de professores, o trabalho de Alves (2015) abordou duas atividades de MM com licenciandos em Matemática, sendo a primeira sobre “Entendendo o consumo de água na fatura doméstica” e a segunda “Conta de luz: evitar desperdícios e reduzir gastos”. Tais atividades podem ser adaptadas e desenvolvidas pelos professores da Educação Básica e/ou Educação Superior nas aulas de matemática.

A título de exemplo no âmbito das práticas escolares, o trabalho de Alves (2018) elucida um projeto de modelagem matemática desenvolvido em uma turma de 1º ano do Ensino Médio de uma escola pública da cidade de Rio Tinto-PB, a partir das etapas de modelagem propostas por Biembengut e Hein (2013), da assunção da MM como ambiente de aprendizagem (Barbosa, 2001) e do seguinte problema de modelagem: quanto custa turistar em Rio Tinto – PB?

O referido projeto teve duração de dois meses, proporcionou aprendizagens de conceitos e conteúdos matemáticos; elaboração de roteiros turísticos e modelos matemáticos; descobertas sobre a história, o patrimônio cultural e os pontos turísticos locais da cidade; questões de emprego e renda; fomentou o desenvolvimento de habilidades tecnológicas e profissionais, como o uso do *Google Maps*, confecção de *folders*, faixas e camisetas com o uso do computador e *softwares*. Um aprofundamento analítico dessa experiência pedagógica pode ser visto em Alves (2023).

TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Alguns pesquisadores que usam as tecnologias como principal meio de inquérito na Educação apresentam algumas definições para tecnologias. Kenski (2013, p. 24) define tecnologia como “o conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade.” A autora evidencia que as tecnologias são tão antigas quanto a espécie humana, atribuindo a origem das mais diferenciadas tecnologias à engenhosidade humana. Enquanto isso, Almeida (2015, p. 227) considera a tecnologia “como sendo o conhecimento adquirido e sua aplicabilidade ao planejamento à construção e à utilização de um certo objeto para uma determinada ação, além do próprio objeto.”

Ao se apropriar do que alguns pesquisadores, de diferentes áreas, consideram ser tecnologia, nos interessa discutir como tudo isso tem influenciado a Educação Matemática. Nessa direção, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 17) destacam que “as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática”. Os autores passam a refletir sobre a temática por meio de uma discussão cronológica, apresentando as Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática.

A primeira fase é datada de meados de 1985 com a presença das calculadoras simples e científicas sendo discutidas no ensino de matemática. Neste momento, o uso dos computadores passa a fazer parte das propostas de ensino de matemática. O uso do software LOGO aliado ao ensino de matemática é visto como uma das principais características desta fase. As tecnologias que fortemente atuam no processo de ensino e aprendizagem são caracterizadas como Tecnologias Informáticas, adotando a abreviação TI. (Borba; Silva; Gadanidis, 2004).

Os primeiros anos da década de 1990 marcam a segunda fase, tendo como principal característica a popularização dos computadores. Identificou-se uma grande variedade de perspectivas sobre como estudantes, professores e pesquisadores viam o papel dos computadores em suas vidas pessoais e profissionais. Neste período, surgem os softwares educacionais, em que os professores passaram a encontrar, em cursos de formação continuada, suporte e alternativas pedagógicas para o uso das TI. Merecem destaque os softwares educacionais voltados às múltiplas representações de funções, como o Winplot, o Fun e o Gmathmatica. Na Geometria Dinâmica (GD), temos o Cabri Géomètre e o Geometricks. Ressaltamos o uso de sistemas de computação algébrica com o Maple. A principal característica desses softwares é a sua natureza dinâmica, visual e experimental (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Com o advento da Internet, em 1999, temos o início da terceira fase, passando a ser usada na Educação como fonte de informações e como meio de comunicações entre professores e estudantes. Com base nessas características, além do termo TI usado desde a primeira fase, surgem e se consolidam as expressões “tecnologias da informação” e “tecnologias da informação e comunicação” (TIC) (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Os investimentos voltados à Internet têm aprimorado a qualidade da conexão, a quantidade e os tipos de recursos com acesso à Internet, tornando-a mais

