

OS NÚMEROS RACIONAIS À LUZ DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA: AVALIAÇÃO DO LIVRO DIDÁTICO

Vanessa da Silva Alves ¹
Priscila Cícera Santos Silva ²

RESUMO

O presente artigo teve por objetivo avaliar como é feita a apresentação do número racional no livro didático do sexto ano do Ensino Fundamental utilizado na maioria das escolas da rede pública municipal de Arapiraca – AL a partir do olhar da teoria dos registros de representações semióticas. Foi realizada uma pesquisa bibliográfica de cunho qualitativo, ancorada, dentre outros, nos pressupostos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) e na Teoria dos Registros de Representações Semióticas, por meio da qual foi realizada a avaliação do livro didático. Os resultados mostram que, quanto às representações, houve uma diversidade na exploração, deixando a desejar ao que compete às representações algébrica e gráfica. Com relação aos tratamentos, é relevante sua presença, principalmente na utilização das representações fracionária e decimal. No caso das conversões, verifica-se que algumas são apresentadas, porém é priorizado apenas um dos dois sentidos de conversão, havendo a necessidade de uma maior articulação das representações utilizando ambos os sentidos das conversões. Espera-se que este trabalho possa contribuir para o desenvolvimento de outras pesquisas na área, nortear o trabalho de avaliação e escolha do livro didático e proporcionar uma reflexão por parte dos autores de livros didáticos, visando uma reflexão no modo como os conteúdos matemáticos são apresentados.

Palavras-chave: Representação Semiótica, Números Racionais, Livro Didático.

A RELEVÂNCIA DO LIVRO DIDÁTICO NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DOS NÚMEROS RACIONAIS

Em função do contínuo desenvolvimento social e tecnológico, as demandas educacionais estão sofrendo alterações e a preocupação com relação ao ensino de Matemática, principalmente com o que diz respeito à abordagem significativa dos diversos conteúdos disciplinares, visando à apropriação dos mesmos, está sendo cada vez mais discutida. Machado (2011) reitera que os conteúdos matemáticos são um caminho para o desenvolvimento de

¹ Mestra pelo Curso de Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Alagoas - UFAL, vanessa.alves@arapiraca.ufal.br;

² Graduada pelo Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas - UFAL, priscila.santospri@hotmail.com.

diversas competências, dentre as quais, pode-se destacar: “capacidade de expressão pessoal, de compreensão de fenômenos, de argumentação consistente, de tomada de decisões conscientes e refletidas, de problematização e enraizamento dos conteúdos estudados em diferentes contextos e de imaginação de situações novas” (MACHADO, 2011, p.189).

Dentre as competências enfatizadas por Machado (2011), atentamos para o “enraizamento dos conteúdos estudados em diferentes contextos”, em outras palavras, é necessário o estudo do conteúdo matemático a partir de diversas situações para possibilitar que o aluno se aproprie do conteúdo estudado. Para tanto, compreende-se, consoante ao que é proposto por Duval (2009), a necessidade da abordagem de diversas representações de um mesmo objeto matemático.

Buscando entender o funcionamento cognitivo do indivíduo, para a aprendizagem Matemática, Duval destaca as representações semióticas como uma ferramenta de suma importância no processo de ensino e a aprendizagem, pois segundo ele, “não é possível estudar os fenômenos relativos ao conhecimento sem se recorrer à noção de representação” (DUVAL, 2009, p. 29). Muitas são as razões pelas quais justifica-se a importância das representações semióticas, dentre elas, destaca-se o fato dos objetos matemáticos não poderem ser manuseados de modo concreto, fazendo-se necessário representá-los e assim sendo, as alternativas de tratamento sobre os objetos matemáticos se articulam por meio de um sistema de representação, um exemplo claro são as operações de cálculo.

Corroborando com a proposta de Duval, Silva (2013) destaca a importância de reconhecer e compreender os diversos tipos de representação, e defende que,

[...] reconhecer a diferença entre o objeto representado e os seus registros de representação impede que dois registros de representações diferentes de um mesmo objeto sejam considerados como sendo dois objetos diferentes ou, então, que dois registros de representação de dois objetos distintos sejam considerados de um mesmo objeto por apresentarem seus conteúdos parecidos (SILVA, 2013, p.36).

Vale ressaltar que é necessário realizar a distinção entre os vários registros de representação, pois ao distingui-los tem-se a possibilidade de fazer a separação dos dois tipos de transformação que compõe a atividade matemática, são elas: os tratamentos e as conversões e, segundo Duval:

Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. A conversão

é, ao contrário, uma transformação que faz passar de um registro a um outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua (2009, p.39).

Em outras palavras, um tratamento é uma transformação de representação que se faz internamente a um sistema. Para que fique claro, tomemos o exemplo do cálculo da seguinte expressão: $0,4 + 3,5 = 3,9$. Tem-se um exemplo de um tratamento feito com os números racionais na forma decimal. Observe que o número resultante da expressão continua sendo um número decimal, portanto a forma de representação foi mantida.

Já no caso da conversão, diferentemente do tratamento, transforma-se o registro de representação de um objeto em um registro de outro tipo, ou seja, é uma transformação externa, onde seu ponto de chegada é diferente do seu ponto de partida. Por exemplo, tome a expressão $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 0,5 + 0,25 = 0,75$ e observe que ao se calcular, primeiramente, realizamos uma conversão de registro dos números racionais na representação fracionária para a representação decimal e depois fizemos a soma, tendo como ponto de chegada um tipo de registro diferente do ponto de partida, visto que, inicialmente se tinha a representação fracionária e posteriormente, ao final dos cálculos, a representação decimal.

