

UM ESTUDO SOBRE A DEFLEXÃO DE VIGAS USANDO COMO FERRAMENTAS MATEMÁTICAS A TRANSFORMADA DE LAPLACE E O SOFTWARE GEOGEBRA

José Ivelton Siqueira Lustosa; Fabiana Dantas da Costa; Ormindia Heloana Martins da Silva;
Ramon Formiga Figueira

Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - Campus Cajazeiras
campus_cajazeiras@ifpb.edu.br

1 Introdução

Estudando os métodos desenvolvidos para resolver Equações Diferenciais Ordinárias, percebemos que o processo conhecido como Transformada de Laplace é uma ferramenta poderosa para a solução dessas equações. Este método é utilizado para resolver Equações Diferenciais classificadas como lineares, que modelam uma grande quantidade de problemas em áreas como a Física, a Engenharia, a Economia, a Matemática entre outras áreas das ciências.

De acordo com Santos (2012), “o estudo e o desenvolvimento da área de modelagem de sistemas através de equações diferenciais são de suma importância para a compreensão de problemas reais, apresentando aplicações nas mais diversas áreas do conhecimento.”. Portanto, percebemos que as Equações Diferenciais Ordinárias são de fundamental importância na modelagem de problemas, dos quais pretendemos buscar a solução.

O presente trabalho tem como objetivo desenvolver um estudo detalhado sobre a deflexão sofrida por vigas quando submetidas à sustentação de uma determinada carga, usando como ferramenta a Transformada de Laplace para encontrar a equação solução. Essa parte já foi concluída, entretanto, descreveremos posteriormente nos resultados. Daremos continuidade, usando o software Geogebra para construirmos simulações sobre as variações da deflexão, quando variamos as variáveis presentes na equação solução.

O referido software é umas das ferramentas matemáticas muito utilizada hoje, pois é dinâmico e nos permite trabalhar, fazendo seu uso em áreas diversas tanto da Matemática como da Física, Engenharia e muitas outras.

Por fim, consideramos que o desenvolvimento desse trabalho é de extrema relevância, por contribuir no estudo do tema citado no sentido de ampliar os resultados já apresentados por outras pesquisas na área, além de ampliar o acervo bibliográfico, favorecendo assim aos estudantes de Engenharia Civil que desejam aprofundar seus conhecimentos no estudo da deflexão de vigas.

2 Metodologia

Do ponto de vista da abordagem do problema, a presente pesquisa é caracterizada quanto aos objetivos como exploratória, pois de acordo com Gil (2008), a “pesquisa exploratória proporciona maior familiaridade com o problema (explícita). Pode envolver levantamento bibliográfico. Geralmente, assume a forma de pesquisa bibliográfica e estudo de caso.”. Isso descreve bem o que pretendemos fazer, pois objetivamos construir resultados que contribua com informações bem mais fundamentadas sobre o problema, enriquecendo assim, o seu acervo bibliográfico, que como já mencionamos é superficial e apresenta falhas.

Quanto aos procedimentos técnicos que pretendemos desenvolver, estes apresentam características de um estudo de caso, pois para Gil (2008) “o estudo de caso consiste no estudo profundo e exaustivo de um ou poucos objetos, de maneira que permita seu amplo e detalhado conhecimento”. Quanto à tecnicidade, ver-se que o comentário de Gil (2008) apresenta uma descrição, de maneira bem resumida, do que procuramos construir com o desenvolvimento desse trabalho.

Quanto ao tipo, percebemos que ela se intercala melhor como uma pesquisa quantitativa, pois no desenvolvimento, iremos fazer alguns testes simulatórios com as variáveis responsáveis por causarem variação na deflexão das vigas e segundo (FERREIRA *apud* WILSON, 1986):

“de acordo com o ponto de vista de quantitativistas, uma pesquisa só terá validade científica, se der margem à classificação, testagem de hipótese, medição e tabulação, com todo esse processo carregado de uma estrutura e de uma forma tão rígida que, nos seus resultados, não revelará nenhum aspecto significativo dos fenômenos sociais.”.

Realizamos inicialmente, um estudo sobre a Transformada de Laplace, no qual abordamos a definição do operador e as principais propriedades que foram usadas para solução das equações modelo que obtivemos no desenvolvimento da pesquisa. Nesse estudo, além da definição, demos ênfase ao Primeiro e Segundo Teoremas sobre Deslocamentos, a Função Degrau Unitário ou Função de Heaviside, o teorema que descreve como encontrar a transformada de Funções Derivadas e a Função Impulso Unitário, mais conhecida como Função Delta de Dirac.

Feito isso, iniciamos a fase onde descrevemos a modelagem matemática de cada um dos casos analisados. Em seguida, utilizamos a Transformada de Laplace e suas propriedades para resolver as equações que modelam os casos estudados.

3 Resultados e Discussão

São inúmeras a quantidade de problemas em diversas áreas da Engenharia que podem ser resolvidos, usando como ferramenta a Transformada de Laplace. No nosso trabalho estamos usando esta ferramenta para resolver a E.D.O linear que obtemos na modelagem de alguns casos da deflexão de vigas, conteúdo bastante notável e de grande importância no curso de Engenharia Civil.