rápida. Essa característica marca, em meados de 2004, o início da quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática. Durante esta fase, tornou-se comum o uso do termo “tecnologias digitais” (TD) (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Durante a quarta fase das tecnologias digitais em Educação Matemática, ganham destaque: as tecnologias móveis ou portáteis; tabletes; telefones celulares; o Geogebra; os Objetos Virtuais de Aprendizagem (OVA), entre outros. As principais características das tecnologias que dominam essa fase são a multimodalidade, a telepresença e a interatividade.

A internet se aproxima, cada vez mais, da realidade das salas de aulas. Os softwares apresentam novos designs e melhores condições de interatividade, com destaque para o Geogebra (Borba; Silva; Gadanidis, 2014).

Borba, Silva e Gadanidis (2014) discutem o Geogebra a partir de sua capacidade de integrar GD e múltiplas representações de funções, além de um cenário inovador de investigação matemática. Ressaltam as seguintes potencialidades: gráficos, álgebra e tabelas estão interligadas e possuem características dinâmicas; interface amigável, com vários recursos sofisticados; ferramenta de produção de aplicativos em páginas WEB; disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo; software gratuito e de código aberto.

O Geogebra também desempenha a função de calculadora gráfica. Outros recursos dessa natureza vêm surgindo possibilitando novas experiências de ensino e aprendizagem da matemática. Entre eles, destacamos a calculadora gráfica Desmos (CGD). A sua criação data de 2011. Em Abreu (2018; 2021; 2023), Abreu e Andrade (2021), Abreu, Martins e Rodrigues (2023), temos resultados de pesquisas com o uso desse recurso didático tecnológico (RDT) na sala de aula de matemática, em que os alunos puderam explorar suas funcionalidades, com fácil domínio dos comandos matemáticos, possibilitando o desenvolvimento e a construção de ideias e conceitos matemáticos.

É importante que possamos conhecer novas ferramentas e ver como elas são capazes de potencializar a nossa prática pedagógica voltada ao ensino de matemática. Esses RDT são capazes de romper com a abstração presente em muitos objetos matemáticos. Ao mesmo tempo, capturam a atenção do aluno por meio de um recurso que já é tão presente no cotidiano deles. Acessar a CGD por meio do aplicativo no smartphone é uma característica importante ao contrário dos softwares em um computador, nos levando a enfatizar a sua mobilidade e interatividade.

É possível que consigamos realizar algumas atividades no Geogebra e na Desmos da mesma forma. Não estamos aqui discutindo qual o melhor, pois isso vai depender da intencionalidade da prática do professor. Essa discussão nos leva a apontar para a importância de investigar os recursos existentes voltados ao ensino e aprendizagem de matemática, levando-nos a identificar suas potencialidades e limitações, antes mesmos desses RDT adentrarem a sala de aula de matemática. Dessa forma, também estamos contribuindo para o aprimoramento destas ferramentas a partir do momento em que divulgamos nossas experiências e pesquisas.

Mesmo a mobilidade e a interatividade sendo características já destacadas por Borba, Silva e Gadanidis (2014), percebemos que elas têm se evidenciado entre as demais. Assim como a Internet já fazia parte da terceira fase e sua rapidez demarca uma nova fase, podemos observar que os smartphones, aplicativos e internet móvel vêm demarcando uma nova fase das TD em Educação Matemática. Nesse sentido, percebemos o quanto muitos softwares como o Geogebra têm se adaptado à forma de aplicativo para acompanhar as demandas da sociedade atual cada vez mais conectada via smartphones. Enquanto outros RDT, como a CGD, já surgem na forma de aplicativo.

