



## A ABORDAGEM DO CONCEITO DE ÂNGULO EM UM LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA DO 8º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

André Pereira da Costa (1); Marilene Rosa dos Santos (2)

(1) Universidade Federal de Pernambuco – UFPE, andre.pcosta@outlook.com; (2) Universidade de Pernambuco – UPE, rosa.marilene@gmail.com

### Resumo

Esta pesquisa teve por objetivo analisar a abordagem do conceito de ângulo presente em um livro didático do 8º ano do ensino fundamental, especialmente, os tipos de tarefas explorados. Nessa direção, optamos por utilizar como aporte teórico a Teoria Antropológica do Didático – TAD, produzida por Chevallard (1999). Conforme esse pesquisador, a TAD situa a Matemática, sobretudo, o estudo matemático no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais. Para tanto, realizamos uma análise documental, com uma abordagem qualitativa, na qual, selecionamos um livro didático aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2017, sobretudo, o livro destinado ao professor. A decisão por realizar tal estudo deriva do papel desempenhado pelo livro didático ao ensino e à aprendizagem, sendo na maioria dos casos, o único recurso à prática pedagógica dos professores e também a única fonte de conhecimento aos estudantes. Então, identificamos os tipos de tarefas explorados no capítulo do livro dedicado ao estudo de ângulo. Os dados produzidos sinalizam que o livro didático, ou melhor, o capítulo relacionado ao conceito de ângulo, apresenta 209 itens, entre os quais o tipo de tarefa mais frequente é *determinar a medida da abertura do ângulo de uma figura ou região*, presente em 143 itens, o que corresponde a aproximadamente 68,4% do total de tarefas investigadas. A análise realizada indica que há uma forte tendência em explorar esse conceito por meio da medida da principal grandeza geométrica associada a ele, isto é, medida da abertura do ângulo.

**Palavras-chave:** ângulo, livro didático, tipos de tarefa.

### INTRODUÇÃO

Desde a sua origem, possivelmente com os antigos povos egípcios, a Geometria sempre incluiu o estudo das grandezas geométricas, entre elas, abertura de ângulo, área, comprimento e volume. Tal fato justifica a razão dessas grandezas terem sido consideradas como conceitos geométricos, por um longo período de tempo da história humana.

Contudo, conforme diversas pesquisas educacionais (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BALTAR, 1996; BELLEMAIN; LIMA, 2002; TELES, 2007; ROSA DOS SANTOS, 2015) e as orientações curriculares nacionais (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2012), as grandezas geométricas deixam o campo geométrico e passam a integrar o campo das Grandezas e Medidas, pois elas passam a ser consideradas como atributos dos objetos da Geometria. Um dos motivos para essa mudança deriva na demanda de maior concentração ao estudo do conceito de grandeza de modo global, e não somente ao ensino das grandezas



geométricas (LIMA; CARVALHO, 2010).

Como sinalizam esses autores, no estudo das grandezas geométricas sob a ótica das Grandezas e Medidas, alguns tópicos destacam como mais importantes. Como exemplo disso, eles citam o processo de medição, que engloba a seleção das unidades, a compreensão das conexões entre elas, e também o uso de instrumentos de medida. Na Geometria, esses temas não constituem o centro dos estudos:

Por exemplo, em geometria, definimos quadrado como um quadrilátero que possui quatro ângulos retos e quatro lados de comprimentos iguais. Esta é a definição de um objeto abstrato, no qual não podemos efetuar medições com instrumentos concretos. Nos exemplos concretos de quadrados – desenhados ou construídos de algum material adequado – as medições fornecerão sempre igualdades aproximadas dos comprimentos dos lados e das aberturas dos ângulos em jogo. Além disso, no que se refere à definição geométrica, o comprimento do lado do quadrado pode ser concebido em centímetros, em metros, ou em qualquer outra unidade de comprimento (LIMA; CARVALHO, 2010, p.137).

Em síntese, o estudo das grandezas geométricas parece ser mais abstrato na Geometria do que no campo das Grandezas e Medidas. De outra forma, o ensino dessas grandezas na escola é uma excelente oportunidade de se estabelecer uma articulação entre esses dois campos da Matemática. Nesse sentido, nos livros didáticos de Matemática é possível encontrarmos os capítulos destinados à Geometria, nos quais também se abordam às Grandezas e Medidas. O mesmo também pode ser verificado com os capítulos voltados para esse segundo campo, que podem apresentar uma abordagem geométrica.

