

## ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ESTUDO DE SEMELHANÇA DE TRIÂNGULOS: RESULTADOS DE UMA INVESTIGAÇÃO-AÇÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Cristiane Fernandes de Souza<sup>1</sup>  
Marcos André José Valcácio<sup>2</sup>  
Wendson César S. do Nascimento<sup>3</sup>  
Luana Cardoso da Silva<sup>4</sup>

### RESUMO

O processo de ensino e aprendizagem da Geometria tornou-se, nas duas últimas décadas, uma das áreas do Ensino da Matemática mais investigadas no âmbito das pesquisas brasileiras. Nessa perspectiva, o presente artigo tem como objetivo principal apresentar os resultados de um projeto de ensino e pesquisa, desenvolvido no ano de 2018, junto a licenciandos do Curso de Licenciatura em Matemática, da Universidade Federal da Paraíba (UFPB/campus IV), pelo Programa de Licenciatura (PROLICEN). Foi aplicado um conjunto de cinco atividades didáticas que evoluíram conhecimentos geométricos estudados nos anos finais do Ensino Fundamental, a saber a Semelhança de Triângulos. O desenvolvimento do projeto foi baseado em estudos sobre as orientações didáticas dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental, textos que tratam do uso de materiais didáticos para o ensino da Matemática, livros que abordam do estudo formal da Geometria Euclidiana Plana, estudada no ensino superior, publicações sobre a teoria da Transposição Didática, além dos trabalhos específicos sobre a Didática da Matemática e Didática da Geometria. Os resultados mostraram que as atividades colaboraram para a construção do conhecimento matemático e o desenvolvimento de uma visão crítica da abordagem do ensino de semelhança de triângulos, por parte dos licenciandos.

**Palavras-chave:** Geometria, Formação de Professores de Matemática, Semelhança de Triângulos, Atividades didáticas.

### INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem da Geometria tornou-se, nas duas últimas décadas, uma das áreas do Ensino da Matemática mais investigadas no âmbito das pesquisas de pós-graduação. Em vários estudos brasileiros, as pesquisas vêm sendo realizadas em diferentes níveis de escolaridade (Educação Infantil, Ensino Fundamental, Ensino Médio e Ensino Superior), envolvendo múltiplos participantes (crianças, adolescentes e adultos), variados

<sup>1</sup> Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, [cristianesouza@dcx.ufpb.br](mailto:cristianesouza@dcx.ufpb.br);

<sup>2</sup> Prof. Ms. do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, [marcos@dcx.ufpb.br](mailto:marcos@dcx.ufpb.br);

<sup>3</sup> Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, [wendson\\_cesar@hotmail.com](mailto:wendson_cesar@hotmail.com);

<sup>4</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal da Paraíba – UFPB, [luanacardoso704@gmail.com](mailto:luanacardoso704@gmail.com);

recursos (livros didáticos, *softwares* educativos, materiais concretos, jogos, etc.) e diferentes desenhos metodológicos (COSTA; SANTOS, 2017).

No entanto, mesmo com os avanços produzidos a partir do desenvolvimento dessas pesquisas no Brasil, poucas mudanças práticas são percebidas em sala de aula, ou seja, a Geometria continua sendo trabalhada de forma tímida pelos professores de Matemática (MANOEL; LORENZATO, 2015). Isso se torna evidente quando olhamos para os resultados das avaliações em larga escala, como o Programme for International Student Assessment (PISA) (OECD, 2015) e o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) (INEP, 2015), nos quais revelam que estudantes da educação de diferentes escolaridades não apresentam bons resultados no que se refere aos conteúdos geométricos.

Dentro dos assuntos abordados no ensino de Geometria, escolhemos como objeto de nossa pesquisa o conteúdo de Semelhança de Triângulos, uma vez que a noção de semelhança está fortemente presente no nosso dia a dia. É por meio do conceito de semelhança que podemos perceber a proporcionalidade existente entre objetos e formas, e deduzir a ampliação e redução de figuras. O estudo de semelhança, a partir de triângulos, é relevante quando passamos a analisar suas propriedades, uma vez que o triângulo, enquanto figura geométrica, é uma das formas mais presentes em nossa vida, dado que todos os outros polígonos com maior número de lados podem ser decompostos nessa figura geométrica. Portanto, estudar semelhança de triângulos vem a contribuir para o desenvolvimento do pensamento geométrico do indivíduo.

A respeito do desenvolvimento do pensamento geométrico, um dos objetivos estabelecidos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), no quarto ciclo, sugere que:

[...] o ensino de matemática deve visar ao desenvolvimento do pensamento geométrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a produzir e analisar transformações e ampliações; reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança (BRASIL, 1998, p. 81-82).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018, p. 271), ao apresentar as finalidades da unidade temática de Geometria que orientam as habilidades a serem desenvolvidas no Ensino Fundamental, destaca que o pensamento geométrico “[...] é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes”. Tais habilidades são fundamentais para a resolução de situações-problema não só na Matemática, mas, também, em outras áreas do conhecimento.

Deste modo, o conteúdo de semelhança de triângulos deve receber uma atenção especial, uma vez que traz contribuições ao processo de ensino e aprendizagem da Geometria, já que esse conteúdo contempla conceitos que são fundamentais na resolução de problemas de Geometria. Além do mais, a compreensão do conceito de semelhança constitui-se como um pré-requisito para o aprofundamento de vários outros conteúdos geométricos.

O fato de o ensino da Geometria possuir grande importância na formação dos alunos do ensino básico reforça a necessidade de ser proporcionada ao futuro professor de Matemática, em sua formação inicial, uma sólida base intelectual e cultural, principalmente num aspecto abrangente, com uma visão diversificada, em que ele possa se apossar dos conceitos geométricos desenvolvendo uma diversidade de habilidades (LEIVAS, 2009).

A relevância desses conhecimentos, por parte do professor como mediador no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é ressaltada pelos PCN (BRASIL, 1998) ao destacar que:

Para desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno, o professor precisa ter um sólido conhecimento dos conceitos e procedimentos dessa área e uma concepção de Matemática como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 1998, p. 36).

