

INTERAÇÕES EMERGIDAS DO DESENVOLVIMENTO SÍNCRONO DE UMA TAREFA DE MODELAGEM MATEMÁTICA EM UM AMBIENTE ON-LINE

RHÔMULO OLIVEIRA MENEZES

Doutor em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará – UFPA, rhomulo.menezes4542@escola.seduc.pa.gov.br;

ROBERTA MODESTO BRAGA

Doutora em Educação em Ciências e Matemáticas pela Universidade Federal do Pará – UFPA, robertabraga@ufpa.br.

RESUMO

Este artigo analisa interações emergidas de uma tarefa de Modelagem Matemática desenvolvida de forma síncrona em um ambiente *on-line*. A pesquisa mostra licenciandos do curso de Matemática investigando a tarefa 'Estação de Bombeamento' no ambiente *on-line* Virtual Math Teams com GeoGebra (VMTcG). O referencial teórico usado se baseou em características da dinâmica do processo de Modelagem Matemática identificadas em diferentes concepções e nas ideias de Souza e Bairral sobre características de interação em um ambiente virtual de aprendizagem (AVA). Nas discussões apresentamos a tarefa 'Estação de Bombeamento' como uma atividade formativa que mobilizou interações do mediador, dos participantes e dos espaços de interação do VMTcG, entorno da investigação da tarefa a partir dos conceitos de mediatrizes e circuncentro. O processo de Modelagem Matemática envolveu interações entre os licenciandos na proposição de abordagens e resoluções, em que eles fazendo uso de diferentes recursos textuais e pictóricos nos espaços do VMTcG, construíram um modelo matemático avaliado como viável para a situação-problema investigada.

Palavras-chave: Tarefa de Modelagem Matemática, Ambiente *on-line*, Interações colaborativas, VMTcG, Atividade formativa.

INTRODUÇÃO

Na linha de investigação de Modelagem Matemática na área de Educação Matemática, encontramos trabalhos que relatam o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática de forma *on-line*. Menezes (2019) apresentou um mapeamento realizado com dissertações e teses sobre essa temática. O autor considerou cinco itens de investigação: a questão de investigação, a perspectiva de Modelagem Matemática adotada, o ambiente virtual de aprendizagem (AVA) usado, o público-alvo, e o tipo de comunicação nos encontros.

Segundo Menezes (2019), as perspectivas dos cursos/atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas de forma *on-line*, variaram de trabalho para trabalho: projetos (MALHEIROS, 2008), ambiente de aprendizagem (SANTANA, 2010), alternativa pedagógica (PEREIRA, 2015), estratégia/método de ensino (COSTA, 2010), conjunto de procedimentos (FERREIRA, 2010), geradora e propositora de problemas matemáticos (BUSTAMANTE, 2016).

Em relação ao público alvo dos cursos/atividades, a maioria foram voltados para professores em formação continuada (MALHEIROS, 2008; PEREIRA, 2015; BUSTAMANTE, 2016). Os ambientes nos quais os cursos/atividades dos trabalhos selecionados por Menezes (2019) eram voltados para o ensino e aprendizagem, sendo diferente em um trabalho que usou grupos fechados no Facebook (BUSTAMANTE, 2016). Os tipos de comunicação nos encontros *on-line* foram híbridos, combinando ferramentas síncronas e assíncronas (MALHEIROS, 2008; PEREIRA, 2015, BUSTAMANTE, 2016), e totalmente assíncronos (SANTANA, 2010; COSTA, 2010).

Sobre tipos de comunicação em educação *on-line*, diferentes materiais (impressos, auditivos, visuais e audiovisuais) são combinados com vista a alcançar um ensino multimídia, incorporando ferramentas de comunicação síncrona (em tempo real) e assíncrona (MERCADO, 2009, p. 20). Como ferramenta de comunicação síncrona temos, por exemplo, o *chat*; e assíncronas, são exemplos o uso de e-mails, fóruns de discussão, entre outras.

Considerando esse universo de trabalhos, Menezes (2019) apresenta um panorama sobre cursos/atividades de Modelagem Matemática desenvolvidos de forma *on-line*, em que predominam cursos/atividades voltados para a formação continuada de professores, desenvolvidos em ambientes *on-line* voltados para o ensino e aprendizagem, e encontros com comunicações do

tipo híbrida e assíncrona. Diante desse contexto, assumimos como objetivo analisar interações emergidas no desenvolvimento síncrono de uma tarefa de Modelagem Matemática em um ambiente *on-line*.

REFERENCIAL TEÓRICO

Segundo Frejd e Bergsten (2018) ‘não há uma distinção clara entre conceituar a Modelagem Matemática como um conceito/noção ou como um processo/atividade’ (p. 124, tradução nossa). Por exemplo, Bassanezi (2012) a entende como um processo no qual um indivíduo imerso em sua realidade age sobre ela criando modelos que sintetizam estratégias carregadas de suas interpretações e subjetividades, assim, para o autor a Modelagem Matemática é uma estratégia usada para se obter explicações ou entendimentos acerca de determinadas situações reais. Dessa forma, “no processo de reflexão sobre a porção da realidade selecionamos os argumentos considerados essenciais e procuramos uma formalização artificial (modelo matemático) que contemple as relações que envolvem tais argumentos” (p. 11).