Todavia, essa articulação deve ser realizada de forma equilibrada, de modo que, por exemplo, no estudo dedicado à Geometria, os temas relacionados às Grandezas e Medidas não ocupem a maior parte do capítulo ou das atividades de natureza geométrica. Além disso, há conteúdos geométricos que não necessitam dessa conexão, como é o caso do paralelismo entre retas. Da mesma forma, há temas em Grandezas e Medidas que poderão não precisar de uma abordagem com a Geometria, como por exemplo, as grandezas físicas (tempo, massa, velocidade, aceleração, força, etc.).

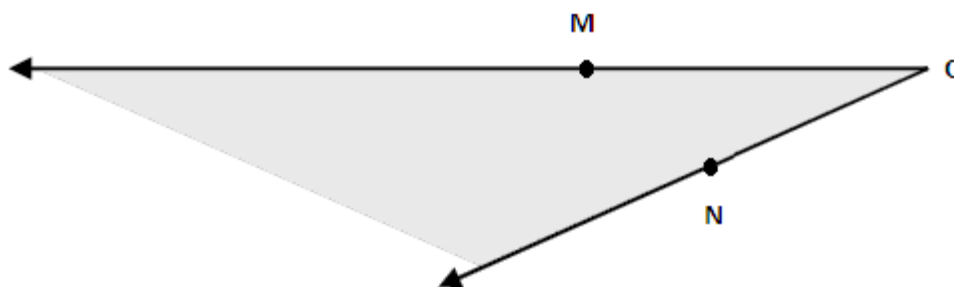
Diante dessas circunstâncias, faz-se necessário verificar como a Geometria tem sido abordada no ensino básico, sobretudo, como os seus conceitos são explorados no livro didático de Matemática. Neste estudo, objetivamos analisar a abordagem do conceito de ângulo presente em um livro didático do 8º ano do ensino fundamental, especialmente, os tipos de tarefas explorados, fazendo uso da Teoria Antropológica do Didático, criada por Chevallard (1999), como quadro teórico.

## O CONCEITO DE ÂNGULO

Em nossa vida diária, os ângulos são representados em ponteiros de relógios, nos “cantos” das paredes de nossa casa, nos movimentos de rotação em torno de um ponto de referência, etc. No ambiente escolar, já nos primeiros anos, as crianças pequenas são introduzidas ao estudo desse saber por meio do ensino de figuras geométricas planas (triângulos, quadriláteros e polígonos). Aparentemente, a noção de ângulo é fácil, todavia, quando buscamos um modelo em Matemática relacionado a este conceito, com foco no seu ensino em sala de aula, percebemos uma complexidade (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Na maioria das vezes, a definição mais utilizada para ângulo é a que segue: “chamamos de ângulo a figura formada por duas semirretas com a mesma origem” (BARBOSA, 2006, p.29), conforme ilustrado a seguir pela Figura 1. Nessa definição, chamamos as semirretas de lados do ângulo, enquanto que a origem das semirretas é denominada de vértice do ângulo. Assim, obtemos um modelo matemático que pode ser relacionado aos ângulos da realidade física.

Figura 1 – Representação de um ângulo  $M\hat{O}N$



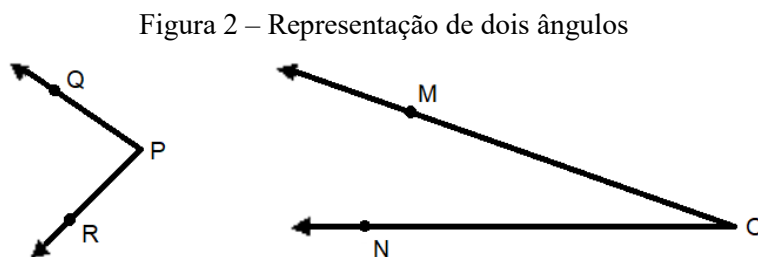
Fonte: Costa (2016).