Ao converter um registro de representação de um objeto em um novo registro, modifica-se uma representação à outra equivalente, porém pertencente a um sistema semiótico diferente. Dessa forma, “a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos” (DUVAL, 2009, p.63). E no caso dos números racionais não é diferente, portanto se faz necessário buscar ferramentas que auxiliem na superação dos obstáculos existentes, pois o grau de dificuldade que o aluno poderá encontrar para realizar uma transformação vai depender de qual registro de partida se tem e qual registro de chegada se deseja obter. Por exemplo, a dificuldade que o aluno encontrará para fazer a conversão da representação $\frac{1}{4}$, registro fracionário, para a representação 0,25, registro decimal, é diferente da dificuldade encontrada na conversão feita no sentido contrário. Portanto, é necessário que se fique atento ao ensinar um único sentido de conversão, visto que, ao se fazer uma conversão em um sentido não há garantias de que o aluno consiga realizar a conversão no sentido contrário. Por isso é importante mobilizar diferentes registros de um mesmo objeto para acessá-lo e articular a variedade de representações nos dois sentido de conversão, para que se reconheça como representações do mesmo número racional, e assim não ocorra confusão entre o objeto e sua representação. Andrade defende que “[...] ensinar números racionais perpassa pelo trabalho com suas diferentes representações e articulação entre

elas [...] e que ao utilizar diferentes registros de representação desses números, exigir-se-ão tratamentos bem distintos” (ANDRADE, 2016, p.33-34).

E quando o conteúdo em questão é o número racional, nota-se a relevância da apropriação desse objeto matemático não só para a aprendizagem dos demais conteúdos da matemática, mas também para a solução de situações presentes no cotidiano dos alunos, tais como, o manuseio de dinheiro, a compreensão dos marcadores de combustível dos carros, a execução correta de receitas culinárias, dentre outras, conforme destacado nos Parâmetros Curriculares Nacionais ao considerar que o aluno precisa saber “utilizar os diferentes significados e representações dos números naturais, inteiros, racionais e das operações envolvendo esses números, para resolver problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 1998, p.76).

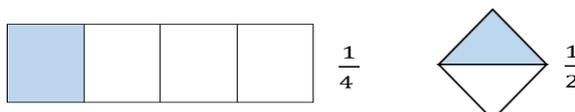
Para tanto, é necessário ter o conhecimento dos tipos de registros de representação do número racional que, Segundo Silva, Santiago e Santos (2014), são: representação na língua natural; representação figural; representação simbólica numérico (representação fracionária e representação decimal); representação algébrica; e representação gráfica - considerando a reta numérica.

A representação fracionária corresponde aos números racionais representados na forma de fração, de acordo com Silveira “dois números naturais a e b , com $b \neq 0$, quando escritos na forma $\frac{a}{b}$, representam uma fração, em que: b (denominador) indica em quantas partes iguais o inteiro foi dividido e a (numerador) indica quantas dessas partes foram tomadas” (SILVEIRA, 2015, p.128). Tomamos como exemplos: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{13}{2}$, etc.

A representação simbólica decimal compreende os números racionais na sua forma decimal, nesse domínio estão os números não inteiros compostos por vírgulas e “formados por uma parte inteira e outra parte decimal, sendo que os números que estão do lado esquerdo da vírgula compõem a parte inteira, e os que estão à direita representam a parte decimal” (RIBEIRO, 2018). Por exemplo temos: 1,4; 2,7; 8,9; etc.

A representação figural envolve as situações de partições de grandezas em partes iguais, onde podemos utilizar para representar um número racional, conforme fig.1.

Figura 1: representação figural



Fonte: autoria própria

No caso da representação na língua natural, “esse registro está associado diretamente ao vocabulário que é intrínseco a cada cultura e permite ao sujeito, que se utiliza adequadamente dele, expressar-se ou comunicar-se corretamente” (SILVA, 2014, p. 1489). Com relação aos números racionais, tomamos como exemplo: um doze avos, dois décimos, etc.

Segundo Andrade, “o número racional pode ser representado algebricamente, com $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$ com a e $b \in \mathbb{Z}$ ” (ANDRADE, 2016, p. 41). Assim, um exemplo da representação algébrica pode ser: $\frac{1}{2} = \frac{x}{4}$, ou seja, $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$.

A reta numérica é considerada como a representação gráfica, em que os números racionais correspondem a pontos na reta. A semelhança com a régua utilizada em sala de aula, muito comum para os alunos, é uma das várias características favoráveis à utilização da reta numérica, além do mais, ao usarmos a reta para representar $\frac{1}{2}$, por exemplo, o aluno percebe que o ponto está exatamente no meio entre o 0 e o 1, e que ao expandir o número de partições feitas entre 0 e 1, o aluno percebe as demais frações (terços, quintos, etc.). Além disso, usando a representação gráfica oferece a oportunidade ao aluno de construir a noção de fração como um número, não somente como parte-todo ou denominador e numerador. Por exemplo: $\frac{3}{2}$ é um número entre o 1 e o 2.

Vale ressaltar que Silva faz um lembrete muito importante quando defende que,

O modo como os números racionais são abordados nas pesquisas e nos livros didáticos, em que as frações são representados por figuras geométricas, em geral de dimensão 2, circular ou retangular, fazendo uma analogia com a pizza ou com a barra de chocolate respectivamente, difere totalmente do modo de representar a fração por meio de reta numérica ou graduada, que, por sua vez, é pouco explorada nas pesquisas, nos livros didáticos e por nós, professores (SILVA, 2008, p. 53).

Porém, o ensino dos números racionais não é um trabalho simples pelo fato de ser permeado por diversos obstáculos e “uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com ideias construídas para os números naturais” (BRASIL, 1998, p. 101), dentre as quais podemos destacar: o fato de que “cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias: por exemplo, $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$ são diferentes representações de um mesmo número” (BRASIL, 1997, p. 67), o fato que os números racionais “assumem diferentes significados nos diversos contextos: relação parte/todo, divisão e razão” (BRASIL, 1998, p.102), dentre outros. Assim, a abordagem que o livro didático oferece desse conteúdo deverá

contemplar o leque de possibilidades quanto aos tipos de registros de representação, seus respectivos tratamentos e conversões para auxiliar o aluno a se apropriar desse objeto matemático.

E diante desse desafio, o livro didático passa a assumir um papel de destaque, visto que, salvo algumas exceções, ele representa o principal material utilizado em sala de aula. Pois, no processo de ensino e aprendizagem “[...] ao professor cabe apresentar condições facilitadoras no processo ensino-aprendizagem; ao aprendiz compete a disposição para aprender e, ao material instrucional, ser potencialmente significativo” (SOUZA, 2013, p.70).