Na concepção de Barbosa (2001) “a Modelagem é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade.” (p. 31). A forma como se organiza as atividades nessa concepção varia conforme as circunstâncias do contexto escolar, da experiência do professor, do interesse dos alunos e de outros fatores. Dessa forma, cada configuração curricular é vista e classificada por Barbosa (2001) em termos de casos: caso 1, caso 2 e caso 3.

Para Burak (2004) a Modelagem Matemática é entendida como alternativa metodológica para o ensino de matemática, e o seu trabalho origina-se no seguinte princípio: “o interesse do grupo ou dos grupos” (BURAK, 2004, p. 2). Esse princípio, base para o trabalho com a Modelagem Matemática, se contrapõem a forma usual em que o processo de ensino é deflagrado pelo professor, e passa a ser compartilhado com o grupo de alunos, sendo impulsionado pelo interesse sobre o assunto.

As concepções apresentadas são distintas no que tange ao local e nível que foram/são aplicadas, ensino superior ou básico, e se alteram conforme o contexto cultural, social e histórico dos pesquisadores/professores e dos alunos. No entanto, mesmo os autores imbuídos de diferentes modos de perceber, conceber e fazer Modelagem Matemática, encontramos características

comuns que atravessam essas concepções e que influenciam nosso modo de perceber a Modelagem Matemática, ensejando adotá-las no ensino de Matemática em encontros síncronos num AVA, são elas: o início do processo com uma situação-problema, referenciado em um semirealidade ou na realidade dos alunos; trabalho em grupo, alunos e professores sendo parceiros no processo de ensino e aprendizagem; a generalização de informações da situação-problema investigada; e o modelo matemático, como síntese das escolhas e estratégias traçadas para alcançá-lo. Para elaboração e desenvolvimento da tarefa de Modelagem Matemática tomamos como referências essas características identificadas na diferentes concepções analisadas.

Entendemos interação, neste trabalho, como “uma forma de comunicação (escrita, oral, gestual, pictórica, icônica, etc.) estabelecida entre sujeito(s)-sujeito(s) ou entre indivíduo(s) e tecnologia(s)”; e também como um constructo capaz de ajudar a compreender o aprendizado e o desenvolvimento profissional de sujeitos em determinados cenários, incluindo o virtual (BAIRRAL, 2015). Partindo de interações em um AVA podemos destacar cinco características organizadas por Souza e Bairral (2016) que podem auxiliar o professor na arquitetura do design de suas práticas em EO:

1. Favorecer a hipertextualidade e a multimodalidade discursiva, com a integração de linguagens diversas (sons, textos, imagens dinâmicas e estáticas, gráficos, mapas, etc.);
2. Potencializar constantemente a comunicação interativa (síncrona e assíncrona);
3. Propor atividades formativas que estimulem a construção do conhecimento a partir de situações-problema nas quais o sujeito possa contextualizar e problematizar questões locais e globais do seu universo cultural;
4. Criar ambiências para a avaliação formativa nas quais os saberes sejam construídos em um processo comunicativo constante de negociações e de tomada de decisões;
5. Favorecer conexões lúdicas e artísticas e incentivar navegações críticas, criativas e autorais. (SOUZA e BAIRRAL, 2016, p. 41)

Na EO não necessariamente é necessário ter um AVA, outros ambientes podem ser usados, a depender do design elaborado pelo professor para o ensino *on-line*. Sobre essa especificidade de práticas de EO, a escolha do ambiente, a tarefa, as tecnologias, as estratégias são elaboradas e acompanhadas pelo professor ou a equipe que efetivará as práticas. E é importante ressaltar que não basta ter a tarefa perfeita sem um ambiente que ofereça condições para o seu desenvolvimento. Nesse sentido, vamos ao encontro do que defende Bairral (2020) ao definir design não o resumindo a apenas uma tarefa, mas como:

(...) um sistema amplo, vivo e articulado, um ecossistema de ensino e de aprendizagem. Por mais que uma tarefa esteja bem planejada se não houver um ambiente interativo de seu aceite, de pertencimento autêntico e de sua transformação, os silêncios, os distanciamentos e as aversões para aprender *on-line* continuarão. (BAIRRAL, 2020, p. 198)

Compreender conceitos como EAD, EO, AVA, interação, design, influenciou nosso olhar acerca do processo de ensino e aprendizagem *on-line*, possibilitando enxergar potencialidades em configurações de práticas de EO, por favorecer o trabalho em grupo de professores e alunos, permitir diferentes caminhos na resolução de tarefas, requerer a organização de um ambiente *on-line* que favoreça a construção do conhecimento e a combinação de conhecimentos de todos os envolvidos.

O design didático em um ambiente *on-line* não é composto apenas da tarefa, a mesma é importante, no entanto, outros elementos como as estratégias assumidas pelo professor na mediação podem fazer com que os silêncios, distanciamentos, a sensação de pertencimento ou não sejam evitados ou potencializados. E esses elementos (tarefas, estratégias, interações) do design precisam ser pensados a depender do ambiente virtual ou AVA, da dinâmica *on-line* ou híbrida (presencial e *on-line*), e do perfil dos alunos que farão parte desse ecossistema de ensino e aprendizagem.