Neste trabalho estamos estudando os seguintes casos de deflexões de vigas: (1) quando a carga é distribuída em todo o comprimento da viga; (2) quando a carga é distribuída em um intervalo e (3) quando a carga está concentrada em um ponto específico.

Para quaisquer um dos casos citados acima, o modelo matemático que descreve o contexto é uma Equação Diferencial Linear de Quarta Ordem não homogênea, onde a parte não homogênea vai depender de como considerarmos a distribuição da carga na viga. Nesta equação a variável dependente é a deflexão, e a variável independente é a que representa a parte da viga onde a carga está concentrada.

De acordo com a descrição supramencionada, e utilizando a Transformada de Laplace, já obtemos a função que representa a deflexão para cada caso estudado neste trabalho. Vejamos a seguir como foi obtida a função da deflexão em cada situação.

Primeiro Caso

Considerando uma viga fixa nas extremidades, modelamos a deflexão utilizando a E.D.O Linear de Quarta Ordem não homogênea, na qual a carga distribuída por toda viga é constante. Neste caso, aplicamos a Transformada de Laplace, obtendo assim uma função algébrica correspondente. Em seguida, aplicamos a Transformada Inversa de Laplace na função algébrica, que resultou na solução geral. Daí, considerando as condições iniciais as quais indicam que a deflexão e a inclinação da viga nos extremos é nula por ela ser fixa nas extremidades, obtemos a função solução para o caso descrito.

Segundo Caso

Para o segundo caso, consideramos uma viga uniforme, fixada nas extremidades e agora, suportando uma carga por unidade de comprimento distribuída na primeira metade da viga, ou seja, em um intervalo da mesma. Determinamos a função que descreve a deflexão nesta situação

com as mesmas condições iniciais dadas no caso anterior, isto é, com deflexão e inclinação da viga nas extremidades nula.

Neste caso, o modelo matemático da situação é a E.D.O Linear de Quarta Ordem não Homogênea onde a parte não homogênea é dada pela função carga escrita na forma compacta da Função de Heaviside, pois a mesma pode ser usada para escrever funções definidas por partes e como neste caso a carga está distribuída na primeira metade da viga, podemos aplicá-la.

Aplicando o método da Transformada de Laplace na E.D.O. que modela a situação, obtemos a equação algébrica e, em seguida, aplicando a Transformada Inversa na equação resultante, chegamos assim a solução geral para a deflexão no respectivo caso. Finalmente, aplicando as condições iniciais, já citadas anteriormente, chegamos a função que descreve a deflexão.

Terceiro Caso

Nesta situação, consideramos uma viga uniforme fixa na extremidade esquerda e livre na extremidade direita. Obtemos a deflexão para uma carga concentrada no ponto médio da viga. As condições iniciais para esta situação são: deflexão na extremidade presa nula, inclinação na extremidade presa nula, o momento fletor na extremidade livre nulo e cisalhamento na extremidade livre nulo.

Como sabemos, a Equação Diferencial que descreve a situação é uma Equação Diferencial Linear de Quarta Ordem não Homogênea, onde a parte não homogênea é representada pela carga caracterizada pela Função Delta de Dirac ou Impulso Unitário, pois temos uma carga concentrada em apenas um ponto da viga. Essa função pode servir como um modelo matemático das forças externas que atuam sobre sistemas sujeitos a fenômenos impulsivos.

Assim, aplicando a Transformada de Laplace, obtemos a equação algébrica. Posteriormente, usando a Transformada Inversa na equação algébrica, chegamos a solução geral e, por fim, aplicando as condições iniciais, temos a função que descreve a deflexão da viga neste caso.

4 Considerações Finais

Esta pesquisa propôs um estudo sobre a deflexão de vigas, usando como ferramentas a Transformada de Laplace e o software Geogebra. Como foi descrito nos resultados, já obtivemos a função que descreve a deflexão em cada caso estudado.

Agora, observando as equações solução obtidas nos casos descritos, esperamos poder



chegar a conclusões sobre que pontos da viga será adequado para distribuição de carga e qual o comprimento satisfatório em cada situação e para isso utilizaremos o software Geogebra. Objetivamos com o desenvolvimento desse trabalho, produzir um material que consideramos de fundamental importância para os estudantes do curso de Engenharia Civil do Instituto Federal da Paraíba, Campus Cajazeiras, bem como de outros Institutos e Universidades.

5 Referências

FERREIRA, C.A.L. **Pesquisa Quantitativa e Qualitativa: Perspectivas para o Campo da Educação.** Revista Mosaico, v. 8, n. 2, p. 173-182, jul./dez. 2015.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

PACHECO, A. L. S. **Transformada de Laplace: Algumas Aplicações.** Monografia submetida à Universidade Federal de Santa Catarina para a obtenção do grau de Especialista em Matemática. Florianópolis, 2011.

SANTOS, F.R.**Equações Diferenciais e suas Aplicações.** 2012. 10f.

ZILL, D. G.; CULLEN, M. R.**Equações Diferenciais.** Volume 1. São Paulo: Pearson Macrom Books, 2001.