O livro didático é “um instrumento impresso, intencionalmente estruturado para se inscrever num processo de aprendizagem, com o fim de melhorar a eficácia” (FRISON, 2009) e o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) tem como objetivo analisar e disponibilizar livros didáticos para atividades pedagógicas, de modo organizado, periódico e gratuito às escolas públicas cadastradas no censo escolar. Vale lembrar que inicialmente, no desenvolvimento do PNLD, não existia a atuação dos professores na escolha do livro a ser trabalhados em sala de aula e após sua participação foi perceptível a elevação na qualidade dos livros didáticos adquiridos, visto que “podemos afirmar que, a partir de então, a qualidade didático-pedagógico dos livros didáticos distribuída pelo Ministério passou a ser relevante” (MANTOVANI, 2009, p.33).

Logo no início do Guia de livros didáticos, para a disciplina de matemática de 2017, ao se fazer um apanhado sobre a matemática nos dias atuais, já se relata que representações simbólicas estão dentro dos modelos matemáticos e mais, que a diversidade de representações simbólicas é um ponto importantíssimo da matemática, visto que,

Língua natural, linguagem simbólica, desenhos, gráficos, tabelas, diagramas, imagens gráficas, entre outros, desempenham papel central, tanto na representação dos conceitos, relações e procedimentos, quanto na própria formação desses conteúdos” (BRASIL, 2017, p.9).

O conceito de número racional é apresentado para os alunos já nos anos iniciais, conforme proposto pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), expandindo seus conhecimentos com a apresentação das representações fracionária e decimal, no qual o aluno, segundo o guia de livros didáticos de 2017 para os anos finais do Ensino Fundamental para a disciplina de matemática enfatiza que, “por meio do estudo de frações equivalentes e da representação decimal, passam a conviver com números que admitem múltiplas representações,

as quais devem ser propriamente selecionadas para diferentes finalidades” (BRASIL, 2017, p.11).

Se por um lado, tem-se o professor e o aluno como os grandes protagonistas da aprendizagem, por outro, o livro didático apresenta mais um componente importante no processo de ensino e aprendizagem, o seu autor, que também passa a fazer parte do diálogo na metodologia do ensino e aprendizagem. De acordo com PNLD (2017), “o livro é portador de escolhas sobre: o saber a ser estudado (a matemática); os métodos adotados para que os estudantes consigam aprendê-lo mais eficazmente; a organização curricular ao longo dos anos de escolaridade” (BRASIL, 2017, p.13), deixando claro o quanto é importante a escolha de um livro didático de qualidade.

Apesar de o livro didático sofrer duras críticas quanto ao processo de escolha e qualidade, por parte de alguns autores, como Zúñiga (2007) que destaca o distanciamento entre o que está exposto dentro das orientações curriculares em desenvolvimento e os livros didáticos, ainda assim, muitos são os autores que enfatizam a importância do livro mesmo diante das dificuldades existentes. Entre vários outros autores que salientam a relevância do livro didático podemos destacar Mantovani, por acreditar que “sem sombra de dúvidas, o livro didático, mesmo interpretado como um objeto cultural que gera polêmicas e recebe críticas de muitos setores da sociedade, ainda é considerado um instrumento de ensino fundamental no processo de escolarização” (MANTOVANI, 2009, p.20).

Além disso, o próprio Mantovani alerta que a desvalorização dos livros está atrelada à forma como o livro é usado, pois, segundo o autor “o livro didático é por vezes desvalorizado e, geralmente, essa desvalorização está relacionado ao imediatismo de seu uso” (MANTOVANI, 2009, p.17), ou seja, tem-se que se levar em conta que o modo como o material é utilizado em sala pelo professor é um ponto importantíssimo na qualificação do livro.

Nessa perspectiva, o livro didático assume uma função importante na prática pedagógica, visto que nele contém os conteúdos sistematizados a serem trabalhados diariamente em sala de aula, sendo uma ferramenta de suporte para o professor e o aluno, identificando segundo Zúñiga “o papel do livro didático como mediador entre certo tipo de currículo e o aluno” (ZÚÑIGA, 2007, p.69).

Com relação aos professores, existe tanto aqueles que têm o livro didático como somente um apoio para suas aulas, mas que não abre mão de seu uso, como também aqueles que o tem como o único material a ser trabalhado em sala. Conforme os PCN, devido às dificuldades enfrentadas pelos professores tanto na sua formação quanto na disponibilidade de recursos a serem usados em sala de aula, “os professores apoiam-se quase exclusivamente nos livros

didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória” (BRASIL, 1998, p.22). Para Mantovani não resta dúvidas quanta importância do livro didático na participação da melhoria na qualidade de ensino, pois para ele, “sem dúvida, colocar nas mãos do professor um livro de qualidade é um grande passo para a melhoria do ensino” (MANTOVANI, 2009, p.80).

Contudo, é necessário um olhar mais atento quanto à importância do livro didático para a educação matemática, visto que, apesar de ser um material tradicional, que recebe várias críticas quanto à sua qualidade, ainda é um material muito usado como apoio pelos professores e pelos alunos e tem sua parcela de contribuição para o processo de ensino e aprendizagem. Vale ressaltar ainda que, um dos caminhos para a superação dos obstáculos existentes com relação ao livro didático são os debates, apresentação de pontos de vista, argumentação e pesquisas que contribuam para a divulgação desse tema relevante.

Entendo a importância da aprendizagem dos números racionais para os alunos, enxergando o livro didático como uma ferramenta que ocupa uma posição de destaque no processo de ensino e aprendizagem e a relevância da Teoria dos Registros de Representações Semióticas, a partir da discussão da diversidade das representações, tratamentos e conversões do objeto matemático para as apropriações feitas pelos alunos, o objetivo deste trabalho consiste em avaliar como é feita a apresentação do número racional no livro didático do sexto ano do Ensino Fundamental utilizado na maioria das escolas da rede pública do município de Arapiraca, em Alagoas.

A avaliação realizada pretende responder os seguintes questionamentos: Quais representações são abordadas na apresentação do conteúdo números racionais? Como são apresentados os tratamentos dentro de uma representação? Existe articulação entre as diversas representações? As conversões propostas contemplam um único sentido ou os dois?

A pesquisa configura-se do tipo bibliográfica de cunho qualitativo e concretizou-se por meio da avaliação do livro mais utilizados na rede de ensino escolhida.