Desse modo, temos o ângulo como objeto geométrico e sua abertura como a grandeza geométrica associada a ele. Analisando o modelo matemático, percebemos que, por serem semirretas, os lados de um ângulo não têm limites, logo, os seus comprimentos são desprezados. Então, a grandeza importante a ser considerada em um ângulo é a abertura do ângulo (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

A abertura do ângulo enquanto grandeza geométrica é considerada como uma característica de objetos, podendo ser comparados a outros objetos semelhantes, tendo como referência a igualdade ou a desigualdade (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Nessa perspectiva,

concordamos com Costa (2016, p.48) ao afirmar que uma definição possível e mais adequada para esse conceito (abertura do ângulo) seria considerá-lo como um atributo de uma região delimitada por duas semirretas, distintas e não opostas, com uma mesma origem<sup>1</sup>.

Nessa direção, dois ângulos podem ser comparados a partir de sua abertura e não tendo por base os comprimentos dos seus lados, conforme ilustrado a seguir. Pelas representações da Figura 2, o que podemos concluir?



Fonte: Elaborado pelos autores.

Analisando a figura, podemos perceber que a **abertura** do ângulo  $\angle MON$  é menor do que a do ângulo  $\angle QPR$ . Todavia, usualmente, em sala de aula, falamos para os alunos que o ângulo  $\angle MON$  é menor do que o ângulo  $\angle QPR$  (ou que  $\angle QPR$  é o ângulo maior). Nessa situação, “o mesmo termo ‘ângulo’ que é utilizado para designar o objeto geométrico é utilizado também para designar a grandeza associada a ele, isto é, sua abertura” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 195).

Além disso, os estudantes do ensino básico podem dizer que o ângulo  $\angle MON$  é maior do que o ângulo  $\angle QPR$ , pois consideram o comprimento dos lados dos ângulos, e não suas aberturas. Esse é um dos exemplos da complexidade relacionada ao ensino de ângulo, sobretudo, da difícil conexão entre a semirreta (objeto matemático) e o segmento de reta (desenho que representa o objeto matemático).

Dessa forma, o trabalho do professor é fundamental na superação dessa complexidade, por meio de intervenções pedagógicas que levem os estudantes a construírem o conceito de ângulo de forma adequada, percebendo que há dois modos de pensar esse conceito: como uma grandeza, quando se trata da medida de sua abertura; e como um ente matemático<sup>2</sup>, quando se refere à sua representação (COSTA, 2016).

## A TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

<sup>1</sup> Chamamos atenção para o fato de que essas duas semirretas formam dois tipos de ângulos: a) o ângulo interno a região delimitada pelas semirretas; b) o ângulo externo a essa mesma região.

<sup>2</sup> Ente matemático é um objeto matemático que permite a produção de outros objetos.

Na análise da abordagem do conceito de ângulo em um livro didático de Matemática do 8º ano do ensino fundamental, principalmente, os tipos de tarefas relacionados a esse saber matemático, optamos por utilizar como marco teórico a Teoria Antropológica do Didático – TAD, que foi criada por Chevallard (1999).

Para Chevallard (1999), a TAD situa a Matemática, sobretudo, o estudo matemático no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais. Nesse caso, analisar a lógica do ensino e da aprendizagem Matemática necessita o debate de diferentes elementos: os estudantes, o professor, o saber matemático, o livro didático, a sala de aula, etc. Ainda, para esse pesquisador, toda atividade matemática surge como resposta a um tipo de tarefa.

Desse modo, com base na TAD, toda ação humana pode ser justificada por meio de uma praxeologia. Essa organização praxeológica é formada por quatro elementos: tipo de tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Nessa pesquisa, especificamente, nosso interesse é a organização matemática evidente no livro didático relacionado ao estudo de ângulo, isto é, o mundo real matemático produzido em uma provável aula, que faz uso do mencionado recurso didático.

Segundo Chevallard (1999), a noção tipos de tarefas refere-se ao sentido antropológico da teoria, pois envolve apenas as atividades de natureza humana, ou seja, são construídas pelas pessoas. Quase sempre, esse elemento praxeológico diz respeito a um objetivo claro e adequado, certamente apontado, antes de qualquer coisa, por meio de um verbo de ação, além do complemento da oração. Por exemplo, se considerarmos o verbo *comparar*, assim, ele equivale a um gênero de tarefas, uma vez que o que será comparado não é justificado de modo explícito (ROSA DOS SANTOS, 2015).