Nesse sentido, o presente artigo tem como objetivo principal apresentar os resultados de um projeto de ensino e pesquisa, desenvolvido no ano de 2018, pelo Programa de Licenciatura (PROLICEN), da Universidade Federal da Paraíba (UFPB/*campus* IV). Esse projeto iniciou-se no ano de 2015, e visou levar para a sala de aula, de algumas escolas públicas dos municípios de Rio Tinto/PB e Mamanguape/PB, uma proposta metodológica de atividades de ensino-aprendizagem, com a utilização de diferentes recursos didático-pedagógicos, visando promover ações que valorizassem o Ensino de Geometria na sala de aula dos anos finais do Ensino Fundamental. Com resultados positivos, o projeto se estendeu durante os anos de 2016, 2017 e 2018.

Na proposta elaborada para o projeto de ensino do PROLICEN 2018, diferentemente dos anos de 2015, 2016 e 2017, nos quais buscamos propor e aplicar atividades e sequências didáticas para o ensino-aprendizagem da Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental, utilizando diferentes recursos didático-pedagógicos, nós optamos por ampliar os estudos e aplicação das atividades inserindo, como sujeitos de investigação, os licenciandos do Curso de Matemática da UFPB/*campus* IV. Nosso objetivo com a abrangência do projeto foi proporcionar uma reflexão sobre os conhecimentos geométricos adquiridos na formação de professores de Matemática e sua transposição didática para a Educação Básica, especificamente

(83) 3322.3222

contato@conedu.com.br

www.conedu.com.br

nos anos finais do Ensino Fundamental, buscando assim contribuir tanto para a formação do licenciando no desenvolvimento das competências, atitudes e habilidades, como para a melhoria do processo de ensino-aprendizagem de Geometria das escolas públicas do Vale do Mamanguape/PB.

Para que o projeto fosse desenvolvido no ano de 2018, cumprimos uma programação, que foi dividida por etapas e que faziam parte do cronograma de execução do projeto: (i) Realização de pesquisas bibliográficas para estudos e discussões, que tiveram como objetivo o conhecimento e aprofundamento acerca das propostas e pesquisas realizadas na área de Ensino de Geometria para os anos finais do Ensino Fundamental, os conhecimentos geométricos adquiridos na formação de professores de Matemática e o processo de sua transposição didática para a Educação Básica, especificamente nos anos finais do Ensino Fundamental; (ii) Elaboração das Oficinas Pedagógicas para o ensino-aprendizagem de conceitos geométricos, junto aos licenciandos, bolsista e voluntário, participantes do projeto, sob a orientação da professora coordenadora e do professor-colaborador; (iii) Desenvolvimento das Oficinas Pedagógicas com licenciandos do curso de Matemática da UFPB/*campus* IV; (iv) Avaliação da proposta de ensino-aprendizagem desenvolvida.

Os resultados mostraram que, apesar das dificuldades em meio a aplicação das atividades, foi notório o quanto as atividades colaboraram para a construção do conhecimento matemático e o desenvolvimento de uma visão crítica da abordagem do ensino de semelhança de triângulos, por parte dos licenciandos. Logo, a proposta lançada por meio de atividades contribuiu para a futura prática docente dos participantes e, conseqüentemente, para uma possível melhoria do ensino-aprendizagem da Geometria na Educação Básica.

## **METODOLOGIA**

Neste item descreveremos os procedimentos metodológicos no desenvolvimento do PROLICEN 2018, com a caracterização metodológica da pesquisa e a descrição das atividades realizadas, previstas no cronograma de execução do projeto.

Em linhas gerais, o trabalho desenvolvido nesse projeto de ensino caracterizou-se por uma pesquisa exploratório-descritiva, na qual o processo de coleta de dados enquadra-se na modalidade de pesquisa de campo, com uma abordagem metodológica de natureza qualitativa (FIORENTINI; LORENZATO, 2012).

A pesquisa foi realizada com estudantes do curso de Licenciatura em Matemática da UFPB/*campus* IV. O seu objetivo foi aplicar um conjunto de atividades que evoluíram conhecimentos geométricos estudados nos anos finais do Ensino Fundamental, a saber a

(83) 3322.3222

[contato@conedu.com.br](mailto:contato@conedu.com.br)

[www.conedu.com.br](http://www.conedu.com.br)

Semelhança de Triângulos. A participação dos licenciandos foi de forma voluntária. O convite foi realizado aos licenciandos que se encontravam nos períodos iniciais do curso, bem como os que já cursaram, durante a graduação, o componente curricular Fundamentos de Geometria Euclidiana. A nossa intenção foi diversificar o nosso público alvo, visto que os licenciandos dos períodos iniciais do curso traziam, do ensino básico, seus conhecimentos prévios do conteúdo Semelhança de Triângulos, e os licenciandos que já cursaram a disciplina Fundamentos de Geometria Euclidiana traziam os conhecimentos adquiridos pelo estudo mais aprofundado do referido conteúdo geométrico.

Considerando os objetivos e o processo de coleta de dados e informações da investigação, as ações desenvolvidas caracterizaram-se por uma investigação-ação. A investigação-ação é um processo de pesquisa em que contempla de planejamento, implementação, descrição e avaliação de uma ação para a melhoria da prática (TRIPP, 2005). Assim, buscamos com a participação direta da coordenadora do projeto, do professor colaborador e dos licenciandos (bolsista e voluntário), um trabalho em conjunto com licenciandos do curso de Matemática da UFPB/campus IV, provocar uma reflexão sobre o Ensino de Geometria dos anos finais do Ensino Fundamental, promovendo uma mudança de significados para a abordagem da Semelhança de Triângulos.

Com o objetivo de proporcionar um maior aprofundamento teórico para o trabalho de pesquisa desenvolvido no projeto, foi realizado, na primeira etapa do projeto, um estudo bibliográfico. Para tanto, tomamos como base as orientações didáticas dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), alguns textos que tratam sobre o uso de materiais didáticos para o ensino da Matemática, como Mendes (2009), materiais que tratam do estudo formal da Geometria, estudada no ensino superior, que abordam postulados, axiomas e teoremas que fundamentam a Geometria Euclidiana Plana, como Barbosa (2012), dentre outros. Para fundamentar a aplicação da teoria da Transposição Didática, foi feita uma busca em vários tipos de publicações, tais como: principais revistas de Educação Matemática no Brasil, como o Boletim de Educação Matemática (BOLEMA), Educação Matemática em Foco, Zetetiké, Educação Matemática em Revista (EMR), Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana (EM TEIA); anais de eventos científicos em Educação Matemática, como Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática (LADIMA), Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Congresso Nacional de Educação (CONEDU), dentre outros; e em bases de dados de periódicos científicos, como Scielo e CAPES (buscador Google Acadêmico), disponíveis por meio eletrônico, por um período compreendido entre os anos de 2008 a 2018 (NASCIMENTO; SOUZA, 2018).