Para Bairral (2018) a tarefa é uma peça que constitui uma atividade formativa (tarefa+interação+colaboração), em que a mesma se refere ao 'exercício' a ser feito, enquanto que a atividade refere-se ao aceite e a efetivação dessa tarefa, ou seja, o caminhar. No entanto, o autor alerta que oferecer opções variadas de comunicação não é garantia de um processo interativo. Para o autor "a tipologia das tarefas constitui elemento formativo importante no ambiente virtual, à medida que funcionada como articuladora dos diferentes aspectos do conhecimento matemático" (BAIRRAL, 2018, p. 43).

No contexto da Modelagem Matemática voltada para o ensino, a tarefa estimula "a colaboração e interação entre os alunos, professor e objetos investigados" (MENEZES, 2009). O termo 'tarefa' para Silva e Oliveira (2012) é entendido como similar ao termo 'atividade'. Dessa forma, as autoras destacam que é necessário a organização de um ambiente que contenha uma situação-problema e um planejamento da aula e de estratégias para sua condução. Já para Prado, Silva e Santana (2013) 'tarefa de Modelagem Matemática' é entendida como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a investigar matematicamente situações com referência na realidade.

Partindo do que foi discutido, entendemos que o desenvolvimento da tarefa de Modelagem Matemática figura como uma atividade formativa (tarefa+interação+colaboração), implementada de forma inteiramente *on-line* e síncrona neste artigo, na qual a tarefa é apresentada como proposta/convite de investigação de uma situação-problema, com potencial de deflagrar interações e trabalho colaborativo.

METODOLOGIA

A tarefa de Modelagem Matemática analisada foi a ‘Estação de Bombeamento’ desenvolvida com licenciandos do curso de Matemática no segundo semestre de 2018. A sessão aconteceu no VMTcG e durou em média duas horas. Nesse ambiente *on-line* os estudantes podiam interagir nos espaços de interação quadro branco, GeoGebra e chat. A coordenação de interações dos estudantes no quadro branco e GeoGebra se dava por meio de mensagens trocadas no chat.

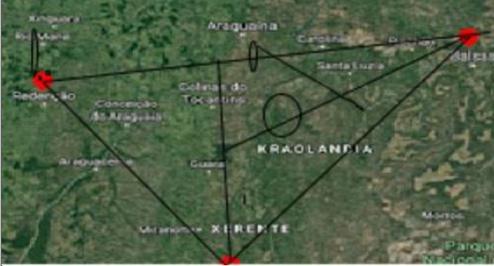
Sobre o tipo de pesquisa, entendemos esse estudo qualitativo como sendo uma pesquisa do tipo intervenção pedagógica (DAMIANI et al., 2013). Os dados analisados foram produzidos pelos estudantes (identificados pelos pseudônimos: João, Cris e Marta) na sessão da tarefa ‘Estação de Bombeamento’ no VMTcG – materializados no *chat* da sessão e nas construções realizadas no quadro branco e no GeoGebra – e reconhecidos por meio de observações e anotações em um diário de pesquisa, possibilitando posterior análise tanto das observações quanto dos registros guardados na sala do VMTcG.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A tarefa ‘Estação de Bombeamento’ foi elaborada pelo primeiro autor, sendo planejada para que os estudantes trabalhassem os conceitos de mediatrizes e circuncentro. O objetivo dos estudantes era localizar onde poderia ser construída uma estação de bombeamento a partir de três cidades numa determinada região, motivados pela seguinte tarefa: Tarefa Estação de Bombeamento: Os proprietários de um oleoduto planejam construir uma estação de bombeamento para transportar óleo para três clientes em três cidades. Na tentativa de minimizar o custo de construção das linhas da estação de bombeamento até os clientes eles desejam localizar a estação de bombeamento em uma determinada região em que as distâncias das

idades dos clientes até a estação sejam as mesmas. No mapa abaixo estão localizadas as cidades dos três clientes. Se vocês fossem responsáveis pelo projeto da construção dessa estação de bombeamento, como encontrariam a localização ideal dessa região para construí-la? Analisem e proponham uma possibilidade”, ver marcações no mapa e alguns diálogos no Quadro 1.

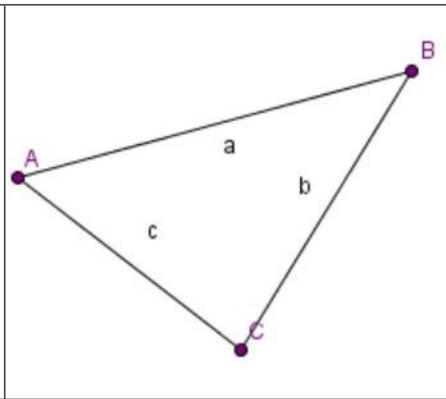
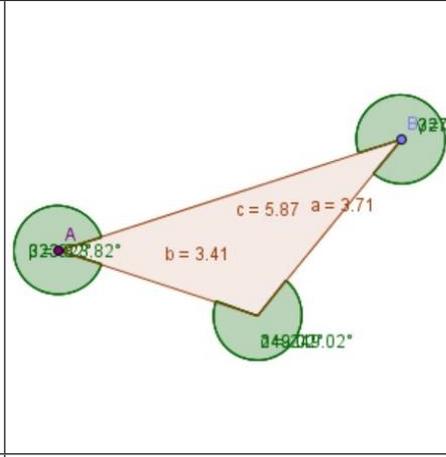
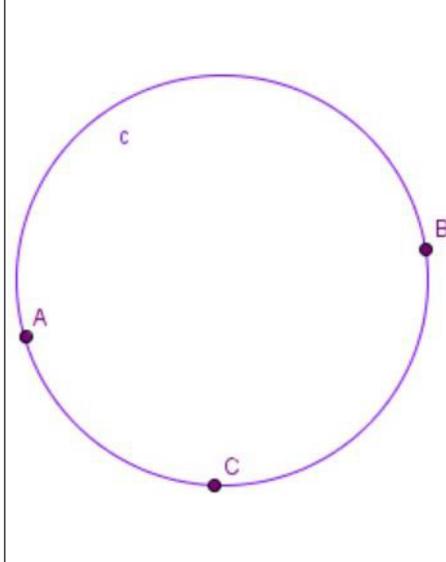
Quadro 1: Marcações no mapa

