

## NOTAS SOBRE O NÚMERO DE OURO NA CONSTRUÇÃO HISTÓRICO MATEMÁTICA

Francisco Danilo Duarte Serafim<sup>1</sup> (Autor); Brenda Lee Sales Lobo Guerra<sup>2</sup> (Co-autora);  
Adele Cristina Braga de Araujo<sup>3</sup> (Orientadora)

1. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE Campus Canindé, [daniloduarte.if@gmail.com](mailto:daniloduarte.if@gmail.com)
2. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE Campus Canindé, [leeguerra23@gmail.com](mailto:leeguerra23@gmail.com)
3. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará – IFCE Campus Canindé, [adele.araujo@ifce.edu.br](mailto:adele.araujo@ifce.edu.br)

**Resumo do artigo:** A contínua busca pela harmonia das formas criadas pelos homens tem como ponto de partida a proporção. O número de ouro é a forma de representação matemática dessa proporção. É um número irracional representado pelo número *Phi* - 1,6180339887. A presente comunicação está inserida no conjunto das discussões e estudos de nossa pesquisa de iniciação científica do projeto intitulado “As categorias abstratas do reflexo da realidade e o número áureo: gênese e estrutura da arte”, por meio da qual pretendemos, em linhas gerais, apresentar a história do número de ouro e sua importância, considerando os estudos de Boyer (1974), Contador (2011), Courant e Robbins (2000), Livio (2015) e Santos (2013). Segundo Livio (2015), em geral usamos o termo proporção para designar uma relação de comparação entre partes com respeito a tamanho ou quantidade. A primeira definição formal do que mais tarde ficou conhecido como “Razão da Áurea” foi dada por volta de 300 a.C. por Euclides de Alexandria, o qual registrou a construção geométrica da divisão em média e extrema razão. Advertimos que, segundo o autor, o número áureo possui tanto a característica matemática, por ser uma relação comparativa entre medidas, como também a característica visual, por conseguir proporcionar certa harmonia, podemos comprovar essa afirmação quando consideramos fatores históricos da construção da matemática ao longo do tempo. Tal interpretação visual do número de ouro está presente nas construções desde a Antiguidade, principalmente nas construções gregas. Nesse sentido, Arte e Ciência se aproximam, enquanto a Arte se fundamenta na intuição e cria emoção, a Matemática se fundamenta no raciocínio e cria lucidez. Ambas buscam nas formas concretas da natureza suas considerações, que se traduzem em formas abstratas.

**Palavras-chave:** Matemática; Arte; Número de ouro.

### 1. Introdução

Na natureza, sempre foi possível encontrar diversas formas e tamanhos que enaltecem os olhos; formas essas nem sempre percebidas. Tais características serviram de inspiração para pintores, músicos, matemáticos, biólogos, arquitetos, entre outros, que sempre buscaram atingir qualidades harmoniosas em suas construções artísticas.

De acordo com Courant e Robbins (2000), a matemática registrada data de por volta de 2000 a. C., com os babilônicos, os quais reuniam uma grande quantidade de material que poderia ser definida como álgebra elementar. No sentido moderno, ela surge na Grécia, nos séculos V e VI a. C. Os números foram a principal base

(83) 3322.3222

contato@joinbr.com.br

[www.joinbr.com.br](http://www.joinbr.com.br)

para a matemática ser constituída como ela é, diante de constantes estudos que vem alimentando-a, buscando, assim, entender cada pedaço do universo.

Nesse contexto, pretende-se explicitar a existência do número que desde a Antiguidade desperta interesse e curiosidade pela maneira como ele está inserido em meio ao ambiente. Sua história é bastante rica perante os acontecimentos e as descobertas que o envolvem. Podemos percebê-lo na natureza, na arquitetura, nas artes etc. Enfim, basicamente ele está refletido caracteristicamente na sociedade contemporânea, pois tudo o que se conhece é constituído de matemática. Trata-se do número de ouro ou número *Phi*, considerado a divina proporção, ou seja, tido por muitos como uma oferta de Deus ao mundo. Essa proporção é o ponto de harmonia que rege o universo em um contexto filosófico. Contudo, matematicamente, esse número é expresso como uma constante algébrica irracional cujo valor aproximado é 1,618.