Tendo em vista o nosso foco de estudo, o ensino de conceitos geométricos por meio do uso de diferentes recursos didático-pedagógicos em sala de aula, na segunda etapa do projeto baseamos a elaboração das atividades nas orientações dos PCN de Matemática para o Ensino Fundamental (BRASIL, 1998), além dos trabalhos específicos sobre a Didática da Matemática e Didática da Geometria (RÊGO; RÊGO; VIEIRA, 2012; VAN DE WALLE, 2009; PIRES, CURI, CAMPOS, 2000; MATOS; SERRAZINA, 1996), entre outros.

A proposta de atividades elaborada foi aplicada por meio de quatro oficinas pedagógicas. O conjunto das oficinas continha cinco atividades didáticas sequenciais relacionadas ao conteúdo de Semelhança de Triângulos. A primeira oficina contemplou as atividades 1 e 2, enquanto as outras três oficinas contemplaram as outras três atividades, uma em cada oficina subsequente. As oficinas foram realizadas em encontros com duração de duas horas cada um, visando promover a compreensão dos licenciandos acerca das relações existentes entre triângulos semelhantes, bem como dos casos de semelhança de triângulos e das relações métricas no triângulo retângulo. Todas as oficinas foram realizadas no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Ensino de Matemática (LEPEM) da UFPB/campus IV.

A Atividade 1, denominada “Afinidades entre pares de triângulos”, teve como objetivo levar os licenciandos, por meio da sobreposição aleatória de triângulos, a identificar pares de triângulos que possuam medidas de ângulos coincidentes. Desejávamos nessa atividade que os licenciandos compreendessem a congruência dos ângulos correspondentes em triângulos semelhantes.

A Atividade 2, denominada “Como se chamam esses pares de triângulos?”, tinha por objetivo levar os licenciandos a perceberem a congruência dos ângulos correspondentes nos triângulos semelhantes, levando-os a observar, por meio da experimentação, que a igualdade das razões entre os lados de um triângulo encontra-se diretamente relacionada à correspondência entre seus ângulos. Ainda nesta atividade, a obtenção de razões iguais e razões distintas em um mesmo par de triângulos semelhantes teve por objetivo instigar os licenciandos a perceberem que razões iguais só serão obtidas a partir de lados opostos a ângulos congruentes, e desse modo identificarem que dois triângulos semelhantes possuem lados homólogos proporcionais e ângulos correspondentes congruentes.

A Atividade 3, “Casos de ‘Semelhança de Triângulos’” está dividida em duas partes e teve como objetivo levar os licenciandos a identificarem os três casos de semelhança de triângulos. Nessa atividade, os licenciandos precisaram utilizar os instrumentos de desenho geométrico (régua e transferidor) para realizar as observações e fazer conjecturas para chegar aos casos de semelhança de triângulos.

A Atividade 4, denominada “Relações métricas no triângulo retângulo”, também foi dividida em duas partes e teve como objetivo levar os licenciandos à demonstração, por meio da experimentação, das principais relações métricas no triângulo retângulo. Os recursos utilizados para a realização dessa atividade foram a régua e o transferidor.

A Atividade 5, “Analisando livros didáticos de Matemática do 9º ano (8ª série) do Ensino Fundamental”, teve como objetivo principal analisar como o conteúdo “Semelhança de Triângulos” é apresentado em diferentes livros didáticos, identificando a forma de abordagem deste conteúdo em livros do 9º ano do Ensino Fundamental. Para este propósito, utilizamos alguns livros disponíveis no Laboratório de Ensino e Pesquisa em Ensino de Matemática (LEPEM) da UFPB/*campus* IV.

Após o término das atividades, foi entregue uma folha com um espaço reservado para que os licenciandos pudessem escrever suas impressões, reflexões e conclusões a respeito da abordagem proposta nas nossas atividades, bem como a contribuição das atividades para a sua formação, como futuro professor de Matemática, ou seja, fazer a avaliação das atividades propostas.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

As atividades foram iniciadas por meio de procedimentos simples de observação e manipulação de triângulos, seguida de ideias que possibilitaram aos licenciandos formularem conceitos e validar resultados encontrados. Para a realização dessas atividades os licenciandos deviam apresentar um conhecimento prévio relacionado ao conceito de proporcionalidade, uma vez que o conteúdo abordado necessita de uma noção adequada desse conceito. Com relação aos elementos geométricos, os licenciandos necessitaram estar cientes do significado de ponto, reta, paralelismo e noção de ângulos em geral.

As oficinas foram realizadas nos meses de outubro, novembro e dezembro. O longo período para a realização das oficinas se deu pelo fato de que a UFPB está com o calendário acadêmico diferente do calendário civil, e entre os meses de outubro e novembro ocorreu a mudança de semestre letivo (2018.1 para 2018.2), o que ocasionou uma pausa de mais de duas semanas, incluindo as semanas de avaliações e recesso acadêmico .

A Oficina 1 ocorreu na segunda semana de outubro de 2018, contando com a presença de cinco licenciandos. Para esta oficina estavam programadas a aplicação das atividades 1 e 2, no entanto, como não houve tempo suficiente para a conclusão das duas atividades propostas, tivemos que mudar a proposta inicial e realizar parte da Atividade 2 em outro dia.