Chevallard (1999) atenta que as noções de tipos de tarefas e de tarefas, apesar de carregarem importantes articulações entre si, elas apresentam diferenças. O tipo de tarefa é formado por um conjunto de tarefas que integram muitas tarefas com as mesmas características. Por exemplo, consideremos  $T_M$  – *Determinar a medida da abertura do ângulo de uma figura ou região*;  $T_{M1}$  – *Determinar a medida da abertura dos ângulos internos de uma figura ou região* e  $T_{M2}$  – *Determinar a medida da abertura dos ângulos externos de uma figura ou região*. Nesse cenário,  $T_{M1}$  e  $T_{M2}$  são tarefas de  $T_M$ , logo, elas constituem um tipo de tarefa ( $T_M$ ).

Concordamos com Costa e Rosa dos Santos (2018, p. 358-359), ao afirmarem que:

Comumente, todo tipo de tarefa pode ser solucionado por diferentes formatos, mas,



para explicar determinada técnica, faz-se necessária a produção de diferentes justificativas. Contudo, com base na Teoria Antropológica do Didático, a identificação das técnicas é o âmag, além dos polos tecnologia e teoria, que são específicos nas instituições.

Desse modo, considerando que o livro didático é a instituição em estudo, sendo uma importância referência tanto para alunos como para professores, nesse artigo, focamos nossa análise na identificação e no estudo dos tipos de tarefas, uma vez que as técnicas, a tecnologia e a teoria nem sempre estão evidentes nesse recurso didático.

Além disso, tendo em vista que o saber matemático resulta da ação humana, que surge como resposta a um tipo de tarefa, então, nesse estudo, objetivamos analisar os tipos de tarefas presentes em um livro didático de Matemática do 8º ano do ensino fundamental, sobre o conceito de ângulo.

## PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste estudo, analisamos o livro didático de Matemática devido seu papel ao ensino e à aprendizagem, sendo na maioria dos casos, o único recurso à prática pedagógica dos professores e também a única fonte de conhecimento aos estudantes.

Esta pesquisa apresenta uma análise documental, com uma abordagem qualitativa, na qual foi selecionado o livro didático de Matemática do 8º ano do ensino fundamental mais adotado pelas escolas públicas do Estado de Pernambuco, que foi aprovado pelo Programa Nacional do Livro Didático – PNLD 2017, em especial, o livro do professor. Assim, o livro analisado foi o *Vontade de saber matemática*, 8º ano, elaborado pelos autores Joamir Souza e Patrícia Moreno Pataro, 3ª edição, 2015. Então, apreciou-se o capítulo voltado para o conceito de ângulo.

O livro investigado é formado por 12 capítulos, sendo que o saber ângulo é explorado sistematicamente no primeiro capítulo da obra, intitulado *Ângulos*, que aborda os seguintes tópicos: *Os ângulos*, *Bissetriz de um ângulo*, *Construção da bissetriz de um ângulo*, *Ângulos opostos pelo vértice* e *Ângulos formados por um feixe de retas e uma transversal*. O supracitado capítulo é iniciado na página 12 e finalizado na página 31, logo, são destinadas 20 páginas para o estudo de ângulo.

Além das partes de natureza conceitual, o capítulo é composto por um tópico de *introdução*, que inaugura o capítulo por meio do texto *Montanha-russa*, quatro momentos sobre *exercícios (Atividades)* que abordam os conceitos explorados pelos alunos, um tópico



sobre atividade contextualizada (*Contexto*), um espaço para reflexão (Refletindo sobre o capítulo), outro com questões para revisão do capítulo (*Revisão*) e um tópico com exercícios do Exame Nacional do Ensino Médio e da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (*ENEM e OBMEP*).