| | |
|---|---|
|  | <p><i>Cris (15:24:16): localizaria a estação no meio dos três?</i> <i>Cris (15:24:39): dá pra ver</i> <i>mediador (15:24:54): boa ideia! onde seria?</i> <i>João (15:25:44): Poderia usar circunferência para achar um ponto em comum?</i> <i>Cris construiu uma circunferência próxima a Kraolandia</i> <i>Cris (15:25:56): estou tentando 'amarrar' kkk</i> <i>Cris (15:26:14): não fica</i> <i>mediador (15:26:36): querem construir a circunferência aqui ou na aba do GeoGebra?</i> <i>Cris tentou construir algo em volta da circunferência</i> <i>Cris (15:26:54): aqui?</i> <i>Cris apontou para a circunferência feita</i> <i>Marta (15:27:07): também acho</i> <i>mediador (15:27:13): aqui no quadro branco?</i> <i>João (15:27:29): acho que no GeoGebra é melhor</i> <i>Marta (15:27:37): GeoGebra é mais complicado, na minha humilde opinião kkk</i> <i>Marta traçou segmentos ligando as três cidades e segmentos saindo de dois vértices da área triangular</i></p> |
|---|---|

Fonte: autores (2021)

A abordagem da tarefa na aba quadro branco e as dificuldades que as participantes Cris e Marta enfrentaram na busca por precisão do local onde seria construída a estação, fez com que o mediador questionasse se não seria melhor tentar fazer essas construções no GeoGebra. Essa proposição foi aceita por João, no entanto, Marta concordou com Cris em continuar na aba quadro branco. A opção de Cris e a justificativa de Marta para continuar no quadro branco refletem a pouca experiência de ambas com o GeoGebra. Mas, auxiliada pelo mediador e incentivada por João, Marta iniciou construções na aba GeoGebra, como apresentadas no Quadro 2.

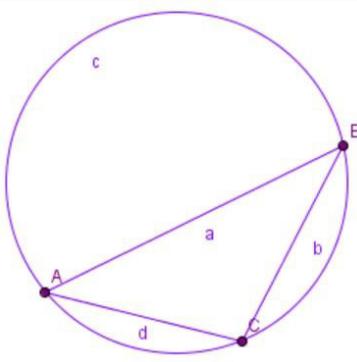
Quadro 2: Construções de Marta

| | |
|--|--|
| <p>mediador (15:27:38): vejam que temos duas abas: quadro branco e GeoGebra Marta (15:27:56): sim mediador (15:32:41): quem começa? mediador (15:34:12): João? Marta? mediador (15:34:25): Cris? Cris (15:34:37): oi Cris (15:34:37): travo João (15:35:16): pode começar Marta Marta (15:35:24): kkk Marta (15:35:31): vou tentar mediador (15:36:41): vejam que tem a mãozinha, o "take control" (pegue o controle)</p> |  |
| <p>mediador (15:38:52): o que você está querendo construir Marta? Marta (15:41:59): estou querendo apagar no momento mediador (15:43:22): Cris sabe como apagar? Marta (15:43:41): já consegui apagar mediador (15:44:50): agora o que está querendo fazer? Marta (15:45:49): tentando colocar os pontos que representam as cidades mediador (15:47:42): tente usar o ícone (sexto) da circunferência mediador (15:48:01): lá você tem várias formas de construir uma mediador (15:49:45): achou? mediador (15:50:20): veja, fica logo abaixo de "tools"</p> |  |
| <p>Marta (15:50:36): sim Marta (15:44:50): tá difícil João (15:50:50): Minha internet está horrível João (15:51:00): horrível mediador (15:53:05): cliquem lá no ícone e vejam as opções Cris (15:53:18): consegui voltar Marta (15:53:44): várias opções mediador (15:53:58): lá no sexto ícone (da circunferência) qual delas podemos usar? João (15:55:12): opa Marta (15:55:57): sinceramente não sei, estou em dúvida mediador (15:56:08): estamos analisando qual modo de construir uma circunferência mediador (15:57:09): Marta está construindo uma circunferência por 3 pontos Marta (15:57:23): sim mediador (15:57:27): um bom caminho</p> |  |

Fonte: autores (2021)

Marta foi protagonista nas construções da aba GeoGebra, os outros estudantes não apareceram tanto no chat pela instabilidade da conexão de internet. Cris não conseguiu mais ficar on-line, mas João conseguiu estabilidade em sua conexão e começou a interagir a partir da construção de Marta, como apresentado no Quadro 3.