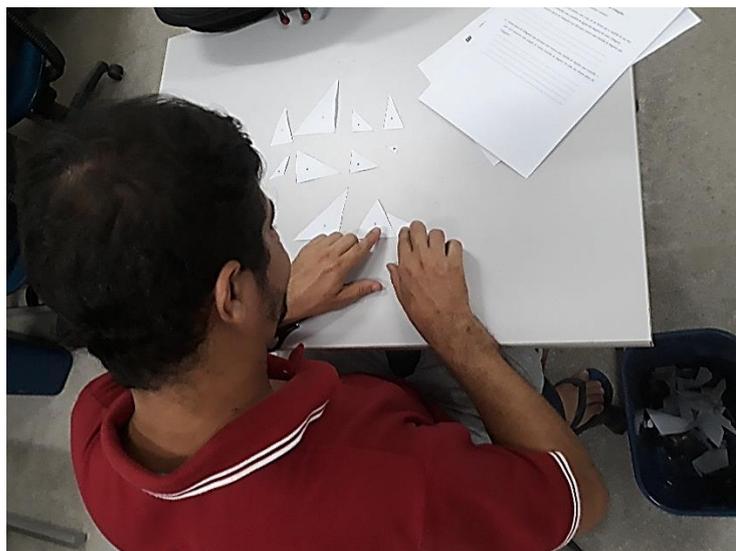
Após a pausa entre os semestres letivos, retomamos as atividades em novembro de 2018 para que assim concluíssemos a Atividade 2. No entanto, tivemos um aumento do número de licenciandos participantes, que passou para dezesseis, dos quais doze eram novatos e quatro já haviam participado do primeiro dia de oficina. Por sugestão da professora coordenadora do projeto, utilizamos os quatro licenciandos que já haviam participado da primeira atividade para atuarem como “monitores” e auxiliarem o restante dos participantes na realização da Atividade 1 e de parte da Atividade 2, para que houvesse um nivelamento e todos pudessem caminhar juntos a partir do mesmo ponto. Desse modo, também não foi possível concluirmos as duas atividades nesse dia, sendo necessário marcarmos um outro para a conclusão dessa oficina.

No início de dezembro de 2018 finalizamos a atividade 2, concluindo assim a primeira oficina.

Na Atividade 1, os licenciandos deveriam sobrepor os triângulos recortados de modo que a medida de um dos ângulos de um triângulo coincida com a medida de algum dos ângulos de outro triângulo. Para a realização dessa atividade foi entregue a cada aluno uma folha contendo doze triângulos de tamanhos variados, que deveriam ser recortados para que possam ser sobrepostos.

Seguindo o roteiro dessa atividade, os licenciandos começaram a cortar os triângulos presentes na folha em anexo para serem sobrepostos e assim serem encontrados os pares de triângulos semelhantes. Dos doze triângulos presentes na atividade apenas cinco pares de triângulos semelhantes poderiam ser formados, sendo eles um par de triângulos isósceles-acutângulo, um par escaleno-acutângulo, um par isósceles-obtusângulo, um par escaleno-obtusângulo e um par de triângulos retângulos, os outros dois triângulos restantes, sendo eles um triângulo escaleno-obtusângulo e um triângulo equilátero, que foram colocados propositalmente para avaliar a capacidade investigativa dos licenciandos. Durante a execução da atividade, no tocante à sobreposição dos triângulos, percebemos que alguns licenciandos ao invés de colocarem os triângulos uns sobre os outros para verificarem a coincidência de seus ângulos, começaram a colocar um ao lado do outro de modo que seus lados se tocavam, como mostra a Figura 1, apontando assim para uma dificuldade na interpretação do termo sobreposição.

Figura 1 – Aluno A, tentando a sobreposição dos triângulos



Fonte: Arquivo pessoal dos autores

Apenas onze licenciandos identificaram os cinco pares de triângulos. O restante colocou como resposta “seis”, considerando os outros dois triângulos, que foram colocados intencionalmente, como um par de triângulos semelhantes, possivelmente por acharem que havia obrigatoriedade de os doze formarem pares entre si.

Com relação à Atividade 2, os licenciandos deveriam determinar as medidas dos lados e dos ângulos de cada um dos doze triângulos recortados na primeira atividade e em seguida preencher uma tabela com informações referentes a essas medidas dos lados e dos ângulos de cada triângulo. A partir do preenchimento dessa tabela os licenciandos seriam levados a observar em cada par de triângulos que foi agrupado na Atividade 1, o que ocorre com as medidas dos três ângulos. Sequencialmente preencheriam uma segunda tabela composta por três colunas, onde na primeira deveria ser descrito os pares de triângulos identificados na primeira atividade, na segunda as razões entre as medidas dos lados correspondentes, que estão opostos aos ângulos congruos, em cada par de triângulos agrupados, e na terceira as razões entre as medidas dos lados de cada par de triângulos de forma aleatória. Para a realização dessa atividade, os licenciandos utilizariam régua e transferidor para determinar, respectivamente, as medidas dos lados e dos ângulos de cada triângulo.

Todos os licenciandos apresentaram muita dificuldade em manusear o transferidor para estabelecer as medidas dos ângulos de cada triângulo, alguns na verdade nunca nem haviam o utilizado antes. Desse modo, tivemos que parar um pouco a atividade para podermos ensiná-los a utilizar corretamente esse instrumento.

Após realizarem as medidas dos lados e dos ângulos de cada triângulo, os licenciandos preencheram a tabela 1 com tais informações e perceberam que as medidas dos ângulos de cada par de triângulos agrupados na atividade 1 eram iguais. Em seguida foram levados a preencher a tabela 2 com a razão entre os lados dos pares de triângulos, percebendo que a razão entre os lados correspondentes dos triângulos era igual, enquanto que a razão realizada entre lados aleatórios era diferente.

Ao final da Atividade 2, os licenciandos conseguiram perceber que dois triângulos são semelhantes quando apresentam ângulos correspondentes iguais e lados homólogos proporcionais.

A Oficina 2 ocorreu na mesma semana de dezembro em que a primeira oficina foi encerrada. Nesta oficina realizamos a Atividade 3 que tratava dos casos de semelhança de triângulos, sendo esta atividade dividida em duas partes.

Na primeira parte, os licenciandos seriam levados a construir um novo triângulo semelhante, a partir de outro já existente, de modo a perceber os casos de semelhança lado-ângulo-lado (LAL) e ângulo-ângulo (AA). Para tanto, foi solicitado que eles escolhessem aleatoriamente, um par de triângulos semelhantes resultantes da atividade 2 e marcassem um ponto sobre cada um dos dois lados que partem de um vértice qualquer no triângulo maior, de modo que a distância entre cada um desses pontos até o vértice escolhido correspondesse às mesmas medidas dos lados homólogos no outro triângulo. Por fim, foi solicitado que eles traçassem um segmento ligando esses dois pontos marcados sobre os lados.