Espera-se que este trabalho possa contribuir para o desenvolvimento de outras pesquisas na área, nortear o trabalho de avaliação e escolha do livro didático e proporcionar uma reflexão por parte dos autores de livros didáticos, visando uma reflexão no modo como os conteúdos matemáticos são apresentados.

METODOLOGIA

O presente artigo é fruto de uma pesquisa do tipo bibliográfica e de cunho qualitativo, desenvolvida a partir da análise de trabalhos, documentos e o avaliação do

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br

livro didático mais utilizado nas turmas do sexto ano do Ensino Fundamental das escolas da rede municipal de ensino de Arapiraca – AL. O livro avaliado foi escolhido a partir do Programa Nacional do Livro e Material Didático (PNLD) do ano de 2017, para ser utilizado no triênio 2017 – 2018 – 2019.

O processo de desenvolvimento do trabalho envolveu estudos de pesquisas fundamentadas na Teoria dos Registros de Representações Semióticas, abordagem do guia do livro didático do PNLD - 2017, assim como dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e análise de livro didático, caracterizando assim o trabalho como sendo uma pesquisa de cunho bibliográfica, pois “é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2002, p. 44).

A pesquisa iniciou pela escolha do objeto matemático a ser estudado, sendo os números racionais o objeto em questão, por entender a importância do ensino e da aprendizagem desse conteúdo, bem como sua aplicabilidade e relevância na subsequência de assuntos posteriores nas diversas áreas, corroborando com a compreensão de Alves (2012), ao destacar que:

Não compreender a conceituação de números racionais e as várias formas de representação do mesmo – fracionária, decimal, fração decimal, figural e a língua natural – pode acarretar em frustrações na aprendizagem de diversos outros conceitos matemáticos, na incapacidade de se resolver problemas dessa área nos quais os números racionais aparecem como dados da questão, e na aprendizagem de disciplinas afins, tais como geografia, ciência, física, química (ALVES, 2012, p. 16).

A escolha da investigação para o livro didático do sexto ano ocorreu por se compreender que, sendo o sexto ano a porta de entrada em um modelo de ensino mais complexo para o aluno, visto que ele deixa de ter um único professor transmitindo conhecimento para passar a ter vários professores, um para cada disciplina, “é nessa etapa que muitas lacunas na aprendizagem de matemática se manifestam” (ALVES, 2012, p. 16) e o livro didático passa a assumir um papel de maior destaque, como uma ferramenta relevante para o processo de ensino e aprendizagem.

A escolha da coleção a ser avaliada percorreu um longo caminho, visto que a proposta inicial consistia em avaliar as duas coleções escolhidas através do PNLD. Porém, quando esse dado foi solicitado à secretaria de educação do município de Arapiraca não obtivemos resposta. Então, fizemos uma outra tentativa, desta vez junto às escolas do município, e mais uma vez a solicitação não foi respondida por inteiro, pois as escolas procuradas só souberam informar a coleção que estava sendo utilizada, ficando uma lacuna quanto à segunda coleção informada no PNLD.

Em virtude da problemática existente quanto às informações das coleções de livro didático, a pesquisa tomou um novo rumo, e decidimos avaliar somente o livro do sexto da ano da coleção “Praticando Matemática” dos autores Álvaro Andrini e Maria José Vasconcelos, Editora do Brasil, referente ao Ensino Fundamental de Matemática do 6º ao 9º ano, pois era a coleção que estava sendo utilizada nas escolas.

Pautada no referencial teórico escolhido, a avaliação foi iniciada. Inicialmente, foi feita uma breve leitura no livro didático, estabelecendo um primeiro contato com a coleção, seu autor e sua abordagem quanto às representações de um número racional. Posteriormente, com uma leitura mais precisa foi possível observar sua abordagem quanto aos tratamentos e às conversões apresentadas no livro didático.

Durante o processo de avaliação, o levantamento de alguns questionamentos foram pertinentes, tais como: Quais representações são abordadas na apresentação do conteúdo números racionais? Como são apresentados os tratamentos dentro de uma representação? Existe articulação entre as diversas representações? As conversões propostas contemplam um único sentido ou os dois?, conduzindo o trabalho por um viés qualitativo que, segundo Silva,

Pesquisa qualitativa: considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. (SILVA, 2005, p. 20).

A avaliação considerou também que ao longo de todo o processo de ensino e aprendizagem, tanto os exercícios propostos em sala, quanto os solicitados para casa são constantes na vida dos alunos e desempenham um papel importante na apropriação dos conceitos, em virtude disso as questões disponibilizadas pelo livro didático escolhido também foram analisadas e sendo seus dados tabulados. Tornando assim a pesquisa também de cunho quantitativo, que “considera que tudo pode ser quantificável, o que significa traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las” (SILVA, 2005, p.20).

A avaliação do livro didático foi realizada a partir da análise da apresentação do conteúdo, dos exemplos expostos e dos exercícios propostos buscando identificar as diversas representações, os tratamentos e as conversões efetuadas referentes aos números racionais. Os tipos de representações consideradas foram: língua natural, figural, fracionária, decimal, algébrica e gráfica, entendendo esta última como sendo a reta numérica.

O livro didático avaliado tem as seguintes características: os conteúdos são distribuídos em unidades, e estas em itens; os conteúdos são introduzidos com exemplos, sendo esses

exemplos o ponto de partida para a conceituação propriamente dita; ao final de cada item são propostos alguns exercícios, e no final de cada unidade encontram-se seções com testes sobre o conteúdo intituladas: Revisando, Desafios e Autoavaliação; no final do livro há sugestões de livros e sites, bem como as referências bibliográficas, moldes e malhas para as atividades, e por fim as respostas das atividades propostas nas unidades.

O livro avaliado é dividido em quatorze unidades, sendo os números racionais apresentados explicitamente nas unidades onze e doze, nas quais foi concentrada a atenção para o desenvolvimento deste trabalho.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A avaliação do livro didático foi realizada a partir do olhar da Teoria dos Registros de Representações Semióticas e as unidades 11, intitulada por Frações e 12, Números decimais, foram o foco do trabalho. O percurso da avaliação foi o seguinte: identificação dos tipos de representações dos números racionais, dos tratamentos e das conversões propostas pelos autores; análise quanto aos tipos de tratamentos e conversões efetuados e propostos no livro didático; avaliação do material sob o olhar da Teoria dos registros de Representações Semióticas.