Em resumo, a análise do livro didático foi efetuada em uma única etapa, na qual realizamos o levantamento e a identificação dos tipos de tarefa relacionados ao conceito de ângulo. Na delimitação do número de tarefas foram analisados os exercícios assinalados, de modo que nas situações que apresentavam diversos itens, cada item foi analisado como uma tarefa.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Ao analisarmos o livro didático, especialmente o capítulo do livro referente ao conceito de ângulo, identificamos 209 tarefas, que classificamos em oito tipos de tarefas, como apresentado na Tabela 01.

Tabela 1 – Relação quantitativa dos tipos de tarefa identificados no livro didático

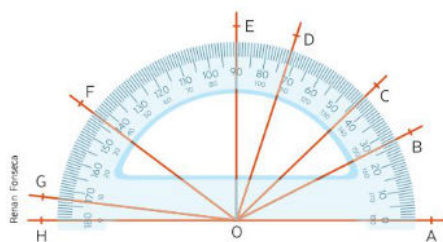
	<b>Tipos de Tarefas</b>	<b>Quantidade</b>
T <sub>M</sub>	Determinar a medida da abertura do ângulo de uma figura ou região	143
T <sub>P</sub>	Identificar posições relativas entre dois ângulos	30
T <sub>E</sub>	Estimar a medida da abertura do ângulo de uma figura ou região	10
T <sub>V</sub>	Validar proposições sobre ângulo	08
T <sub>CL</sub>	Classificar ângulo conforme a medida de sua abertura	06
T <sub>CO</sub>	Construir ângulo a partir da medida de sua abertura	05
T <sub>T</sub>	Traçar a bissetriz do ângulo dada a medida de sua abertura	04
T <sub>I</sub>	Identificar a bissetriz do ângulo associado a uma figura ou região	03
	Total	209

Fonte: Acervo da pesquisa

Pelo levantamento apresentado na tabela acima, observamos que o tipo de tarefa mais explorado no capítulo do livro é T<sub>M</sub> (*Determinar a medida da abertura do ângulo de uma figura ou região*), presente em 143 dos 209 itens identificados, o que corresponde a aproximadamente 68,4% do total de tarefas investigadas. Nesse tipo de tarefa, evidenciamos que há ênfase em uma técnica, que consiste em fazer a leitura da medida da abertura do ângulo utilizando o transferidor como instrumento de medidas. A Figura 3, relacionada à Atividade 1 do capítulo, ilustra esse destaque.

Figura 3 – Atividade nº 1, na qual é evidenciada a tarefa  $T_M$

1. A imagem representa um transferidor com alguns ângulos indicados.



Determine a medida do ângulo:

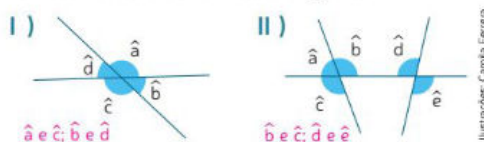
- a)  $\widehat{AOB}$   $27^\circ$     c)  $\widehat{GOH}$   $17^\circ$     e)  $\widehat{BOF}$   $116^\circ$   
 b)  $\widehat{AOE}$   $90^\circ$     d)  $\widehat{FOH}$   $37^\circ$     f)  $\widehat{GOD}$   $91^\circ$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p.16).

O segundo tipo de tarefa mais abordado no capítulo é  $T_P$  (*Identificar posições relativas entre dois ângulos*), frequente em 30 dos 209 itens verificados, o que coincide com cerca de 14,3% do total. Nesse tipo de tarefa, há um destaque na identificação de ângulos opostos pelo vértice, o que pode ser notado na Atividade 17 (Figura 4).

Figura 4 – Atividade nº 17, na qual é evidenciada a tarefa  $T_P$

17. Escreva os pares de ângulos opostos pelo vértice indicados em cada figura.



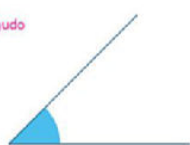
Fonte: Souza e Pataro (2015, p.23).

Em terceiro lugar, está a tarefa  $T_E$  (*Estimar a medida da abertura do ângulo de uma figura ou região*), presente em 10 das 209 tarefas analisadas, ou seja, uma média de 4,8% do geral de itens, conforme ilustrado na Figura 5, referente à Atividade 3 do capítulo investigado.