Após a construção do novo triângulo, os licenciandos deveriam verificar a medida desse novo segmento formado pela ligação desses dois pontos e verificar também a medida dos outros dois ângulos internos formados entre o novo segmento e os segmentos adjacentes a ele. Em seguida, foi pedido que os licenciandos observassem a existência de algum tipo de relação entre o novo triângulo construído e os outros dois pares de triângulos do início dessa atividade, possibilitando-os identificar o critério lado-ângulo-lado (LAL) que permitiu a formação desse novo triângulo semelhante. Para a conclusão da atividade, os licenciandos seriam levados a refletir sobre quantos ângulos seriam suficientes para que fosse possível verificar a semelhança entre os triângulos caso não fossem informadas as medidas dos lados dos triângulos, levando-os a perceber que apenas a informação de dois ângulos bastaria. Chegando, desse modo, ao critério de semelhança ângulo-ângulo (AA).

Seguindo o roteiro da atividade, os licenciandos escolheram um par de triângulos semelhantes aleatoriamente e a partir de um ângulo de um dos triângulos e da medida de lados homólogos do outro triângulo construíram um novo triângulo. Esse passo a passo da construção

do novo triângulo foi feito de maneira bastante gradativa, pois os licenciandos apresentaram um pouco de dificuldade para compreendê-lo.

Na comparação dos três triângulos, a maioria respondeu que o novo triângulo formado era semelhante aos outros dois. Alguns especificaram ainda que o novo triângulo formado era na verdade semelhante a um dos triângulos e congruente ao outro. Um fato interessante de ser observado é que um dos licenciandos ao se referir aos ângulos dos triângulos, usava a denominação “vértices” dos triângulos.

Dos quinze licenciandos que participaram dessa oficina, nove conseguiram descrever que o critério utilizado para a formação do novo triângulo semelhante foi o lado-ângulo-lado (LAL).

Quando perguntados sobre quantos ângulos seriam suficientes para se conseguir verificar a semelhança entre os triângulos, caso não fossem informadas as medidas de seus lados, treze licenciandos responderam que apenas dois ângulos seriam suficientes justificando que como a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ , bastaria saber a medida de dois para se identificar o outro. Desse modo, a maioria dos licenciandos conseguiu identificar o critério ângulo-ângulo (AA) como um caso de semelhança de triângulos. Um aluno deixou a questão em branco enquanto outro respondeu que seriam necessários três.

A segunda parte é análoga à primeira, no entanto o objetivo desta foi levar os licenciandos a perceberem, por meio da construção do triângulo semelhante, o caso lado-lado-lado (LLL). Desse modo, foi solicitado que os licenciandos escolhessem, aleatoriamente, um par de triângulos semelhantes resultantes da atividade 2 e, escolhendo um lado qualquer no triângulo maior, traçassem um segmento paralelo a esse lado, de tal forma que possua a mesma medida do lado homólogo do outro triângulo do par. A partir da construção desse novo triângulo, foi solicitado que os licenciandos verificassem a medida dos outros dois segmentos que são os lados do novo triângulo formado, bem como a medida dos seus três ângulos internos. Por conseguinte, os licenciandos foram orientados a comparar o triângulo construído com os outros dois do par com o intuito de perceber alguma relação existente entre eles, propiciando a identificação do critério lado-lado-lado (LLL) que permitiu a formação do novo triângulo semelhante.

Com relação ao desenvolvimento dessa parte 2 da Atividade 3, os licenciandos não apresentaram dificuldade no entendimento do procedimento utilizado para a construção do triângulo semelhante. Do mesmo modo, a maioria conseguiu perceber que o novo triângulo construído era semelhante aos outros dois utilizados como base para sua construção.

Com relação ao critério utilizado para a formação do novo triângulo semelhante nesta atividade, apenas três licenciandos descreveram que seria a medida dos lados, chegando assim à identificação do critério lado-lado-lado (LLL). Outros oito licenciandos identificaram apenas o segmento paralelo traçado em relação ao triângulo maior utilizado. Os outros quatro licenciandos apresentaram respostas erradas.

A Oficina 3 ocorreu na segunda semana de dezembro de 2018. Nesta oficina realizamos a Atividade 4 que tratava das relações métricas no triângulo retângulo, sendo esta atividade também dividida em duas partes.

Na primeira parte da atividade os licenciandos deveriam escolher um dos triângulos retângulos provenientes da atividade 2 e a partir do vértice que possui o ângulo de  $90^\circ$  traçar, com o auxílio de uma régua, uma reta perpendicular ao lado oposto a esse ângulo. Desse modo os licenciandos foram levados a decompor um triângulo retângulo, já existente, em outros dois, tendo assim a formação de três triângulos retângulos (sendo o maior formado pela união dos outros dois). Em seguida, verificariam a medida desse novo segmento de reta que divide esse triângulo em outros dois e a medida dos outros dois segmentos que correspondem aos lados dos novos triângulos formados. Utilizando o transferidor, verificariam também a medida dos outros dois ângulos internos formados em cada um dos dois novos triângulos. Por fim, deveriam estabelecer as razões entre as medidas dos lados correspondentes, que estão opostos aos ângulos congruos nos três triângulos. A partir da comparação dos dois novos triângulos com o triângulo maior, os licenciandos foram levados a observar a relação de semelhança existente entre esses dois triângulos formados, e entre estes e o triângulo retângulo que lhes deu origem. O objetivo dessa atividade, especificamente, foi levar os licenciandos a perceberem a proporcionalidade existente entre as medidas dos lados homólogos dos triângulos retângulos apresentados.

Na realização da parte 1 dessa atividade, os licenciandos escolheram aleatoriamente um dos triângulos retângulos da Atividade 2 e construíram dois outros novos triângulos retângulos, realizando também a medição dos lados e dos ângulos desses novos triângulos formados.

No que se refere à verificação das razões entre as medidas dos lados correspondentes dos três triângulos retângulos, os licenciandos apresentaram muita dificuldade em calcular essas razões, pois como os triângulos não estavam orientados na mesma posição, seus ângulos também se encontravam em posições distintas, dificultando assim a visualização correta por parte dos licenciandos. Apenas um aluno propôs a ideia de desmembrar os triângulos, fazendo um esboço dos mesmos separadamente, para que assim pudessem compará-los mais facilmente.

Dos onze licenciandos que participaram dessa oficina, após compararem as razões e os ângulos, dez descreveram que os três triângulos eram semelhantes entre si. O outro aluno apenas falou que eles possuíam os mesmos ângulos.