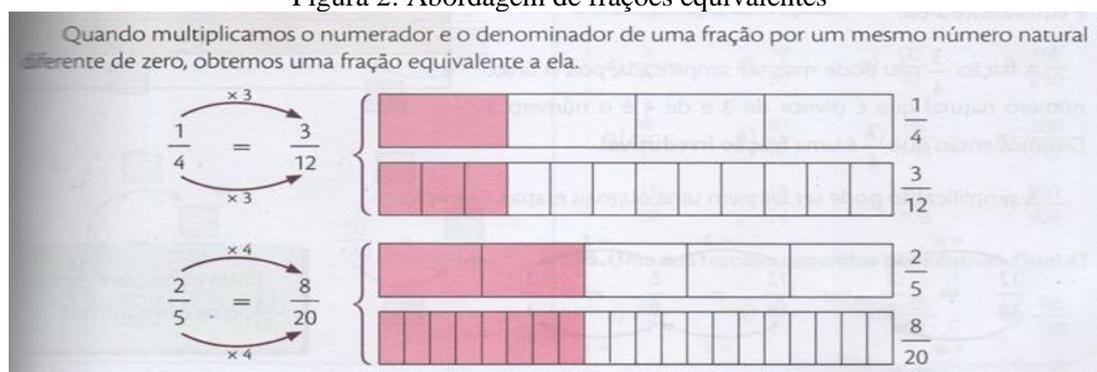
Na unidade 11 – Frações, o livro apresenta os seguintes itens: inteiro e parte do inteiro; frações de uma quantidade; números mistos e frações impróprias; frações equivalentes; comparação de frações; operações com frações – adição e subtração de frações com denominadores iguais, adição e subtração de frações com denominadores diferentes e multiplicação envolvendo frações; inversa de uma fração; potenciação e raiz quadrada de frações.

Dentro do primeiro item da unidade 11 as representações usadas foram a fracionária, a figural e a língua natural. Existindo apenas a conversão em um único sentido, de figural para fracionária. Durante a apresentação da forma como se lê uma fração são usadas as representações fracionária e língua natural, sendo a conversão feita mais uma vez em um único sentido, de fracionária para língua natural.

Na introdução dos conteúdos números mistos e frações impróprias foram usados nos exemplos abordados as representações fracionárias, língua natural e figural. Atenta-se para o fato da conversão da representação fracionária para a língua natural serem sempre no sentido único de conversão, contrapondo-se ao que está proposto por Durval (2009), Silva (2013) e Brasil (1998).

Para exemplificar frações equivalentes o autor fez uso de barras de chocolates, aproximando a barra de chocolate da representação figural e posteriormente para a representação fracionária, fazendo a conversão no sentido único, partindo da representação figural para a fracionária. Para que possa obter uma fração equivalente os autores utilizam em dois tipos de representações (fracionária e figural) o tratamento como uma ferramenta facilitadora para que se possa chegar a várias frações equivalentes, veja na fig. 2:

Figura 2: Abordagem de frações equivalentes

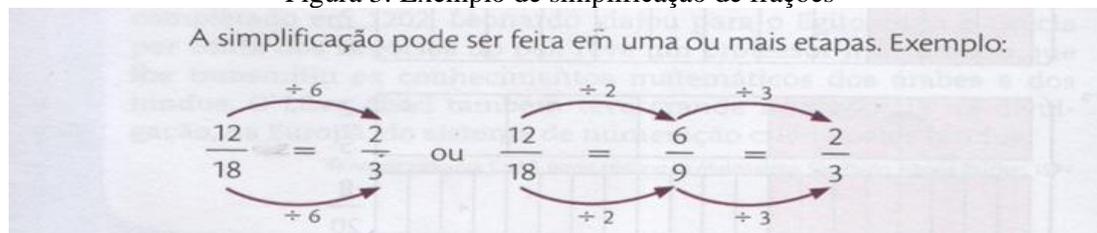


Fonte: Andrini; Vasconcelos (2015, p. 185)

Observe que na figura foi apresentado primeiro a fração (representação fracionária), em seguida foi realizado o tratamento, chegando a uma fração equivalente. Depois, foi realizada a conversão da representação fracionária para a representação figural das frações equivalentes obtidas.

A fig. 3 exemplifica como o livro didático apresenta a simplificação de frações:

Figura 3: Exemplo de simplificação de frações



Fonte: Andrini; Vasconcelos (2015, p. 186)

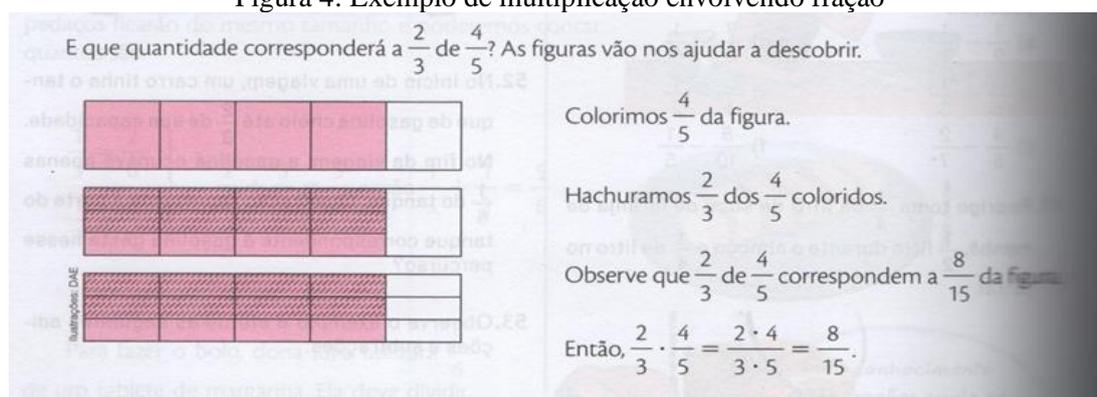
Nota-se que é posta a representação fracionária, o tratamento é feito até que se chegue à fração irredutível e em seguida é apresentada a representação figural da fração inicial e da fração irredutível, ressaltando ainda nesse item que o tratamento pode ser realizado em mais de uma etapa.