Ao longo do tempo, esse conhecimento cresceu e se desenvolveu principalmente na Grécia, que foi um polo que ajudou a descobrir a matemática. Dessa forma, as evidências de tal proporção ou razão divinas foram sendo identificadas pelo homem. Podemos destacar como exemplos as formas encontradas na natureza ou na arte, através da percepção do harmônico, obtidas pela relação existente entre uma combinação de números, na intenção de explicar a sua perfeição.

## 2. Metodologia

Leituras sistemáticas e fichamentos das obras centrais citadas na referência facilitam o estaque do complexo categorial que norteia a pesquisa. Trata-se de uma pesquisa bibliográfica, fundamentada nas relações matemáticas representadas pelo número *Phi* - 1,6180339887..., conhecido como “número áureo”, nas diferentes representações através da arte (pintura, arquitetura, música, literatura etc.), considerando os estudos de Boyer (1974), Contador (2011), Courant e Robbins (2000), Livio (2015) e Santos (2013).

## 3. Resultados e Discussão

O número é uma das bases em que a matemática está estruturada historicamente, a partir da necessidade que o homem sentiu ao vivenciar situações nas quais precisava de uma organização, ou seja, uma sistematização de acordo

com o contexto da época. O número foi usado pelo homem para descrever a quantidade, a ordem ou a medida, configurando, assim, o processo de contagem. O número é considerado como um dos primeiros conceitos matemáticos que a humanidade compreendeu.

Nesse sentido, todo esse processo de organização foi sendo desenvolvido pelos povos antigos. Em tal contexto, uma das primeiras formas a serem desenvolvidas desse sistema de contagem foi tendo como base os dedos das mãos, sendo feita uma contagem até dez e, em conjunto com os dedos dos pés, seria possível obter até 20 elementos. Contudo, essa prática veio a ser considerada insuficiente e passou a ser utilizada outra forma mais eficiente, como a aglomeração de pequenas pedras, fazendo referência a cada elemento a ser contado (BOYER, 1974).

Historicamente, a evolução dos números e, posteriormente, do sistema de numeração foi crescendo e sendo desenvolvida por estudiosos, e basicamente pelas atividades realizadas no dia-a-dia do homem, que prezava pela organização e praticidade que esse sistema proporcionava ao ser manuseado de acordo com a necessidade de sua realidade. Portanto, à medida que essa ciência estava sendo desenvolvida, novos conceitos foram surgindo. Com base nessa perspectiva, os números também foram aperfeiçoados e posteriormente classificados de acordo com sua característica de utilização pelos povos antigos. Dessa forma, podemos destacar os números naturais, inteiros, racionais, reais, dentre outros. Diante do exposto, para conseguir chegar a esses números, foi necessária muita pesquisa e estudo, ao longo de toda a história da Matemática.

Em meio ao contexto da evolução dos sistemas de numeração, podemos identificar alguns números especiais, os quais se comportam de maneira curiosa e surpreendente, como o número de ouro, que se mostra tanto na natureza quanto na arte por uma relação de números e combinações que surgem de forma harmônica. Nesse sentido, nas palavras de Lívio, temos:

[...] Suponha que lhe pergunte: o que o encantador arranjo de pétalas numa rosa vermelha, o famoso quadro “O Sacramento da Última Ceia”, de Salvador Dalí, as magníficas conchas espirais de um molusco e a procriação de coelhos têm, em comum? É difícil de acreditar, mas esses exemplos bem díspares têm em comum um certo número, ou proporção geométrica, conhecido desde a Antiguidade, um número que no século XIX recebeu o título honorífico de “Número Áureo”, “Razão Áurea” e “Seção Áurea” (LÍVIO, 2015, p. 13).

