

# REFORMULAÇÃO DA LEI DOS PERÍODOS A PARTIR DOS PRINCÍPIOS NEWTONIANOS

Lucas Lopes da Silva Santos; Manuella de Andrade Albuquerque; Allan Giuseppe de Araújo Caldas; Arthur Vinicius Ribeiro de Freitas Azevedo; Allysson Macário de Araújo Caldas

Instituto Federal da Paraíba – IFPB – Campus João Pessoa

## INTRODUÇÃO

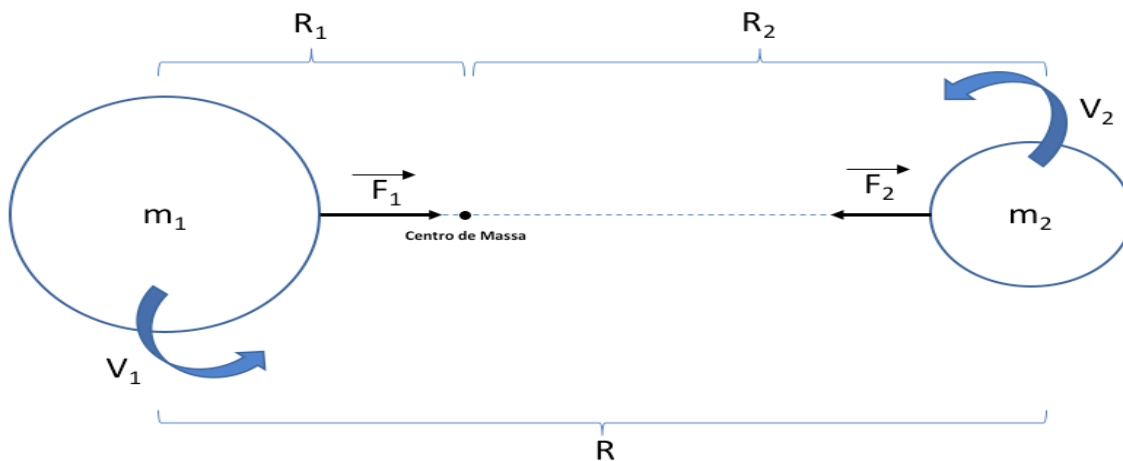
Baseado no modelo heliocêntrico de Nicolau Copérnico, o astrônomo Johannes Kepler, fundamentando-se, principalmente, em dados e medidas astronômicas obtidas pelo seu mestre Tycho Brahe, verificou regularidades nos movimentos dos astros de nosso sistema solar e formulou suas três leis, tidas, posteriormente, como universais e válidas para todos os sistemas de corpos celestes que obedecem a algumas condições. Condições estas que serão mostradas no referido trabalho.

Será apresentada uma reformulação da terceira lei de Kepler, baseada nos princípios newtonianos, e mostrada a constante de Kepler ( $K$ ) através de uma nova perspectiva, a fim de proporcionar um melhor entendimento desta lei e dos casos em que ela é válida, além de explicar o porquê de haver essa constante, pois geralmente não se é explicado nas bibliografias de física do ensino médio.

## METODOLOGIA

Inicialmente, corriamos a maneira pela qual é explicada a revolução de corpos celestes em sistemas dinâmicos. Nos livros de ensino médio, diz-se que um dos corpos fica em repouso, o de maior massa, enquanto o outro orbita em relação a este. Porém, os corpos, em seus movimentos de revolução, giram ambos em torno do centro de massa do sistema considerado, ao contrário da ideia transmitida pelos livros.

Para um sistema binário, corpos que giram em torno de seu centro de massa, possuem uma força centrípeta que faz o sistema girar, diante de um estudo das excentricidades das órbitas, podemos considerar que tal sistema gire com uma velocidade linear que relaciona – se com uma velocidade angular.



**Figura 1.** Sistema Binário girando em torno do centro de massa.

De acordo com a figura, a força centrípeta e a velocidade que os corpos giram atendem as equações que seguem:

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \quad (1)$$

$$v = \frac{2\pi}{T} R \quad (2)$$

Aplicando isoladamente aos corpos;

$$F_{c_1} = \frac{m_1 v_1^2}{R_1} \quad (3)$$

$$v_1 = \frac{2\pi}{T} R_1 \quad (4)$$

Substituindo (2) em (1), tem – se:

$$F_{c_1} = \frac{m_1 4\pi^2 R_1}{T^2} \quad (5)$$

De forma recíproca, podemos estender essa análise ao corpo 2, dessa forma, como tais forças são iguais chega – se a expressão:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (6)$$

De acordo com a figura:

$$R = R_1 + R_2 \quad (7)$$

Combinando as equações (6) e (7), tem – se:

$$R_1 = \frac{R m_2}{(m_1 + m_2)} \quad (8)$$

De acordo com a Lei da Gravitação Universal, corpos dotados de massa relacionam gravitacionalmente por meio da equação:

$$F_G = \frac{G m_1 m_2}{R^2} \quad (9)$$

Isolando o período da equação (5) e garantido que a força centrípeta seja igual a gravitacional tem – se:

$$T^2 = \frac{m_1 4\pi^2}{G m_1 m_2} R_1 \quad (10)$$

Substituindo a equação (8) em (10);