Assim, como no item quatro, o item cinco – comparação de frações, é trabalhado com as representações fracionária e figural, onde essas representações são convertidas de uma

representação para outra em um único sentido, sendo o tratamento na representação figural relevante para que se possa distinguir uma fração maior da menor. E mais uma vez, observa-se a omissão da conversão nos dois sentidos.

Um fato interessante exposto no item seis, operações com frações, é que além do autor apresentar pelo menos um exemplo dentro da realidade do aluno em todos os itens analisados até aqui é notória a contribuição da representação figural para resolução do problema proposto, como exposto na fig. 4, ratificando a importância da diversidade de representações de um objeto matemático para a solucionar questões propostas, Duval (2009).

Figura 4: Exemplo de multiplicação envolvendo fração



Fonte: Andrini; Vasconcelos (2015, p. 194)

Observe que se faz a conversão, partindo da representação figural para representação fracionária e assim recorre-se ao tratamento para a finalização. Vale ressaltar ainda que esse subitem, foi contemplado com a conversão feita nos dois sentidos, tanto da representação fracionária para figural quanto no sentido oposto.

De acordo com a abordagem dos oito itens analisados na unidade 11, verificou-se a presença da atividade de utilização dos tratamentos dentro uma mesma representação. Sendo, dos oito itens observados, sete (88%) utilizam os tratamentos na representação fracionária e dois (25%) utilizam os tratamentos na representação figural, não ocorrendo a presença de tratamentos nas demais representação.

Com relação as conversões, nota-se que dentro dos oito itens analisados, os tipos de conversões presentes na abordagem dos conteúdos estão relacionados com três tipos de conversões diferentes. Sendo verificada a presença das conversões da seguinte forma: em cinco dos itens (63%) a conversão é feita da representação figural para fracionária, a conversão da representação fracionária para figural aparece em cinco (63%) itens e, em dois dos itens (25%) é realizada a conversão da representação fracionária para língua natural.

A avaliação da unidade 11 reflete nas palavras de Silva (2008), pois o autor destacou essa fragilidade no ensino das frações ao abordar esse conteúdo por meio das analogias à pizza ou à barra de chocolate, representadas por círculos ou retângulos divididos em partes iguais e cuja representação na reta numérica é negligenciada, não oferecendo ao aluno a oportunidade de compreender a representação fracionária para além da função parte-todo, dificultando a compreensão da fração enquanto um número que ocupa um determinado lugar na reta numérica. Além disso, se considerarmos que um dos obstáculos para a aprendizagem dos números racionais é o fato de que “cada número racional pode ser representado por diferentes (e infinitas) escritas fracionárias” (BRASIL, 1997, p. 67), a não exploração da representação gráfica poderá fortalecer essa dificuldade do aluno, pois ele não terá a oportunidade de verificar que as frações $\frac{1}{2}$ e $\frac{2}{4}$, por exemplo, representam um mesmo número, pois ocupam o mesmo lugar na reta numérica. Daí a necessidade de se trabalhar as diversas representações e os tratamentos inerentes às mesmas, vistos que estes também são distintos, ANDRADE (2016).

Outro ponto da avaliação da unidade 11 que merece destaque é o fato das conversões serem realizadas em um único sentido, salvo algumas exceções, pois, “a conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil de adquirir para a grande maioria dos alunos” (DUVAL, 2009, p.63), sendo necessário que essas sejam propostas em ambos os sentidos para não ocasionar em uma confusão entre o objeto e suas representações, SILVA (2013).

Na unidade 12 – Números decimais, o livro apresenta os seguintes itens: a notação decimal; números decimais e o registro de medidas; números decimais na forma de fração; comparando números decimais; adição e subtração de números decimais; multiplicando e dividindo por 10, 100, 1000; multiplicação de números decimais; divisão de números naturais com quociente decimal e divisão de números decimais.

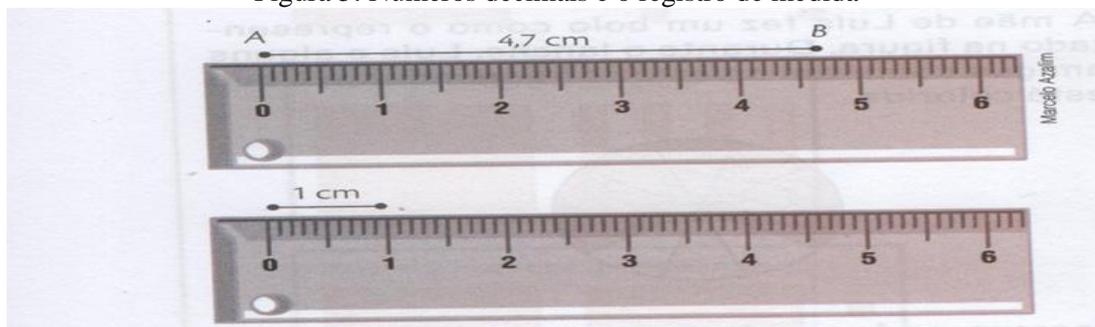
No primeiro item, a notação de número decimal, a explanação do conteúdo volta à noção de fração decimal, enfatizando a importância da retomada de conteúdos para apresentação de um novo. Inicialmente usa a representação fracionária para chegar ao entendimento da representação decimal, fazendo uso da representação figural em alguns momentos. Nota-se a presença das conversões na seguinte ordem: da língua natural para a decimal e depois para a representação fracionária. Posteriormente, por meio de outro exemplo, a conversão também é explorada, porém com outra proposta: da língua natural para a decimal, em seguida para a figural e finaliza na fracionária. Nota-se que em ambos os exemplos as conversões realizadas são em um único sentido, porém, apesar de não preencher a lacuna deixada pela falta de

conversão no sentido inverso, ao contemplar uma diversidade maior de tipos de conversões, possibilita-se a articulação entre os diversos tipos de representação e isso contribui para a assimilação do objeto matemático e a diferenciação entre ele e suas representações.

No subitem intitulado trabalhando com figuras, fica clara a importância da ferramenta da representação figural para a compreensão do conteúdo assim como a relevância da conversão da representação decimal para a língua natural.