No que diz respeito ao contexto vivenciado durante e após a pandemia da Covid-19, momento que ficou conhecido como Ensino remoto, podemos perceber que esse período marca uma etapa importante das discussões que envolvem as TD na Educação Matemática, sendo demarcado por Borba, Souto e Canedo Junior (2022) como a quinta fase das TD em Educação Matemática. Os autores, cronologicamente, associam essa fase à pandemia, tendo como elementos principais a intensificação do uso das tecnologias digitais, o poder de ação de atores não humanos e a hibridização da Educação Matemática.

Borba e Villarreal (2005) chamam atenção para um consenso que existe entre as questões discutidas pelos Educadores Matemáticos nas últimas décadas. Ao tratar das TD, afirmam que os computadores sozinhos não são capazes de trazer qualquer mudança. Apropriando-se desse consenso e voltando para as TD que estão mais presentes na sociedade hoje, podemos estender esse argumento para outros dispositivos, em especial os smartphones e seus aplicativos, fortalecendo ainda mais essa ideia. Com isso, destacamos a importância da mediação pedagógica do professor na condução dessa mudança e, conseqüentemente, o papel dos alunos.

Um novo cenário se reconfigura na sala de aula de matemática desde o planejamento pedagógico. Não se pode pensar em introduzir as TD na prática pedagógica de forma fragmentada, ora professor, ora aluno, ora TD. Para efetivo alcance dos objetivos de aprendizagem, é necessário um fazer pedagógico capaz de pensar simultaneamente todos esses fatores. Borba e Villarreal (2005) enfatiza que as TD e os seres humanos não devem ser considerados como elementos separados. Para esses autores, o conhecimento é produzido por coletivos de seres-humanos-com-mídias e não somente por seres humanos ou grupos destes. O fazer Matemática não está condicionado a assistências das TD, mas às mudanças que provocam na natureza da forma como o conhecimento é ensinado e aprendido. O ensino de matemática passa a ter melhores condições de representar seus objetos de estudo, por meio de processos investigativos que conduzem o grupo de humanos com mídias à construção do conhecimento.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo, buscamos identificar a partir da literatura de pesquisa em Educação Matemática, abordagens referentes a algumas tendências em Educação Matemática - a Resolução de Problemas, a Modelagem Matemática e as Tecnologias Digitais, que têm transformado as salas de aula de matemática.

De modo geral, o trabalho em sala de aula com foco na Resolução de Problemas proporciona autonomia aos alunos na compreensão de novos conceitos e conteúdos matemáticos; dá sentido à matemática que está sendo aprendida; tira a ideia da Matemática como ciência pronta e acabada, e proporciona aos alunos a convicção de que eles são capazes de fazer matemática; possibilita ao aluno pensar, desenvolvendo sua criatividade e capacidade de investigar e refletir sobre o que está fazendo; proporciona ao aluno o enfrentamento de situações novas e torna as aulas de Matemática bem mais interessantes e motivadoras. Ademais, os alunos aprendem Matemática não só resolvendo problemas, mas também explorando e propondo problemas.

As práticas de MM tomam como ponto de partida a realidade sociocultural dos alunos, seus interesses temáticos, seus conhecimentos prévios e comportam os processos de ensino e aprendizagem da matemática com um sistema aberto de experiências, partilha de saberes diversos e desenvolvimento de competências e habilidades voltadas para o século XXI. Não obstante, cabe sublinhar outras

possibilidades de desencadear tais práticas, a exemplo de questões presentes em livros didáticos, avaliações externas, projetos maiores orquestrados pela escola e/ou similares que já estejam presentes na dinâmica escolar.

No que tange às pesquisas em Educação Matemática voltadas para as Tecnologias Digitais, percebemos o quanto elas têm se preocupado em acompanhar os avanços tecnológicos da sociedade, por meio de uma discussão cronológica e investigações que precisam, cada vez mais, atingir a sala de aula de matemática. Com isso, destacamos a importância dessa tendência frente ao cenário atual da sala de aula de matemática e da pesquisa em Educação Matemática.