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \quad (11)$$

A terceira Lei de Kepler conhecida como lei dos períodos afirma que os quadrados dos períodos de revolução dos planetas ao redor do Sol são diretamente proporcionais aos cubos dos raios médios de suas órbitas e essa razão é uma constante desse modo;

$$\frac{T^2}{R^3} = K \quad (12)$$

Desse modo;

$$K = \frac{4\pi^2}{G(m_1 + m_2)} \quad (13)$$

Portanto, para que o K possa ser considerado invariante (como descrito nos livros, porém mostrado aqui através de uma nova perspectiva), a massa de um dos corpos tem que ser infinitamente maior que a do outro para que possamos anular uma delas. No caso do nosso sistema solar, por exemplo, se considerarmos o sistema Sol/Terra, onde a massa de nossa estrela seja

representada por  $M$ , e a da terra por  $m$ , podemos considerar  $m=0$ , pois  $M$  é infinitamente maior que  $m$ , logo, a equação (11) resumiria – se a:

$$\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (14)$$

Diante do que foi apresentado, podemos concluir que esta lei só é válida para os casos em que temos um sistema no qual os corpos possuam massas com diferenças consideráveis.

Tomando novamente como exemplo o nosso sistema solar e aplicando a terceira lei de Kepler para todos os planetas em relação à nossa estrela, veremos que o quociente da divisão  $T^2/R^3$ , em que  $T$  e  $R$  são característicos de cada astro, resultará em valores muito próximos (como é perceptível através da tabela 2), por isso podemos considerar tal razão como constante.

## RESULTADOS E DISCURSSÃO

É possível verificar, através dos dados da tabela 1, que as excentricidades das órbitas dos planetas de nosso sistema solar podem ser desconsideradas, pois tais valores tendem a zero.

**Tabela 1.** Excentricidades das órbitas planetárias do nosso sistema solar.

Planeta	Excentricidade da órbita
<b>Mercúrio</b>	0,20
<b>Vênus</b>	0,07
<b>Terra</b>	0,02
<b>Marte</b>	0,09
<b>Júpiter</b>	0,05
<b>Saturno</b>	0,06
<b>Urano</b>	0,05
<b>Netuno</b>	0,009

Portanto, é totalmente admissível considerar essas órbitas como circulares, como foi feito anteriormente no presente trabalho. Na tabela 2 são apresentados os quocientes da razão  $T^2/R^3$  aplicada para cada planeta do nosso sistema solar, e, através dos dados obtidos por tal tabela, é

possível perceber o porquê de o resultado dessa razão ser considerado constante: Todos esses valores tendem ao mesmo número. No caso apresentado, em que o raio das órbitas são dados em unidades astronômicas (UA) e os períodos de revolução em anos terrestres, este número pode ser aproximado a um.

**Tabela 2.** Quocientes da razão  $T^2/R^3$  aplicados para todos os planetas do nosso sistema solar.

Planeta	Raio médio da órbita (UA)	Período de Revolução (Anos terrestres)	$T^2/R^3$ (Ano <sup>2</sup> / UA <sup>3</sup> )
Mercúrio	0,389	0,24	1,02194217
Vênus	0,724	0,61	1,019896329
Terra	1	1	1
Marte	1,524	1,9	0,980500228
Júpiter	5,2	12	0,976444444
Saturno	9,51	29	1,02269364
Urano	19,261	84	1,012693265
Netuno	30,201	165	1,011803277

(UA) = Unidade Astronômica

## CONCLUSÕES

A partir da ideia apresentada acerca da revolução de corpos celestes em sistemas dinâmicos, o discente poderá ter uma visão mais crítica em relação à terceira lei de Kepler, podendo, desta forma, fazer diversas relações matemáticas, antes desconhecidas, e “enxergar” além do que lhes é mostrado superficialmente na grande maioria dos livros de física do ensino médio.

O estudante poderá reescrever a lei dos períodos, de modo a expor a constante de Kepler através de uma nova perspectiva e observar os casos em que realmente exista tal constante, para, assim, excluir a hipótese de achar que esta lei é válida para todos os casos.

De acordo com tudo que foi apresentado, o aluno terá um entendimento completo acerca desta lei e, com isso, fazer uma melhor aplicação dela em outras ciências como, por exemplo, a

astronomia, além, é claro, de desenvolver uma base sólida do assunto no que diz respeito à disciplina de física.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS

Halliday, D. and Resnick, J. W. (2008a). A primeira lei de newton. In LTC, editor, Fundamentos de Física, volume 1: mecânica, volume 1, chapter 5, pages 96–97. Halliday-Resnick, Rio de Janeiro, 8th edition. ISBN 978-85-216-1605-4.

Halliday, D. and Resnick, J. W. (2008b). A segunda lei de newton. In LTC, editor, Fundamentos de Física, volume 1: mecânica, volume 1, chapter 5, pages 98–99. Halliday-Resnick, Rio de Janeiro, 8th edition. ISBN 978-85-216-1605-4.

Halliday, D. and Resnick, J. W. (2009). Lei da gravitação universal. In LTC, editor, Fundamentos de Física, volume 2: gravitação, ondas e termodinâmica, volume 2, chapter 13, pages 28–45. Halliday-Resnick, Rio de Janeiro, 8th edition. ISBN 978-85-216-1606-1.

Mota, F. A. d. S. and Hinckel, J. N. (2013). Estudo dos sistemas propulsivos químico e elétrico para a inserção de um satélite em uma Órbita geoestacionária.