O número de ouro, de acordo com pesquisa de Santos (2013), se tornou conhecido por volta de 300 a. C., no livro intitulado *Os Elementos*, de Euclides de Alexandria, que organizou seus conhecimentos matemáticos contemplando áreas como: teoria dos números, álgebra e geometria. Sua obra é formada por 13 volumes distribuídos sistematicamente, sendo 6 livros de geometria plana, 3 de aritmética e 3 de geometria

espacial. Euclides definiu, em seu livro, como realizar uma divisão de uma linha e chamou de razão extrema e média, onde um segmento de reta  $\overline{AB}$  é dividido em duas partes por um ponto C.



Figura 01. Segmento AB dividido em proporção áurea.

Podemos descrever essa divisão baseando-nos na sistematização de Santos (2013), considerando que a razão da medida de  $\overline{AB}$  para a medida de  $\overline{AC}$  seja igual à razão da medida de  $\overline{AC}$  para a medida de  $\overline{CB}$ . Nesse sentido, buscamos encontrar C tal que:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{CB}$$

Para determinar a razão, temos que,  $AB = x$  e  $AC = y$ , logo  $BC = x - y$ . aplicando a equação:

$$x^2 - xy - y^2 = 0.$$

Com o resultado dessa equação, em que  $x$  está em função de  $y$ , encontramos as seguintes raízes:

$$x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}y \text{ ou } x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}y$$

Substituindo o valor positivo de  $x$ , obtemos o valor de  $Fhi^l$  ( $\phi$ ), que é o chamado número de ouro, ou seja, o valor exato, que é um número que nunca termina e nem se repete, sendo que o mesmo vem causando o interesse de muitos estudiosos desde a Antiguidade, pela sua peculiaridade.

Ao longo do tempo, essas características vão aparecendo conforme as civilizações vão se desenvolvendo. Assim, podemos citar a presença desse número de ouro na pirâmide de Quéops no Egito, pois foi construída pelas contas da razão áurea. Na grande pirâmide, podemos evidenciar que a razão entre a altura de uma face e a metade do lado da base é igual ao número de ouro (SANTOS, 2013).

Um outro exemplo da presença do número de ouro, descrito por Lívio (2015), é o Partenon, na Grécia, construído por volta de 447 e 433 a. C., projetado pelos arquitetos Íctinos e Calícrates. Os construtores de suas esculturas foram, por sua vez, Fídias e seus alunos. Nessa construção, o número de ouro aparece no retângulo de sua fachada, na intenção de proporcionar um ambiente belo e harmonioso, o que foi inúmeras vezes afirmado por autores como Adolph Zeising e Matila Ghyka. Contudo, outros estudiosos asseveram que as medidas não equivalem ao valor da proporção áurea, como é o caso de George Markowsky, Marvin Trachtenberg e Isabelle Hyman (LÍVIO, 2015).

O matemático Eudoxus<sup>1</sup>, ao estudar a teoria das proporções, descobriu as propriedades de um retângulo que se comportava de maneira especial. Com o passar do tempo, esse retângulo ficou conhecido como retângulo áureo ou simplesmente o retângulo de ouro. Matematicamente, o retângulo áureo é um retângulo ABDC qualquer, a partir do qual pode-se criar um quadrado ABFE. O resto do retângulo, CDEF, será similar ao retângulo original ABCD. Onde  $a + b$  e  $a$  são os comprimentos dos lados do retângulo, de acordo com a relação:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{a}$$

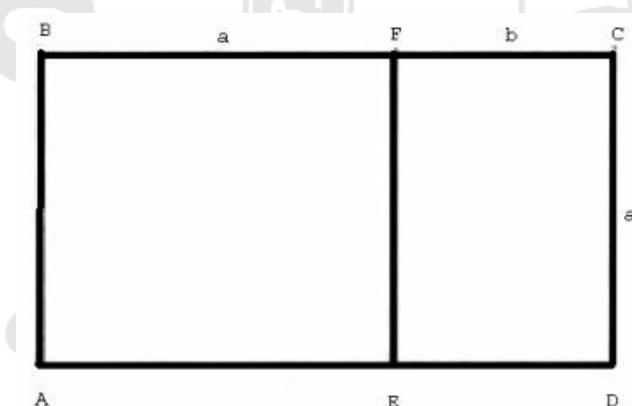


Figura 02. Retângulo áureo.