No segundo item, números decimais e o registro de medidas, o livro enfatiza a representação gráfica para a resolução da maioria dos exemplos propostos. No primeiro exemplo o autor estabelece relação com algo próximo da realidade do aluno utilizando a régua para medição, exibido na fig. 5, possibilitando ao aluno perceber o número decimal expressado na reta numérica, aproximando a representação decimal da sua realidade. Sendo esse item mais um exemplo da relevância da representação gráfica para o entendimento do objeto matemático, nesse caso os números decimais.

Figura 5: Números decimais e o registro de medida



Fonte: Andrini, Vasconcelos (2015, p. 210)

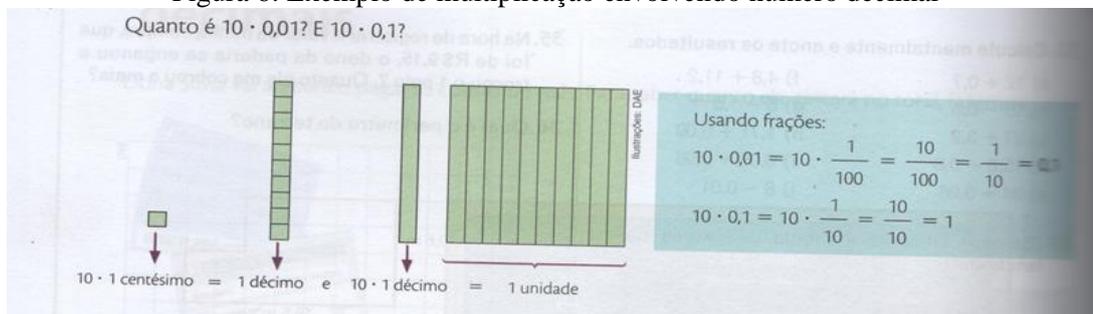
Há dois tipos de conversões realizadas nesse item, sendo feitas em um único sentido, são elas: de representação gráfica para decimal e de representação decimal para fracionária.

Chamamos a atenção para o item três dessa unidade, visto que, quando é feita a conversão da representação decimal para a fracionária, o tratamento é necessário nesse processo, deixando claro para o aluno que a obtenção da conversão só ocorrerá se ele souber realizar o tratamento pertinente.

Os itens quatro e cinco, comparando números decimais e adição e subtração de números decimais, respectivamente, enfatizam os tratamentos com as representações decimal e fracionária, não fazendo uso de conversões, ocorrendo a omissão de uma ferramenta, segundo Durval, de suma importância para o entendimento do objeto matemático.

No sexto item, multiplicando e dividindo por 10, 100, 1000, é valorizada a representação figural e a conversão da representação figural para a decimal e da decimal para a fracionária, conforme pode ser observado na fig. 6:

Figura 6: Exemplo de multiplicação envolvendo número decimal



Fonte: Andrini; Vasconcelos (2015, p. 216)

Outra observação marcante, ainda no sexto item, é a presença significativa dos tratamentos na resolução dos exemplos, tanto para a multiplicação quanto para a divisão dos números racionais por 10, 100, 1000 e assim por diante, visto que, para conseguir explicar a ideia do deslocamento da vírgula os autores recorrem à vários exemplos, utilizando sempre a representação fracionária e os tratamentos.

Nos últimos itens da unidade 12, multiplicação de números decimais; divisão de números naturais com quociente decimal e divisão de números decimais, observa-se a relevante presença dos tratamentos para a apresentação dos conteúdos, não havendo a exploração das conversões.

Diante da análise feita nos nove itens da unidade doze, verificou-se que os tratamentos utilizados na abordagem dos conteúdos estão presentes somente nas representações fracionárias e decimal onde, dos nove itens, cinco (55%) aborda os tratamentos na representação fracionária e quatro (45%) apresenta os tratamentos para a representação decimal.

Observa-se, durante o estudo da unidade 12 que várias conversões foram contempladas, porém, ainda há uma fragilidade pelo fato das conversões serem realizadas sempre em um único sentido.

Outro destaque pode ser atribuído ao fato dos autores terem abordado a representação gráfica, algo que não tinha sido feito na unidade onze. A representação algébrica continuou a não ser contemplada, visto que, nessa etapa de estudo os autores não fazem uso da generalização, ou seja, não é apresentado ao aluno o trabalho com generalização.

Entendo a importância dos exercícios propostos para a aprendizagem, se fez necessário avaliar como as representações são utilizadas nos 151 exercícios propostos, contemplados nas

unidades 11 e 12. Verificou-se que: 25 questões propostas fazem uso da representação figural, a representação fracionária é utilizada em 60 questões, 18 questões contemplam a representação na língua natural, a representação gráfica aparece em somente 2 questões dos exercícios propostos e 46 questões utilizam a representação decimal. A representação algébrica não aparece nos exercícios propostos, o que é compreensível, visto que essa representação não aparece na abordagem dos conteúdos.

No que diz respeito aos tratamentos e conversões é necessário se fazer duas observações na análise das unidades 11 e 12, a primeira é que, com algumas exceções, as conversões aplicadas na abordagem dos conteúdos os autores priorizam a conversão em um único sentido, sendo esse um ponto de alerta, visto que, segundo Durval (2009) é de suma importância o entendimento das conversões nos dois sentidos, para a compreensão do objeto matemático. Por fim, a segunda observação necessária é que na análise das unidades 11 e 12, em nenhum momento os autores utilizam o termo de números racionais para relacionar as representações abordadas ao conjunto dos números racionais. Por exemplo, quando explanado o conteúdo de frações não se deixa claro que as frações é um número racional, deixando uma lacuna quando à correlação da representação e o conjunto ao qual o número pertence.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Entendendo a importância dos números racionais, do livro didático e da relevância da Teoria dos Registros de representação semiótica, o presente trabalho foi realizado com o intuito de verificar de que forma os números racionais estão abordados no livro didático mais utilizado na rede de ensino municipal de Arapiraca – Al. Buscou-se avaliar qual a relação que possuem com os registros de representação semiótica, onde são discutidos a diversidade das representações, tratamentos e conversões do objeto matemático.