Com isso, dentre os resultados, argumentamos que as diferentes tendências percorridas aqui impactam uma sala de aula de matemática, na qual os alunos são o ponto de partida de uma atividade matemática, isto é, eles participam ativamente do seu próprio processo de aprendizagem. Para isso, é oportunizado aos mesmos um ambiente dinâmico, interativo e investigativo que leva em consideração os conhecimentos que eles conquistaram em atividades do seu cotidiano e no ambiente escolar.

Concluimos chamando atenção para a necessidade das pesquisas em Educação Matemática alcançarem as salas de aula de matemática, especialmente, aquelas que trazem reflexões sobre experiências que focaram em diferentes formas de ensinar e aprender Matemática.

REFERÊNCIAS

ABREU, J. D. **A exploração, resolução e proposição de problemas com o Desmos na formação inicial de professores de matemática.** *In:* XXV Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-graduação em Educação Matemática, 2021, Evento Online. Anais **do XXV EBRAPEM**, 2021.

ABREU, J. D. **Aprendizagem móvel:** explorando a matemática por meio de aplicativos educacionais em *smartphones*. 2018. 233 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2018.

ABREU, J. D. **O aplicativo Desmos e a função afim: explorações na sala de aula de matemática.** *In:* Ana Lucia Manrique; Claudia Lisete Oliveira Groenwald.. (Org.).

Anais do IX CIBEM Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. 1ed. São Paulo: Editora Akademy, 2023, v. 1, p. 3522-3533.

ABREU, J. D.; ANDRADE, S. . **Desmos App in the mathematics classroom**: limitations and potentialities. *In*: 14th Internacional Congress on Mathematical Education, 2021, Shangai. **Anais do ICME 14**, 2021.

ABREU, J. D.; MARTINS, F. C.; RODRIGUES, U. F. **Possibilidades de uso das tecnologias digitais na exploração, proposição e resolução de problemas**: o problema dos três marinheiros. *In*: Ana Lucia Manrique; Claudia Lisete Oliveira Groenwald. (Org.). **Anais do IX CIBEM** Congresso Iberoamericano de Educação Matemática. 1. ed. São Paulo: Editora Akademy, 2023, v. 1, p. 3052-3063.

ALMEIDA, H. R. F. L. Das Tecnologias às tecnologias digitais e seu uso na educação matemática. **Nuances: estudos sobre Educação**, Presidente Prudente, v. 26, n. 2, p. 224-240, maio/ago. 2015.

ALVES, C. A. Desvendando o potencial turístico na cidade de Rio Tinto-PB através da modelagem matemática. *In*: Congresso Nacional de Educação, 5, 2018, Recife. **Anais do V CONEDU**. Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <https://www.editorarealize.com.br/index.php/artigo/visualizar/46948>. Acesso em: 14 nov. 2023. p. 1-12.

ALVES, C. A. Modelagem na educação matemática: da formação docente à sala de aula. **INTERMATHS**, Vitória da Conquista, v. 4, n. 1, p. 135-145, 2023. DOI: 10.22481/intermaths.v4i1.11442. Disponível em: <https://periodicos2.uesb.br/index.php/intermaths/article/view/11442>. Acesso em: 14 nov. 2023.

ALVES, C. A. **Os saberes mobilizados por futuros professores em atividades de modelagem matemática envolvendo a função afim**. 2015. 158f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática – PPGECEM) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2015.

ANDRADE, S. **Ensino-aprendizagem de matemática via resolução, exploração, codificação e descodificação de problemas e a multicontextualidade da sala de**

aula. 1998. 325f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 1998.

ANDRADE, S. Um caminhar crítico reflexivo sobre resolução, exploração e proposição de problemas matemático no cotidiano da sala de aula. *In*: ONUCHIC, L. R.; JUNIOR, L. C. L.; PIRONEL, M. (Orgs). **Perspectivas para resolução de problemas**, São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017. p. 355-395.