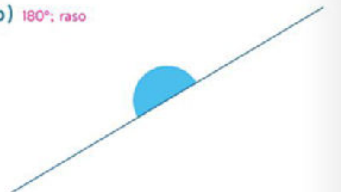
Figura 5 – Atividade nº 13, na qual é evidenciada a tarefa  $T_E$

3. Estime a medida dos ângulos. Em seguida, utilizando um transferidor, meça-os e classifique-os em reto, agudo, raso ou obtuso.

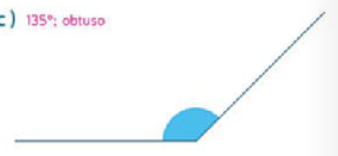
a)  $45^\circ$ ; agudo



b)  $180^\circ$ ; raso



c)  $135^\circ$ ; obtuso



Fonte: Souza e Pataro (2015, p.16).



Em seguida, em quarto lugar, está  $T_V$  (*Validar proposições sobre ângulo*) com aproximadamente 3,8% de frequência (presente em 08 das 209 tarefas identificadas), com foco, mais uma vez, na medida da abertura do ângulo, como ilustrado a seguir pela Figura 6, relacionado à Atividade 29 do capítulo.

Figura 6 – Atividade nº 29, na qual é evidenciada a tarefa  $T_V$

29. Classifique cada sentença em verdadeira ou falsa.
- a) Três retas paralelas cortadas por uma transversal determinam seis pares de ângulos alternos internos. **v**
  - b) Duas retas paralelas distintas não possuem pontos em comum. **v**
  - c) A soma das medidas de dois ângulos colaterais externos é sempre igual a  $180^\circ$ . **f**
  - d) Ângulos correspondentes nem sempre têm a mesma medida. **v**

Fonte: Souza e Pataro (2015, p.27).

O quinto tipo de tarefa mais frequente no capítulo é  $T_{CL}$  (*Classificar ângulo conforme a medida de sua abertura*), o que corresponde a 2,9%, ou seja, presente em 06 dos 209 itens analisados. Esse tipo de tarefa encontra-se ilustrado conforme ilustrado na Figura 5, referente à Atividade 3 do capítulo investigado.

Em sexto lugar, está  $T_{CO}$  (*Construir ângulo a partir da medida de sua abertura*), presente em apenas 05 dos 209 itens identificados, ou seja, 2,4% do geral. Mais uma vez, há um destaque ao uso de instrumentos geométricos (régua, transferidor e compasso) para execução da tarefa, como apresentado a seguir pela Figura 7, referente à Atividade 11 do capítulo do livro didático.

Figura 7 – Atividade nº 11, na qual é evidenciada a tarefa  $T_{CO}$

11. Utilizando régua, transferidor e compasso, construa cada ângulo cuja medida está indicada e trace a bissetriz. *Resposta no final do livro.*
- a)  $45^\circ$
  - b)  $60^\circ$
  - c)  $140^\circ$
  - d)  $100^\circ$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p.21).

Em seguida, o sétimo tipo de tarefa mais evidente no capítulo foi  $T_T$  (*Traçar a bissetriz do ângulo dada a medida de sua abertura*), com 04 dos 209 itens analisados, o que corresponde a cerca de 2% do total. Essa tarefa também se encontra ilustrada na Figura 7, relacionada à Atividade 11 do capítulo do livro didático investigado.

Por fim, foi identificado  $T_I$  (*Identificar a bissetriz do ângulo associado a uma figura ou região*), presente em apenas 03 das 209 tarefas analisadas, isto é, cerca de 1,4% do total de itens verificados. A Figura 8 ilustra esse tipo de tarefa, referente ao item *b* da Atividade 12 do capítulo investigado.

Figura 8 – Atividade nº 12, na qual é evidenciada a tarefa  $T_I$

12. Viviane dobrou uma folha de papel quadrada da seguinte maneira.

Depois, ela desdobrou a folha e traçou semirretas sobre os vincos formados.

a) Entre as imagens a seguir, qual representa a folha de papel utilizada por Viviane? II

I )

II )

b) Qual semirreta corresponde à bissetriz do ângulo:

- $\overrightarrow{A\hat{O}C}$  ?  $\overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{C\hat{O}E}$  ?  $\overrightarrow{OB}$
- $\overrightarrow{E\hat{O}G}$  ?  $\overrightarrow{OF}$

Fonte: Souza e Pataro (2015, p.21).