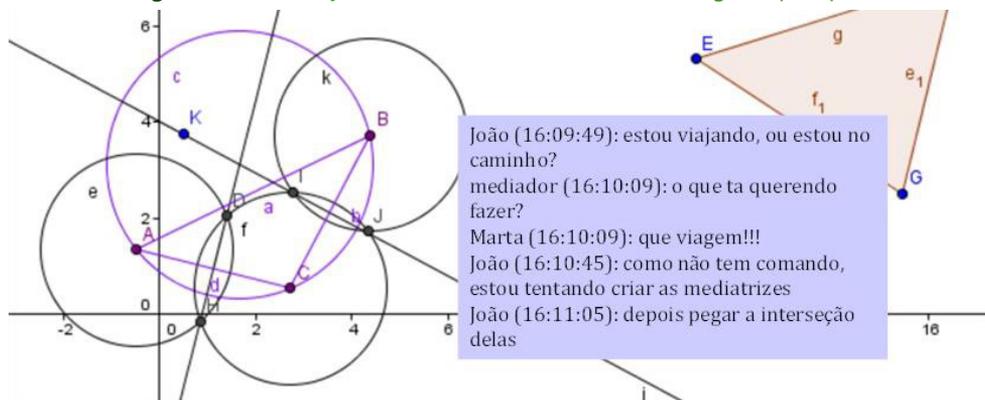
Quadro 3: Interações de João a partir da construção de Marta

| | |
|---|---|
|  | <p>mediador (15:58:49): qual o próximo passo? João (15:59:10): acho que voltei Marta (15:59:14): não sei kkk João (15:59:28): achar a mediatriz, seria um bom passo? João (15:59:53): e depois marcar a interseção entre elas? Marta (15:59:58): quer tentar João? João (16:00:04): posso tentar João (16:01:29): Professor mediador (16:01:34): oi João (16:01:59): Nesse GeoGebra não tem a opção de escrever o comando, não? mediador (16:02:19): acho que não João (16:02:54): agora tenho que achar outra maneira de encontra a mediatriz mediador (16:03:59): no segundo ou terceiro ícone não teria a possibilidade?</p> |
|---|---|

Fonte: autores (2021)

A aba do GeoGebra tinha ferramentas que João poderia ter usado para encontrar as mediatrizes, porém, de maneira surpreendente João seguiu passos de construções geométricas mais tradicionais, e posteriormente buscou apoio do grupo para validar o que tinha feito, como mostra a Figura 1.

Figura 1: Construção das mediatrizes e de um triângulo qualquer

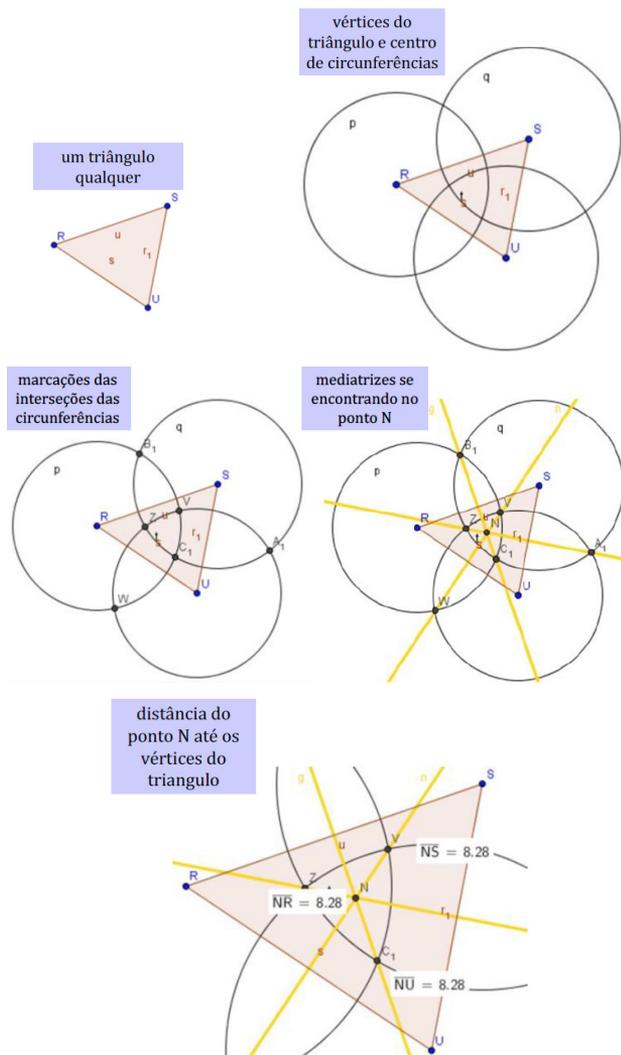


Fonte: autores (2021)

Em alguns momentos na aba GeoGebra, era necessário aumentar ou diminuir a escala para encontrar as construções dos outros participantes. No caso das construções de João, a área que ele usou para fazê-las não estava visível para o mediador e para Marta. Assim, quando o mediador mexeu conseguiu visualizar as construções.