Na segunda parte da atividade foi apresentada inicialmente aos licenciandos a imagem de um triângulo retângulo, juntamente com a representação algébrica dos seus principais elementos. Em seguida, utilizando-se do mesmo triângulo retângulo escolhido na parte 1 dessa atividade, foi sugerido que os licenciandos numerassem de 1 a 3 cada um dos triângulos retângulos obtidos, tomando o Triângulo 1 como sendo o triângulo maior, e posteriormente indicassem cada um dos segmentos de reta obtidos nos triângulos pelas letras **a** (hipotenusa), **b** (cateto), **c** (cateto), **h** (altura relativa à hipotenusa), **m** (projeção do cateto c sobre a hipotenusa) e **n** (projeção do cateto b sobre a hipotenusa), conforme estabelecido na figura apresentada, informando o valor de cada elemento em cada um dos três triângulos. Posteriormente, os licenciandos deveriam retomar as razões estabelecidas na parte 1 dessa atividade, substituindo cada uma das medidas dos segmentos nas razões por sua representação algébrica correspondente.

Na parte 2 dessa Atividade 4, os licenciandos substituíram cada uma das medidas dos segmentos, nas razões estabelecidas na parte 1 dessa atividade, por uma representação algébrica para que a partir daí construíssem uma proporção adequada para provar as relações métricas apresentadas a eles. Por apresentarem bastante dificuldade, inicialmente tivemos que auxiliá-los na demonstração de uma das relações para que eles pudessem realizar o mesmo raciocínio com as outras.

Para que eles pudessem estabelecer uma relação entre a hipotenusa e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa, tivemos que levá-los a observar na figura do triângulo retângulo apresentada na atividade que a medida das duas projeções juntas correspondia exatamente à medida da hipotenusa.

Dando continuidade, foi apresentado um quadro contendo quatro relações métricas do triângulo retângulo ( $b^2 = a \cdot n$ ;  $c^2 = a \cdot m$ ;  $h^2 = m \cdot n$ ;  $a \cdot h = b \cdot c$ ) e solicitado que a partir das razões estabelecidas anteriormente, eles construíssem uma proporção adequada para provar cada uma dessas relações. Em seguida, os licenciandos foram incitados a estabelecerem uma relação métrica entre os segmentos **a**, **m** e **n**. Por fim, foi mostrada que a relação pitagórica  $a^2 = b^2 + c^2$  pode ser obtida a partir de duas relações métricas no triângulo retângulo:  $b^2 = a \cdot n$  e  $c^2 = a \cdot m$ . Em seguida foi pedido que, a partir da soma dessas duas relações, os licenciandos obtivessem a relação de Pitágoras.

Cinco licenciandos conseguiram concluir corretamente a demonstração. Outros três, provavelmente desconheciam o processo de fatoração que coloca o termo em evidência para que assim chegassem completamente à demonstração do teorema, como mostra a Figura 2. Os outros três licenciandos não conseguiram desenvolver a demonstração corretamente.

Figura 2 – Demonstração na atividade do Aluno B

6. A relação de Pitágoras  $a^2 = b^2 + c^2$  pode ser obtida a partir de duas relações métricas no triângulo retângulo:  $b^2 = a \cdot n$  e  $c^2 = a \cdot m$ . Utilizando essas duas relações, obtenha a relação de Pitágoras. (Dica: comece “somando” as duas relações.

$$b^2 + c^2 = a \cdot m + a \cdot m$$

Fonte: Arquivo pessoal dos autores

A Oficina 4 foi realizada no dia seguinte da Oficina 3. Nesta oficina foi realizada a Atividade 5, que consistiu na análise de livros didáticos e a avaliação das oficinas por parte dos licenciandos participantes.

Foram analisados livros didáticos do 9º ano do Ensino Fundamental, justamente porque é nesse ano no qual o conteúdo de Semelhança de Triângulos é trabalhado nos livros didáticos. Para a análise dispusemos de quatro livros do LEPEN. Dessa forma, os licenciandos foram divididos em quatro grupos, sendo três trios e uma dupla. Para tanto, foi criada uma ficha de avaliação do livro didático para direcionar a atividade. Inicialmente os licenciandos realizariam uma identificação geral do livro, descrevendo seu título, autor(es), editora e ano de publicação. Em seguida deveriam observar se os livros selecionados abordam o conteúdo de Semelhança de Triângulo. Em caso afirmativo, os licenciandos deveriam analisar se o conteúdo encontra-se apresentado de maneira contextualizada, contendo exemplos e aplicações práticas relevantes, analisando ainda como o livro propõe a construção do conceito de Semelhança de Triângulos e se a forma como as figuras de pares de triângulos semelhantes são apropriadas para promover o desenvolvimento da argumentação e do raciocínio no aluno, com relação ao conteúdo.

Após a realização da identificação geral de cada livro entregue aos grupos, todos os licenciandos conseguiram identificar o conteúdo “Semelhança de Triângulos” como parte dos assuntos dos livros.

Todos os licenciandos consideraram que a forma como o conteúdo é abordado no livro é socialmente contextualizado de modo a possibilitar o desenvolvimento crítico reflexivo dos

discentes. No entanto, quando foi solicitado para eles descreverem a forma da abordagem do conteúdo eles são bastante superficiais em sua análise.

Com relação à forma como ocorre a construção do conceito de semelhança de triângulos, apenas um grupo relatou que essa construção ocorre de maneira investigativa. Os outros três grupos relataram que a definição já aparece de maneira pronta para os licenciandos.

Quando questionados sobre a presença de exemplos e aplicações práticas relevantes no que envolve o conteúdo, apenas um grupo relatou que em alguns exercícios trazidos em seu livro apresentam aplicações no cotidiano de um homem.

Todos os grupos responderam que as figuras de pares de triângulos semelhantes presentes são apropriadas para promover o desenvolvimento da argumentação e do raciocínio lógico, porém suas justificativas não foram coerentes.

Como relação aos casos de semelhança de triângulo, os licenciandos foram levados a observar se ocorria a enunciação explícita dos mesmos, se todos são apresentados e se o livro apresenta esses casos de forma a induzir o aluno a chegar aos casos de semelhança a partir da construção investigativa ou apresenta a definição de forma pronta. Tratando-se das relações métricas no triângulo retângulo, os licenciandos verificariam como esse assunto é abordado nos livros, verificando se eles propõem alguma maneira do aluno chegar às principais relações métricas ou elas já são apresentadas sem a utilização de algum processo investigativo.