É importante destacar que além das tarefas mencionadas, foram evidenciadas 2% de tarefas que não se relacionam de modo direto com o conceito de ângulo, sobretudo, as de cunho pessoal. Apesar de serem importantes, não as consideramos na nossa análise, uma vez que estávamos interessados em analisar os tipos de tarefas referentes ao conceito de ângulo.

Além disso, há um considerável número de tipos de tarefas que estabelecem conexões com outros campos da Matemática, sobretudo, com a Álgebra. Entre as tarefas, podemos mencionar a de  $T_M$ , nas quais, o aluno deveria determinar a medida da abertura do ângulo por meio de equações lineares.

Todavia, apesar dessa articulação com outros campos matemáticos, o capítulo analisado enfatiza o viés numérico nas tarefas, especificamente, em  $T_M$ ,  $T_E$ ,  $T_{CL}$ ,  $T_{CO}$  e  $T_T$ , que correspondem a aproximadamente 80,4% do total analisado.



A Teoria Antropológica do Didático, principalmente, a identificação dos tipos de tarefa permite caracterizar a abordagem do conceito de ângulo em um livro didático do 8º ano do ensino fundamental, aprovado pelo PNLD/2017. Nessa direção, foi possível verificar, por exemplo, quais aspectos desse saber são explorados e, ainda, quais são desconsiderados.

A análise do capítulo relacionado ao objeto matemático ângulo evidenciou que há uma forte tendência em explorar esse conceito por meio da medida da principal grandeza geométrica associada a ele, isto é, medida da abertura do ângulo. Essa tendência pode ser constatada em tarefas como  $T_M$ ,  $T_E$ ,  $T_{CL}$ ,  $T_{CO}$  e  $T_T$ , contribuindo para um ensino de ângulo com foco numérico.

Dessa forma, o estudo de ângulo como modelo geométrico é praticamente inexistente entre as tarefas presentes no capítulo do livro analisado. Diante dessa complexidade, o papel do professor é de extrema importância, na elaboração, organização e gerência de situações didáticas que promovam a abordagem do conceito de ângulo como um objeto geométrico, mas considerando a grandeza geométrica (abertura de ângulo) associada a ele.

## REFERÊNCIAS

BALTAR, P. M. **Enseignement et aporprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège.** Tese (Doutorado em Didática da Matemática) Université Joseph Fourier: Grenoble, 1996.

BARBOSA, J. L. M. **Geometria Euclidiana Plana:** coleção professor de Matemática. Fortaleza: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

BELLEMAIN, P. M. B.; LIMA, P. F. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental.** 1. ed. Natal: Editora da SBHMat, 2002.

BRASIL. MEC. 1998. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. 3. ed. Brasília: MEC /SEF, 1998.

COSTA, A. P. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º ano do ensino fundamental:** um estudo sob a luz da teoria vanhieliana. 2016. 242f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2016.

COSTA, A. P.; ROSA DOS SANTOS, M. Os quadriláteros notáveis no 8º ano do Ensino Fundamental: um estudo sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. **Revista de Educação Matemática**, v. 15, p. 353-372, 2018.

CHEVALLARD, Y. L. "Analyse de Des Pratiques Enseignantes en Théorie Anthropologique Du Didactique." In: **Recherches em Didactiques des Mathématiques**, 1999, p. 221-266.



DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M.-J. Unprocessus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. In: **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, n.4, 1989, p. 387-424.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P. M. B. Grandezas e medidas. In: CARVALHO, J. P. F. **Matemática: ensino fundamental** (Coleção Explorando o ensino). vol. 17. Brasília: MEC/SEB, 2010.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. P. F. Geometria. In: CARVALHO, J. P. F. **Matemática: ensino fundamental** (Coleção Explorando o ensino). vol. 17. Brasília: MEC/SEB, 2010.

PERNAMBUCO. **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. UFJF, Juiz de Fora, 2012.

ROSA DOS SANTOS, M. **A transposição didática do conceito de área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental**: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino das Ciências. Universidade Federal Rural de Pernambuco: Recife, 2015.

TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais**: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2007.