Assim, do mesmo modo que o número de ouro tem muitas curiosidades, o retângulo de ouro também carrega muitas propriedades interessantes. Ao estudá-lo podemos perceber tais

<sup>1</sup> Foi um astrônomo, matemático e filósofo grego, que deu contribuições significativas para a matemática, sendo lembrado na história não só pelo seu trabalho, mas pelo trabalho de seus discípulos influenciados por seus ensinamentos. Sem dúvidas, Eudoxos foi um grande destaque da Idade Helênica, contudo todas as suas obras se perderam (BOYER, 1974).

características, como ao construir um retângulo áureo: este pode ser dividido em um quadrado e em um outro retângulo áureo. Dessa forma, esse processo pode ser repetido inúmeras vezes, mantendo sempre as mesmas medidas, ou seja, a proporção divina.

O retângulo, como aponta Lívio (2015), também aparece em outros lugares, como na natureza: a partir da geração de infinitos retângulos de ouro podemos obter a espiral de ouro<sup>2</sup>, que se mostra caracteristicamente na natureza, como em: flores, moluscos e até mesmo podemos admirar tal forma presente na estrutura de galáxias.

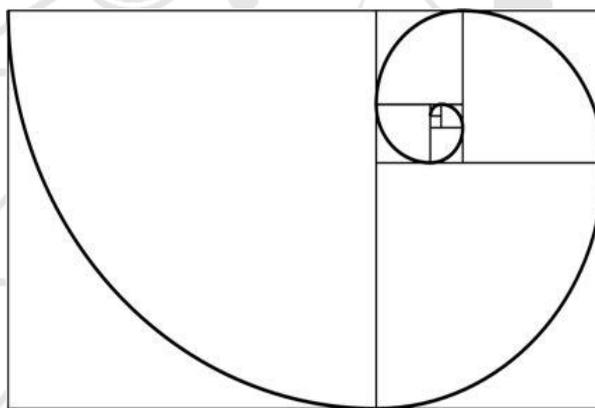


Figura 03. Espiral de Ouro.

O número de ouro, diante de suas características, impressionava pelas suas formas perfeitas. Leonardo da Vinci (1452-1519) foi um dos estudiosos que se encantou com a beleza disposta pelo número, fazendo uso dessa razão na intenção de expressar harmonia, beleza e perfeição. Leonardo era um gênio, pois seu campo de atuação era bastante variado. Na matemática, não se prendia só a álgebra, aritmética ou geometria, logo, pode apresentar, na vastidão de suas criações, significativas contribuições. Na pintura de Leonardo da Vinci, é possível perceber a beleza das espirais logarítmicas. Lívio (2015) remete a duas obras: na primeira, o estudo sobre o tema mitológico *Leda e o cisne*, o polímata desenha os cabelos arrumados no formato quase igual ao de uma espiral logarítmica; na segunda, a série de esboços para a obra *Dilúvio*, combina os espirais em nuvens e na água.

---

<sup>2</sup> Também conhecido como espiral de Fibonacci, tem este nome porque a base da Proporção Áurea segue a mesma lógica da Sequência de Fibonacci (BOYER, 1974).