BARBOSA, J. C. Modelagem matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática**: concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253f. Tese (Doutorado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem matemática & implicações no ensino-aprendizagem de matemática**. Blumenau: Editora da FURB, 1999.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: contexto, 2013.

BORBA, M. C.; SILVA, R. S. R.; GADANIDIS, G. Fases das tecnologias digitais em educação matemática: **sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2014.

BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO JUNIOR, N. R. **Vídeos na educação matemática**: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2022.

BORBA, M. C.; VILARREAL, M. E. Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: **information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization**. New York: Springer, 2005. v. 39.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica (SEB), Departamento de Políticas de Ensino Médio. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006. v. 2.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Ministério da Educação e do Desporto: Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, 1998.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. 1992. 197f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino da matemática na 5ª série. 1987. 186f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

BURAK, D. A modelagem matemática e a sala de aula. *In*: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, 1, 2004, Londrina. **Anais do I EPMEM**. Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

CAI, J.; HWANG, S. Learning to teach through mathematical problem posing: theoretical considerations, methodology, and directions for future research. **International Journal of Educational Research**. v. 102, 2020, p.1-8.

CALDEIRA, A. D. A modelagem matemática e suas relações com o currículo. *In*: Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática, 4, 2005, Feira de Santana. **Anais do IV CNMEM**. Feira de Santana: UEFS, 2005. p. 1-9.

CALDEIRA, A. D. Modelagem matemática na formação do professor de matemática: desafios e possibilidades. *In*: Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 5, 2004, Curitiba. **Anais do V ANPED SUL**. Curitiba: UFPR, 2004. v. 1. p. 1-11.

COELHO, E. C. **Pesquisa em educação matemática**. Curitiba: InterSaberes, 2018.

FLEMMING, D. M.; LUZ, E. F.; MELLO, A. C. C. **Tendências em educação matemática**. 2. ed. Palhoça: UnisulVirtual, 2005.

JURADO, U. M. Problem posing: an overview for further progress. *In*: LILJEDAHL, PETER et al. **Problem solving in mathematics education**. Hamburg, Germany, University of Hamburg, 2016a. p. 31-34.

KENSKI, V. Educação e tecnologias. **O novo ritmo da informação**. Campinas: Papyrus Editora, 2013.

KLÜBER, T. E.; BURAK, D. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. **Educação Matemática Pesquisa (EMP)**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, 2008. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1642>. Acesso em: 14 nov. 2023.

MIGUEL, A.; GARNICA, A. V. M.; IGLIORI, S. B. C.; D'AMBRÓSIO, U. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. **Revista Brasileira de Educação**, n. 27, p. 70-92, 2004.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **An agenda for action: Recommendations for School Mathematics of the 1980's**. Reston, VA: NCTM, 1980.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199-218.

ONUCHIC, L.R.; ALLEVATO, N. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *In*: BICUDO, M. A.; BORBA, M. (Orgs.). **Educação Matemática – pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011.

ONUCHIC, L. R. et al, (Orgs). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas. Um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: interciência, 1995, 196p.

SHROEDER, T. L.; LESTER JR., F. K. **Developing understanding in mathematics via problem solving**. In: TRAFTON, P. R.; SHULTE, A. P. (Ed.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-32.

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. Ensino-Aprendizagem de Análise Combinatória via Exploração, Resolução e Proposição de Problemas no Ensino Médio. **Revista de Educação Matemática**, v. 17, p. 1-21, 01 mai. 2020.

SILVEIRA, A. A.; ANDRADE, S. Proposição de Problemas de Análise Combinatória como ponto de partida: episódios de sala de aula. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, v. 19, n. 01, p. 1-23, 2 jun. 2022.

STANIC, G.; KILPATRICK, J. Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. In: R.I. CHARLES; E.A. SILVER (Eds). **The teaching and assessing of mathematical problem solving**. USA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989. p. 1-22.