Como João não conseguiu organizar sua última construção, mesmo com a ajuda do mediador que tentando deixar menos poluído o espaço do GeoGebra apagou algumas construções, o participante resolveu fazer outra construção, dessa vez de forma mais organizada, como na Figura 2.

Figura 2: Passo a passo da construção de João



Fonte: autores (2021)

Posteriormente a construção da Figura 2, Marta (16:59:48) pontuou que ‘seria bom a gente estudar a teoria pra entender melhor a questão’. Esse desabafo seguiu-se da explicação de João acerca da construção sugerindo a resposta da tarefa.

João (17:00:01): esse seria meu pensamento

João (17:00:19): apareceu o desenho que construí com as mediatrizes amarela?

João (17:02:14): a distância do ponto N que é a interseção das mediatrizes amarelas

João (17:02:39): até os 3 vértices é a mesma

João (17:03:42): logo, seria uma boa região para criar a estação.

A proposta da tarefa ‘Estação de Bombeamento’ estimulou a construção conjunta de conhecimento a partir do objetivo de localizar a construção de uma estação de bombeamento segundo a distância de três cidades, o que favoreceu interações nas quais o mediador e os estudantes puderam problematizar o contexto do enunciado a partir de objetos matemáticos (Característica 3; SOUZA e BAIRRAL, 2016).

No contato inicial do mediador identificamos que o mediador adotou uma condução da sessão mais livre deixando os participantes se posicionarem sobre o que fariam sem apontar caminhos, potencializando a comunicação síncrona e interativa (Característica 2; SOUZA e BAIRRAL, 2016).

Os participantes começaram a propor alternativas com marcações no mapa postado na aba quadro branco. Cris começou a rabiscar o mapa, traçando formas na área interna das três cidades, reforçando a hipótese de que a estação de bombeamento seria construída no meio delas. João, propôs usar circunferências para achar um ponto em comum, no entanto, não deu maiores esclarecimentos sobre como isso poderia ser feito. E Marta, justificando a hipótese de Cris, construiu uma área triangular com as cidades como vértices, e traçou segmentos de retas saindo de dois vértices da área triangular que se tocavam internamente a essa área.

Essas interações entre Marta, João e Cris sugerem evidências de que o design construído para o desenvolvimento da tarefa ‘Estação de Bombeamento’ no VMTcG constitui uma ambiência na qual os saberes dos estudantes foram construídos em processo contínuo de comunicação no qual se negociou e tomou decisões para encaminhamentos da situação-problema investigada (Característica 4; SOUZA e BAIRRAL, 2016).

Essas interações ressaltam um potencial imaginativo e de proposição de abordagens que a tarefa 'Estação de Bombeamento' no ambiente VMTcG cativou nos participantes. Ao propor soluções para a situação-problema, e isso sendo possível por estarem motivados a encontrar uma solução, os participantes expressaram suas propostas de diferentes formas: proposta textual (João), proposta pictórica e textual (Cris), e proposta pictórica (Marta). As propostas pictóricas surgiram em meio a dificuldades das participantes Cris e Marta de usar as ferramentas da aba GeoGebra.

A condução da sessão adotada pelo mediador favoreceu a hipertextualidade e a multimodalidade discursiva, na medida que no processo comunicativo os estudantes expressaram suas conjecturas por texto, construções estáticas no mapa do quadro branco, e construções dinâmicas no GeoGebra (Característica 1; SOUZA e BAIRRAL, 2016).

Os passos observados nas construções de Marta sugerem que ela estava tentando encontrar o ponto notável daquela área triangular, no entanto, a imprecisão das ferramentas da aba quadro branco não permitiu que ela avançasse. Nenhum conceito matemático foi expresso textualmente por Marta, mas a organização de sua construção apontou indícios matemáticos sobre sua proposta de resolução.

A liberdade identificada na forma de conduzir a sessão do mediador em certo ponto promoveu o surgimento de conjecturas, e em outro ponto impediu que as conjecturas emergidas fossem aprofundadas, já que ao ter diferentes conjecturas (ideia de Cris justificada pela construção de Marta, e ideia de João sem justificção), ao invés de instigar o embate entre elas, o mediador seguiu a proposta de João ponderando pela construção da circunferência na aba quadro branco ou na aba GeoGebra. Assim, ao deixá-los por conta própria estimulou o surgimento de conjecturas para abordar a situação-problema, no entanto, essa mesma liberdade privou oportunidades dos participantes de argumentar e convencer uns aos outros sobre mudar para o GeoGebra ou não.

Todavia, essa é uma interpretação que fazemos como pesquisadores observando essa sessão no VMTcG de fora, com possibilidades de avaliar a posteriori possibilidades de caminhos, o que não é permitindo ao mediador no calor do momento em que as interações estão acontecendo. E dessa forma, entendemos a opção do mediador, já que a imprevisibilidade trazida pelo abrir mão do controle exigiu dele decidir por um caminho mais frutífero para o desenrolar da sessão, e ao perceber as dificuldades das participantes Cris e Marta nas construções com as ferramentas não tão precisas

da aba quadro branco, o mediador direcionou os participantes a construírem na aba GeoGebra.