Fibonacci,<sup>3</sup> um matemático de grande relevância, contribuiu de forma significativa para o entendimento do objeto em questão. A partir de seus estudos, o número de ouro aparece frequentemente em suas pesquisas. Ao publicar sua sistematização em 1202, no livro chamado “Liber Abacci”, Fibonacci se tornou bastante famoso. Nele, o matemático apresenta a ilustre sequência de Fibonacci, que é uma sucessão de números que aparecem na natureza. Nessa perspectiva, essa sequência de números apresenta real relação com o número de ouro. Sua lei de formação é que cada elemento, a partir do terceiro, é obtido somando-se os dois anteriores, como:  $1 + 1 = 2$ ;  $2 + 1 = 3$ ;  $3 + 2 = 5$  e assim sucessivamente. Pode-se verificar que a razão entre os termos convergirá para o número de ouro.

Diante desse contexto matemático sobre as características encontradas na natureza a partir da sequência de Fibonacci, Contador (2011, p. 204-205) ressalta as relações existentes e intrigantes:

Todas as plantas que possuem a forma pentagonal estão ligadas diretamente à Proporção Áurea ou à secção áurea, pois ela está em seu interior. Também sem dificuldades podemos dizer que elas estão ligadas diretamente ao número cinco. A secção áurea está presente em todas as flores que possuem cinco pétalas ou um número múltiplo de cinco, característica comum das flores das plantas que dão frutos comestíveis. Talvez seja mera coincidência, possuímos exatamente cinco dedos em cada uma das mãos. Logo o número cinco se caracteriza pelas estruturas das formas vivas, já os números seis e o oito, são característicos da geometria das estruturas minerais. É interessante salientar que as plantas que possuem uma estrutura ligada ao número seis, como a tulipa ou a papoula, são em sua maioria venenosas ou servem como fornecedoras de drogas Medicinais para o homem.

Dessa forma, podemos evidenciar as peculiaridades matemáticas representadas pela sequência de Fibonacci, as quais estão distribuídas nas manifestações da natureza, mas também nas artes, onde esses números são distribuídos harmonicamente numa relação de perfeição. O número áureo está impregnado nas mais distintas demonstrações de beleza e harmonia dispostas no universo entre espécies de animais, vegetais, dentre outras colocações. Contudo, essa característica aparece em diferentes áreas, como, por exemplo, na arquitetura, na pintura, na música; sempre na intenção de expressar o belo e o que é harmônico diante das características do número de ouro num contexto social tendo a matemática como uma das principais ferramentas que movem o mundo.

---

<sup>3</sup> Leonardo de Pisa (cerca de 1180 - 1250) era conhecido como Fibonacci ou “Filho de Fibonacci”, um comerciante italiano. Fibonacci deu grandes contribuições para matemática, de acordo com seus estudos da época, tendo escrito livros matemáticos de conhecimentos específicos de cada área dessa ciência (BOYER, 1974).

#### 4. Conclusões

Como considerações, compreendemos que, no decorrer da história da matemática, o número de ouro aparece de distintas maneiras, nas quais carrega em toda a sua essência a harmonia e a beleza que essa proporção desperta, pois cada forma pela qual esse número é expresso é de grande importância e valor de acordo com os gregos antigos, que eram amantes das formas e da perfeição que a regiam. Portanto, na busca por essa beleza, na arquitetura, em esculturas e nas artes de maneira geral, se procurava tais aspectos em padrões matemáticos.

#### Referências

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza Gomide. – São Paulo: Ed. Edgard Blücher, 1974.

CONTADOR, P. R. M. **A matemática na arte e na vida**. – 2. ed. rev. – São Paulo: Livraria da Física, 2011.

COURANT, R; ROBBINS, H. **O que é Matemática?** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2000.

LIVIO, Mario. **Razão áurea: a história de  $\Phi$ , um número surpreendente**; tradução Marco Shinobu Matsumura – 7ª ed. – Rio de Janeiro: Record, 2015.

SANTOS, G. Vieira. **Explorando a Matemática do Número  $\phi$ , o Número de Ouro**. 2013. Disponível em [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/92414/santos\\_gv\\_me\\_rcla.pdf?sequence=1](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/92414/santos_gv_me_rcla.pdf?sequence=1) Acesso em 28 de Maio de 2017.