De acordo com os licenciandos, todos os livros apresentam a enunciação explícita dos “Casos de Semelhança de Triângulos”, porém apenas um traz em sua abordagem todos os três casos de semelhança, nos outros apenas dois.

Com relação às posições mais frequentes nas quais os triângulos são apresentados nos exercícios, dois grupos relataram que em seu livro a maioria dos triângulos são dispostos de modo que o maior lado de cada um é sempre sua base, um grupo afirmou que em seu livro não é seguido nenhum padrão fixo, e o outro grupo não apresentou uma resposta satisfatória.

Os quatro grupos afirmaram que seus livros apresentam uma maneira investigativa para se chegar às principais relações métricas, porém as atividades propostas são aplicações puras, sem fazer relação com nenhum contexto.

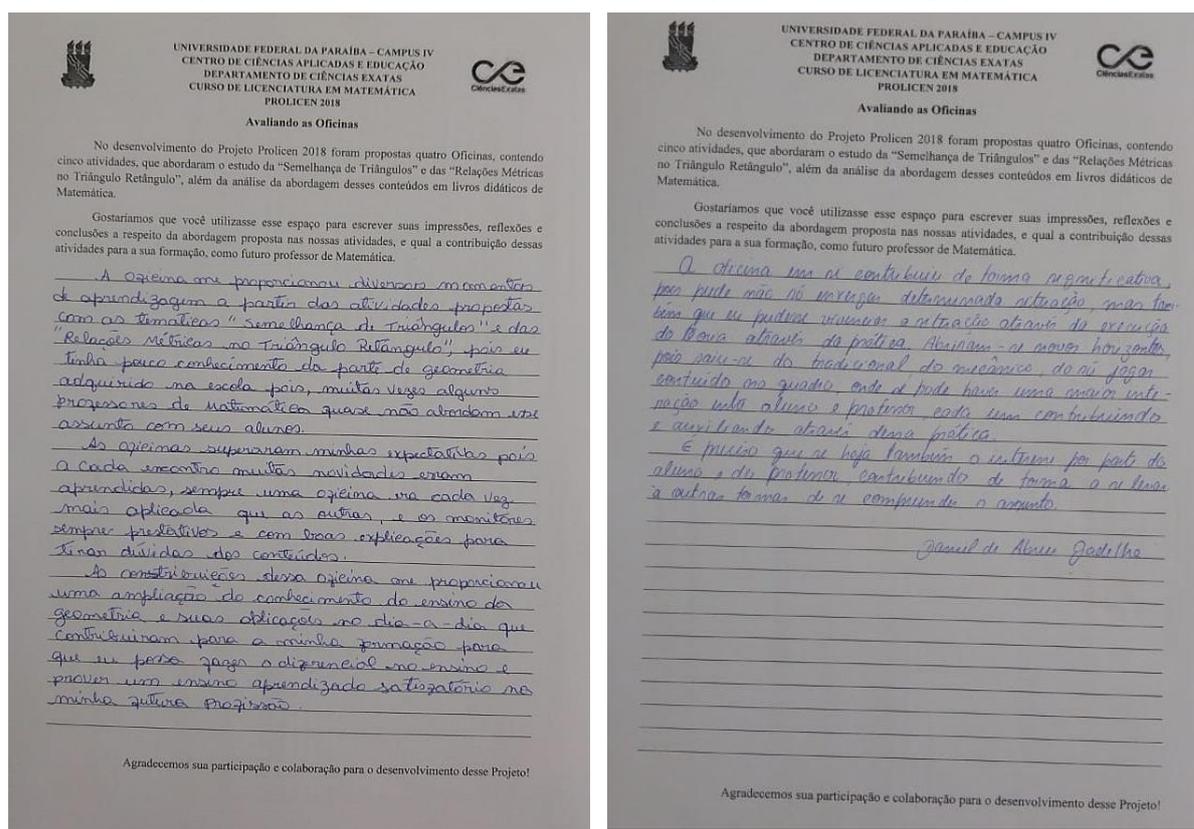
A partir da análise realizada nos livros didáticos de Matemática, os licenciandos foram conduzidos a refletir se o recurso do livro didático por si só é suficiente para uma aprendizagem mais significativa, por parte dos licenciandos, no que se refere aos conteúdos de Semelhança de Triângulos e Relações Métricas no Triângulo Retângulo.

De modo geral, todos os grupos consideraram o livro didático como sendo apenas mais um recurso didático a ser utilizado pelo professor, sendo necessária a busca por outras ferramentas didáticas para possibilitar uma aprendizagem mais significativa.

Reservamos o espaço final da última oficina para que os licenciandos produzissem um pequeno texto descrevendo suas impressões, reflexões e conclusões a respeito da abordagem proposta em nossas oficinas, bem como qual seria a contribuição dessas atividades para sua formação enquanto futuro professor de Matemática.

Com base nos textos produzidos pudemos perceber que as atividades contribuíram de maneira bastante significativa, ampliando seu conhecimento no processo de ensino-aprendizagem de Geometria, uma vez que boa parte dos licenciandos relatou uma abordagem deficiente de conteúdos geométricos em seu ensino básico, como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Avaliação dos licenciandos C e D a respeito das atividades propostas



Fonte: Arquivo pessoal

O licenciandos participantes das oficinas destacaram a possibilidade ofertada a eles de analisarem o livro didático de forma mais crítica, podendo comparar as abordagens investigativas propostas nas atividades do projeto com a forma como os livros apresentam o conteúdo Semelhança de Triângulos.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do desenvolvimento do projeto de ensino, foi possível verificar resultados positivos, mesmo com tantos desafios e dificuldades encontrados durante o desenvolver de todas as atividades.

Com os estudos realizados na revisão bibliográfica foi possível aprofundarmos nossos conhecimentos sobre o ensino e a aprendizagem da Geometria na Educação Básica, especificamente com o uso de materiais didáticos manipuláveis nesse processo, incluindo os trabalhos com régua, compasso e transferidor, que cada vez mais estão sendo menos utilizados nas aulas de Matemática. Compreendemos que para promover o desenvolvimento de capacidades e habilidades dos licenciandos, teremos que utilizar os materiais didáticos manipuláveis adequados, bem escolhidos e elaborados.