A participante Marta, com a ausência de Cris, e com as dificuldades no manuseio das ferramentas não se sentiu mais motivada em levar a frente sua proposta iniciada na aba quadro branco, mas mesmo assim, em alguns momentos nos quais as interações estavam entre o mediador e João no *chat*, a participante fez várias construções praticando o que aprendeu com o mediador, e reconhecendo, mesmo sem total domínio, conteúdos matemáticos necessários para a construção do modelo matemático.

Com a instabilidade de conexão dos participantes alguns bugs no VMTcG aconteceram, não sincronizando o que João construiu com o que o mediador e Marta estavam observando no GeoGebra, causando uma diferença de tempo, o famoso *delay* comumente observado nos jornais em entradas ao vivo de correspondentes que estão em lugares distantes. Quando não eram problemas referentes a essa atualização síncrona, eram referentes a escala adotada no GeoGebra por cada interlocutor, requerendo que eles passassem o cursor sobre a tela aumentando ou diminuindo a escala para encontrar as construções que estavam sendo feitas.

A conjunção de ideias dos participantes, resultou em design construído para o desenvolvimento da tarefa favoreceu conexões lúdicas e incentivou navegações críticas, criativas e autorais (Característica 5; SOUZA e BAIRRAL, 2016).

Considerando a definição de tarefa de Modelagem Matemática assumida neste artigo, entendemos que o desenvolvimento da tarefa 'Estação de Bombeamento' no VMTcG figurou como uma atividade formativa (tarefa+interação+colaboração) *on-line* e síncrona, na medida que os estudantes aceitaram o convite de investigar uma situação-problema. Em grupo, estudantes e mediador formaram uma parceria no uso de conteúdos matemáticos que resultou na generalização circuncentro, ou seja, os estudantes e o mediador conseguiram capturar a estrutura essencial de uma situação-problema, resultando em um modelo matemático que permitiu ao grupo inferir respostas para o enunciado dessa situação-problema.

Nesse cenário destacamos alguns aspectos do desenvolvimento da tarefa 'Estação de Bombeamento': as mediatrizes e o circuncentro não foram indicados no comando da situação-problema; não foi indicado como os estudantes deveriam conduzir a investigação, pois as ideias foram discutidas, avaliadas, negociadas, aceitas, recusadas pelo grupo; havia possibilidades de desenvolver diferentes estratégias de resolução, como testar outros

pontos notáveis do triângulo, a depender da condução do mediador; havia possibilidades de traçar diferentes opções de estratégias, resolução e solução, como trazer conceitos de mediana, baricentro, entre outros, a depender da condução do mediador; o controle das interações não esteve centrado no mediador, oportunizando aos estudantes apresentarem e defenderem seus posicionamentos, bem como, contestarem argumentos do mediador.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta seção encaminhamos o texto para os momentos finais retomando o objetivo que elencamos, que foi analisar interações emergidas no desenvolvimento síncrono de uma tarefa de Modelagem Matemática em um ambiente *on-line*. Para explicar sobre esse objetivo retomamos características da dinâmica do processo de Modelagem Matemática consideradas para a elaboração e desenvolvimento da tarefa de Modelagem Matemática de forma síncrona no ambiente *on-line* VMTcG: o início do processo com situações-problema, referenciados na semirealidade ou na realidade dos alunos; trabalho em grupo, alunos e professores sendo parceiros no processo de ensino e aprendizagem; a generalização de informações da situação-problema investigada; e o modelo matemático, como síntese das escolhas e estratégias traçadas para alcançá-lo.

A generalização de informações da situação-problema investigada aconteceu quando os estudantes rabiscaram no mapa no quadro branco e quando eles migraram para construir objetos e formas no GeoGebra. Observamos que na tarefa Estação de Bombeamento elementos do contexto do enunciado foram lidos no GeoGebra como objetos da Geometria Plana, gerando ao final uma construção que dentro do desenvolvimento das tarefas repercutiu como modelo matemático possibilitando repostas para solucionar a situação-problema investigada. Assim, os estudantes buscaram entender e se apropriar do contexto da situações-problema e conseguiram por meio das construções de objetos matemáticos – como triângulo, mediatrizes e o circuncentro – abstrair compreensões que os levaram a solucionar a situação-problema.

O modelo matemático resultante desse processo, diferentemente do que comumente vemos como produto de atividades de Modelagem Matemática, foram os objetos matemáticos e a formas construídas no GeoGebra, na medida que reconhecemos as construções do ponto notável circuncentro como sendo uma captura dos estudantes da estrutura essencial

da situação-problema envolvendo o local da construção de uma estação de bombeamento.

É importante ressaltar que na relação estabelecida entre estudantes e mediador nesses momentos do desenvolvimento das tarefas evidenciou-se uma parceria assumida entre eles em que as interações dos estudantes eram amplificadas ou contraídas pelas interações do mediador.

O quadro branco serviu como apoio para postagem da tarefa e discussão de primeiras ideias, o *chat* colaborou nas discussões, reflexões, negociações juntamente com o GeoGebra, no qual as construções em seu espaço permitiram que os estudantes embasassem suas conjecturas. A condução do mediador permitiu autonomia dos estudantes na tomada de decisões e nos direcionamentos para construção do modelo matemático e das respostas derivadas dele, configurando um enquadramento mais fraco do mediador não centrando a comunicação dialógica nele e sim nos estudantes e favorecendo o trabalho colaborativo.