A partir da avaliação do livro do sexto ano do ensino fundamental, sendo o livro didático contemplado com duas unidades/capítulos com os conteúdos referentes aos números racionais, é verificada a relação da Teoria de Duval com a abordagem dos conteúdos, pois das representações usadas a fracionária aparece em evidência com 36% de utilização dessa representação nos dezessete itens analisados, com relação as representações decimal e figural aparecem em segunda opção de uso nas duas unidades verificadas, já no caso da representação gráfica e na língua natural seus percentuais de utilização são baixos, indicando um alerta quanto à pouca exploração dessas representações e às possíveis consequências para a aprendizagem dos alunos.

Na análise, verifica-se que apesar do aparecimento das conversões, com algumas exceções, essas foram realizadas em um único sentido. Deixando claro uma fragilidade que poderá acarretar em uma lacuna na aprendizagem do aluno, visto que para a apropriação do objeto matemático é necessário que o aluno consiga diferenciar o objeto matemático das suas representações e a conversão tem um papel fundamental nessa compreensão. Além disso, considerando que os tratamentos necessários para a realização de uma conversão em um sentido não são necessariamente iguais aos tratamentos utilizados para realizar a conversão no sentido oposto, essa prática também poderá gerar uma falsa impressão de compreensão quanto aos tratamentos inerentes aos diversos tipos de representação.

É necessário cuidado com que diz respeito a um dado relevante verificado na avaliação realizada, onde em nenhuma das unidades foi abordado o termo de números racionais para se fazer qualquer associação entre o número apresentado e o conjunto dos números ao qual pertence, deixando transparecer que são locais distintos.

Ao final, entendendo a relevância da Teoria dos Registros de representação semiótica de Durval, é notória a importância da escolha do livro didático, bem como, a utilização de artifícios para suprir as lacunas existentes nesse material, visto que ele é, em vários casos, um dos principais recursos utilizados por professores e alunos. No entanto, é necessário que haja mais divulgação desse entendimento junto a todos que participam do processo de ensino e aprendizagem, para que assim tenha-se um aprendizado significativo.

Por fim, espera-se que esse trabalho sirva de auxílio a demais pesquisadores que utilizem da Teoria dos registros de representação semiótica, ou pesquisem sobre os números racionais, ou mesmo sobre o livro didático.

REFERÊNCIAS

ALVES, V. da S. **A construção do conceito de número racional no sexto ano do ensino fundamental**. 2012. 183 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2012. Disponível em: < <http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/1217/1/A%20constru%C3%A7%C3%A3o%20do%20conceito%20de%20n%C3%BAmero%20racional%20no%20sexto%20ano%20do%20ensino%20fundamental.pdf> >. Acesso em 23 de agosto de 2018.

ANDRADE, K. R. de. **Representações semióticas de números racionais sob o olhar de um grupo de professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental**. 2016. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Instituto de Matemática. – Campo Grande, 2016.

ANDRINI, Á.; VASCONCELOS, M. J. **Praticando matemática**. 2012. 288 f. 3. ed. Renovada, volume 6. São Paulo: Editora do Brasil, 2012.

BRASIL. Ministério da Educação. **Escolha do livro didático**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/pnld/index.php?option=com_content&view=article&id=index.php?option=com_content&view=article&id=13658>. Acesso em 16 de agosto de 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. 1997. 142 f. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acesso em 10 de junho 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática**. 1998. 148 f. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC /SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>>. Acesso em 31 de julho 2018.

BRASIL, Ministério da Educação. **PNLD 2017: matemática – Ensino fundamental anos finais** / Ministério da Educação – Secretária de Educação Básica SEB –Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretária de Educação Básica, 2016. 155 p.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD**. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>>. Acesso em 16 de agosto de 2018.

DUVAL, R. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (Fascículo I). Tradução por Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo. Livraria da Física, 2009.

FRISON, M.D; VIANNA, J; CHAVES, J.M; BERNARDI, F.N. **Livro Didático como Instrumento de Apoio para a Construção de Propostas de Ensino de Ciências Naturais**. 2009. 13 f. Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências. Florianópolis, 2009.

Gil, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 2002. 176 f. 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

MACHADO, N. J. Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua. 2011. 207 f. 6. Ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MANTOVANI, K. P. **O Programa Nacional do Livro Didático – PNLD: Impactos na Qualidade do Ensino Público**. 2009. 126 f. Dissertação (Mestrado em Geografia Humana) – Departamento de geografia, Universidade de São Paulo, Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, São Paulo, 2009.

RIBEIRO, A. G. **Operações com Números Decimais**. 2018. Brasil Escola. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/matematica/operacoes-com-numeros-decimais.htm>>. Acesso em 09 de outubro de 2018.

SILVA, E. L. da; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 2005. 138 f. 4. ed. rev. atual. – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

SILVA, F. A. F. **Significados e Representações dos Números Racionais Abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.** 2013. 154 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) – Departamento de Educação, Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2013.

SILVA, F. A. F.; SANTIAGO, M. M. L.; SANTOS, M. C. dos. **Significados e Representações dos Números Racionais Abordados no Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM.** 2014. Bolema. Rio Claro (SP), v. 28, n. 50, p. 1485-1504, dez. 2014. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/bolema/v28n50/1980-4415-bolema-28-50-1485.pdf>>. Acesso em 25 de julho de 2018.

SILVA, M. C. da. **Reta Graduada: Um registro de representação dos números racionais.** 2008. 123 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2008. Disponível em: <<https://sapientia.pucsp.br/bitstream/handle/11353/1/Marcelo%20Cordeiro%20da%20Silva.pdf>>. Acesso em 25 de julho de 2018.

SILVA, V. P. **Formação dos Conceitos Relativos aos Números Racionais no 6º Ano do Ensino Fundamental: Uma Proposta Experimental.** 2014. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de Uberaba, Minas Gerais, 2014.

SILVEIRA, Ê. **Matemática: compreensão e prática.** 2015. 354 f. 3 ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SOUZA, G. R. de C. **Números racionais: concepções e conhecimento Profissional de professores e as relações com o livro Didático e a prática docente.** 2013. 230 f. Dissertação (mestrado em Educação) – Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Cuiabá, 2013.

ZÚÑIGA, N. O. C. **Uma Análise das Repercussões do Programa Nacional do Livro Didático no Livro Didático de Matemática.** 2007. 183 f. Tese (Doutorado em Educação: Conhecimento e Inclusão Social) - Faculdade de Educação da Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2007.