Com a análise teórica dos conceitos que são relevantes da teoria da Transposição Didática, foi possível perceber que é importante de discuti-la na formação inicial de professores, e ficou evidente a necessidade da utilização da Transposição Didática no ensino de Geometria, sendo indispensável que os docentes formadores e os professores em formação compreendam as etapas desse processo de modo que os conceitos científicos não sejam trabalhados de forma a causar o processo de descontextualização do conteúdo, que distancia o saber do cotidiano dos discentes do saber científico (Matemática formal), e sim deve-se buscar auxiliar de maneira mais efetiva no desenvolvimento da aprendizagem dos mesmos.

A elaboração das oficinas e suas atividades didáticas do projeto, nos provocou, quanto licenciandos da graduação, o entendimento do quanto precisamos estar atentos a nossa formação e como criar procedimentos adequados, a partir de indicadores bem definidos, que visem o desenvolvimento de habilidades, como reflexão crítica de abordagens trazidas nos livros didáticos, não só no ensino-aprendizagem da Geometria, mas na Matemática como um todo.

Com a realização das oficinas, foi possível perceber as dificuldades que ainda existem na formação inicial de professores, pois os licenciandos demonstraram que ainda precisam desenvolver um pensamento mais crítico com relação ao saber científico e como este pode ser transposto para suas futuras práticas docentes. Além disso, percebemos, também, o quanto os docentes do ensino superior ainda precisam enfatizar essas questões em sala de aula.

Percebemos que a utilização dos materiais didáticos, como a régua, o transferidor e o compasso, foi significativa para uma das dificuldades encontradas durante a realização das atividades, pois a falta de prática dos participantes levou ao atraso das atividades, levando mais

tempo para serem concluídas. Em contrapartida, a utilização foi essencial para que os participantes pudessem aprender e rever os conceitos trabalhados na atividade, assim, fazendo-os refletirem sobre a necessidade dos materiais em suas futuras práticas docentes.

A análise do livro didático também foi um ponto positivo, pois os licenciandos participantes puderam olhar para esse material com mais sensibilidade e conseguir fazer uma análise que enxergasse o quanto é necessário a participação do professor na escolha do material mais comum nas escolas do ensino básico, e que também sejam capazes de futuramente, fazer um planejamento adequado para a utilização dos materiais que vão auxiliar na aprendizagem dos seus alunos.

A partir da avaliação, realizada pelos participantes das oficinas, foi possível perceber que conseguimos alcançar os objetivos propostos no início do projeto, que era de promover uma reflexão a respeito da melhoria da formação inicial de professores de Matemática da UFPB/campus IV, no desenvolvimento das competências, atitudes e habilidades necessárias para o exercício da docência em Matemática, além do domínio e ampliação dos conhecimentos e saberes relativos à área da Geometria, proporcionando assim uma melhoria no ensino-aprendizagem dessa área do conhecimento nos anos finais do Ensino Fundamental.

Para concluir, essa experiência proporcionada pelo trabalho desenvolvido no projeto, foi fundamental para uma reflexão sobre importância do professor na formação do educando, como também na sua própria formação, na qual é preciso buscar o desenvolvimento e o enriquecimento de suas competências para formar, cada vez mais, cidadãos conscientes de seu papel na sociedade. Fazer acontecer uma troca de experiência com os licenciandos do nosso curso, que são nossos colegas de disciplinas, nos deu a oportunidade de investigar e analisar juntos as conjecturas e abordagens e, assim, percebermos como colocar em prática todas as reflexões que foram feitas e refletir novamente todos os resultados, pois este é um ciclo que nos prepara para as futuras responsabilidades que teremos após a formação inicial. Essa vivência nos deu a consciência de que não somos apenas transmissores de conhecimentos, mas mediadores que vamos caminhar juntos com nossos alunos do ensino básico, que esperam por um mundo de diversas possibilidades.

## REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:**

Matemática. Terceiro e Quarto ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria euclidiana plana**. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2004.

COSTA, André Pereira da; SANTOS, Marilene Rosa dos. O pensamento geométrico de professores de matemática em formação inicial. **Educação Matemática em Revista** - RS, v. 2, p. 1-20, 2017.

FIORENTINI, D. LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática**: percursos teóricos e metodológicos. 3. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2012. (Coleção formação de professores).

INEP. Ministério da Educação. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB 2015)**: Resultados. Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2015. Disponível em:  
[http://download.inep.gov.br/educacao\\_basica/saeb/aneb\\_anresc/resultados/resumo\\_dos\\_resultados\\_saeb\\_2015.pdf](http://download.inep.gov.br/educacao_basica/saeb/aneb_anresc/resultados/resumo_dos_resultados_saeb_2015.pdf) Acesso em: 27 mar. 2019.

LEIVAS, José Carlos Pinto. **Imaginação, intuição e visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

LORENZATO, Sérgio. Porque não ensinar Geometria? **A Educação Matemática em Revista**. Blumenau, SBEM, Ano III, n. 4, 1995.

MATOS, José Manuel, SERRAZINA, Maria de Lurdes. **Didáctica da Matemática**. Lisboa/PT: Universidade Aberta, 1996.

MENDES, Iran Abreu. **Matemática e investigação em sala de aula**: tecendo redes cognitivas na aprendizagem. Ed. ver. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

NASCIMENTO, Wendson César Silva do; SOUZA, Cristiane Fernandes de. Transposição didática e Ensino de Geometria: uma revisão bibliográfica em publicações científicas. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 5., 2018, Recife/PE, **Anais [...]**. Recife/PE: Editora Realize, 2018. Disponível em:  
[http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO\\_EV117\\_MD1\\_SA13\\_ID7016\\_17092018111647.pdf](http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV117_MD1_SA13_ID7016_17092018111647.pdf) Acesso em 18/07/19.

OECD. **PISA 2015**: Results in Focus. Organisation for Economic Co-operation and Development: OECD, 2015. Disponível em: <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus.pdf> Acesso em: 20 mar 2019.

PIRES, Célia Maria Carolino; CURI, Edda; CAMPOS, Tânia Maria Mendonça. (coords.) **Espaço e forma**: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental. São Paulo: PROEM, 2000.

RÊGO, Rogéria Gaudencio do; RÊGO, Rômulo Marinho do; VIEIRA, Kleber Mendes. **Laboratório de ensino de geometria**. Campinas/SP: Autores Associados, 2012.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set./dez. 2005

VAN DE WALLE, John. A. **Matemática no ensino fundamental**: formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução Paulo Henrique Colonese. 6 ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.