Dessa forma, as características da dinâmica do processo de Modelagem Matemática juntamente com as interações em um AVA de Souza e Bairral (2016) promovidas nos espaços de interações do VMTcG (quadro branco, GeoGebra e *chat*), constituíram um ecossistema de ensino e aprendizagem em que identificamos interações entre: o mediador e os estudantes, estudantes e estudantes, mediador e VMTcG, estudantes e VMTcG, mediador-estudantes e conteúdos matemáticos, conteúdos matemáticos e o VMTcG.

Em meio a pandemia do novo Coronavírus e de demandas diversas para os professores ensinarem matemática remotamente pesquisas como a que apresentamos são relevantes por permitir discutir uma tarefa de Modelagem Matemática desenvolvida de forma síncrona em um ambiente *on-line* que potencializou interações e processos de ensino e de aprendizagem colaborativo e crítico, sendo mais uma opção a ser considerada quando professores e alunos são privados de interagir presencialmente.

REFERÊNCIAS

BAIRRAL, M. A. **Discurso, interação e aprendizagem matemática em ambientes virtuais a distância**. 2. ed. Rio de Janeiro: Edur, 2018.

BAIRRAL, M. A. Algumas postagens para sair provisoriamente do ambiente, mas para potencializar a educação online. In: BAIRRAL, M. A. (Org.). **Ambiências e**

redes online: interações para ensino, pesquisa e formação docente. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. (p. 197-207).

BARBOSA, J. C. **Modelagem Matemática:** concepções e experiências de futuros professores. 2001. 253f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Rio Claro – SP, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Temas e modelos.** Campinas – SP: UFABC, 2012

MENEZES, R. O. **Modelagem matemática e tratamento do erro no processo de ensino-aprendizagem das equações diferenciais ordinárias.** 2009. 180f. Dissertação (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas). Instituto de Educação Matemática e Científica da Universidade Federal do Pará, Belém – PA, 2009

BURAK, D. Modelagem Matemática e a sala de aula. In ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 01, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

BUSTAMANTE, J. E. G. **Modelagem matemática na modalidade online:** Análise segundo a teoria da atividade. 213f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro – SP, 2016.

COSTA, P. O. **Educação on-line na Universidade:** o processo de ensinar e aprender cálculo na era das tecnologias digitais. 145f. Dissertação (Mestrado Ciências Humanas). Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia – MG, 2010.

DAMIANI, M. F.; ROCHEFORT, R. S.; CASTRO, R. F.; DARIZ, M. R.; PINHEIRO, S. N. S. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. **Cadernos de Educação** (45), 57-67. 2013.

FERREIRA, C. R. **Modelagem matemática na Educação Matemática:** contribuições e desafios à Formação Continuada de professores na modalidade Educação à Distância Online. 101f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa – PR, 2010.

FREJD, P.; BERGSTEN, C. Professional modellers' conceptions of the notion of mathematical modelling: ideas for education. **ZDM Mathematics Education**, 50, 117-127. 2018.

MALHEIROS, A. P. dos S. **Educação Matemática online**: a elaboração de projetos de Modelagem. 2008, 187f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Rio Claro – SP, 2008.

MENEZES, R. O. Mapeamento em Dissertações e Teses de Atividades de Modelagem Matemática Desenvolvidas na Modalidade a Distância. In: REUNIÃO NACIONAL ANPED, 39, 2019; Niterói-RJ. **Anais...** Niterói – RJ: ANPED, 2019. p. 1-4.

MENEZES, R. O. Formação inicial do professor que ensina matemática: proposta de um modelo de ensino online e síncrono no ambiente. In: BAIRRAL, M. A. (Org.). **Ambiências e redes online**: interações para ensino, pesquisa e formação docente. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2020. (p. 137-152).

MERCADO, L. Integração de mídias nos espaços de aprendizagem. **Em aberto**, 22(79), 17-44, 2009.

PEREIRA, R. S. G. **A educação a distância e a formação continuada de professores de matemática**: contribuições de um contexto formativo para a base de conhecimento docente. 2015, 219f. Tese (Doutorando em Educação Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho". Presidente Prudente – SP, 2015.

PRADO, A. S.; SILVA, L. A.; SANTANA, T. S. Uma Análise Bernsteiniana de Tarefas de Modelagem Matemática no Caso 1. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE

MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 8, 2013; Santa Maria – RS, **Anais...** Rio Grande do Sul: SBEM, 2013. p. 1-12 CD-ROM.

SANTANA, T. **Avaliação discente de um curso de modelagem matemática à distância**. 2010, 122f. Dissertação (Mestrado Ensino, Filosofia e História das Ciências). Universidade Federal da Bahia e Universidade Estadual de Feira de Santana, Salvador – BA, 2010.

SILVA, L.A. da; OLIVEIRA, A. M. P de. A tensão da elaboração da situação-problema no planejamento do ambiente de modelagem matemática. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 2012; Petrópolis – RJ, **Anais...** Rio de Janeiro: SBEM, 2012, p. 1-21.

SOUZA, R., M., DE; BAIRRAL, M. A. Acessar ou Interagir? Uma Análise em Disciplinas da Licenciatura em Matemática no Cederj. **EAD em Foco**, 6(3), 39-49, 2016.