Oficinas de Laboratório de Matemática por e para Licenciandos do IFPE: uma atividade proposta no VI Pluri Pesqueira[1]

Franciane Alves de Almeida; Carlos Eduardo de Oliveira

Instituto Federal de Pernambuco - Campus Pesqueira
francianeaalmeida@gmail.com; ceduardo.nick@gmail.com

Resumo: Este trabalho tem por objetivo apresentar as experiências vivenciadas durante as fases de planejamento, de aplicação e de avaliação das oficinas "Teorema de Pitágoras e suas generalizações planas e espaciais" e "Criptografia: a Construção de Mensagens Secretas", ambas realizadas nas dependências do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), Campus Pesqueira, durante a realização do VI Pluri Pesqueira. O grupo de proponentes dessas oficinas foi constituído por licenciandos e docente vinculados ao Curso de Licenciatura em Matemática. O público alvo das oficinas foram licenciandos em matemática e professores da educação básica, os quais realizaram todas as atividades de modo individual ou em duplas, escolhidas voluntariamente pelos mesmos. Cada participante recebeu um lápis comum, uma borracha, uma régua e as folhas de atividades como material de apoio para as atividades práticas. As oficinas tiveram como objetivo favorecer atividades experimentais associadas às generalizações e verificações de proposições matemáticas que são tratadas na Educação Básica, com exceção da proposta de utilizar a criptografia com recurso da aritmética modular. Os conteúdos programáticos para essas atividades estavam relacionados com áreas e semelhança de figuras planas, volumes de sólidos, o Teorema de Pitágoras, conceitos associados a criptografia, multiplicação e inversão de matrizes e aritmética modular. Os resultados da aplicação dessas oficinas se destacam no fazer matemática dos proponentes e dos participantes, e no interesse naturalmente despertado entre os envolvidos durante todas as etapas de desenvolvimento das atividades propostas. Espera-se ter contribuído de forma significativa com a formação dos licenciandos e professores ali presentes, e que durante a sua prática docente ao ensinar o Teorema de Pitágoras e a Álgebra Matricial, lembrem-se de não limitar a concepção dos alunos, pelo contrário, que possam expandir suas possibilidades.

Palavras-chave: Oficinas, Teorema de Pitágoras, Criptografia, Formação de Professores.

1. Introdução

A Lei Federal nº 11.892, de 29 de dezembro de 2008, em seu Art. 2º, caracteriza os Institutos Federais como instituições de educação superior, básica e profissional especializados na oferta de educação profissional e tecnológica nas diferentes modalidades de ensino, com base na conjugação de conhecimentos técnicos e tecnológicos com as suas práticas pedagógicas.

O Instituto Federal de Pernambuco (IFPE), no Campus Pesqueira, oferece cursos técnicos de Eletrotécnica e Edificações, cursos do PROEJA de qualificação profissional e os cursos de nível superior: Bacharelado em Enfermagem, e Licenciatura em Física e em Matemática.

[1] Agradecemos a todos os licenciandos que participaram do planejamento e aplicação das oficinas, e de modo especial, a Maria Gilclécia Conrado de Souza (gilclecia_conrado@hotmail.com) e Indaclécio Paulo dos Santos (indaclecio.ps@gmail.com) pelas valiosas contribuições dadas a esse trabalho.

Este trabalho relata as experiências vivenciadas durante o VI Pluri Pesqueira do IFPE, Campus Pesqueira, onde foram planejadas e ministradas duas oficinas, as quais serão apresentadas no texto que segue, desde o planejamento inicial e a metodologia utilizada, como também as aplicações realizadas.

O Curso de Licenciatura em Matemática foi o primeiro curso de nível superior deste campus do IFPE. A primeira turma foi formada com 50 alunos selecionados no processo seletivo que ocorreu em 2007, e desde 2012 uma turma de egressos é formada a cada ano. No Campus Pesqueira, o curso conta com os projetos do Clube de Matemática, de Monitoria, do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) entre outros, proporcionando aos licenciandos a participação em atividades que permitam a articulação entre o Ensino, a Pesquisa e a Extensão Universitária.

Em meados de novembro de 2015, foi realizado no IFPE, no Campus Pesqueira, o VI Pluri Pesqueira, o qual vem se consolidando como um espaço local de apresentação e troca de experiências de aprendizagem bem sucedida. Organizado por discentes e docentes vinculados aos cursos existentes, esta edição do Pluri Pesqueira favoreceu atividades na forma de oficinas, minicursos, palestras, apresentações culturais, mostras científicas entre outras formas de expressão de conhecimento.

Este relato tem por finalidade apresentar duas oficinas desenvolvidas durante o VI Pluri Pesqueira, e associadas ao Curso de Licenciatura em Matemática. Nessas oficinas ofertadas, os conteúdos programáticos que se destacaram foram áreas e semelhança de figuras planas, volumes de sólidos, o Teorema de Pitágoras, conceitos associados a criptografia, multiplicação e inversão de matrizes e aritmética modular. No texto que segue, serão apresentadas essas propostas desde o planejamento inicial, com a metodologia utilizada, até as aplicações realizadas.

2. Metodologia

2.1. Planejamento das Oficinas

A origem da proposta das oficinas surgiu por interesse mútuo entre o docente e um grupo de discentes que estavam vinculados a componente curricular Laboratório de Práticas de Ensino de Matemática VI, alocada no último semestre letivo do Curso de Licenciatura em Matemática. Logo, um grupo foi criado para semanalmente discutir e planejar as atividades. Esses encontros ocorreram no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) do IFPE, Campus

Pesqueira, onde foram definidos dois temas, a saber: "*Teorema de Pitágoras e suas generalizações planas e espaciais*" e "*Criptografia: a Construção de Mensagens Secretas*".

Após a definição dos temas, os encontros se basearam em definir a abordagem das oficinas, tanto a parte conceitual quanto a prática. Na oficina sobre o Teorema de Pitágoras, fora determinado que seria apresentado fragmentos históricos associados ao teorema, para em seguida expor seu enunciado seguido de uma de suas demonstrações. A demonstração escolhida pelo grupo foi a proposta por James Abram Garfield (1831-1881) por utilizar conceitos de fácil compreensão para sua formalização, como sugere Evangelista (2014).

Como parte prática dessa oficina, ficou definido que seria apresentado proposições matemáticas que descrevessem as generalizações planas e espaciais do Teorema de Pitágoras, impelindo os participantes a fazer verificações destas proposições por meio de manipulações com materiais concretos, considerando que "o desenvolvimento dos processos de visualização depende da exploração de modelos ou materiais que possibilitem ao aluno a construção de imagens mentais" (NACARATO, 2005, p.4).

Para a oficina de Criptografia, o grupo decidiu por fazer uma abordagem conceitual e prática por meio da Álgebra das Matrizes e da Aritmética Modular. Para Olgin (2011), esse tipo de atividade "proporciona ao aluno do Ensino Médio trabalhar com questões relativas a planejamento de estratégias de resolução de problemas" (p.47). Entretanto, antes de propor atividades para os participantes, uma explanação conceitual e histórica sobre a criptografia deveria ser feita para introduzir a temática da oficina. Algoritmos de codificação e decodificação seriam apresentados para permitir a construção de mensagens secretas pelos participantes dessa proposta.

Concluída a abordagem metodológica, fora o momento de construir os materiais a serem utilizados nas oficinas. Para as verificações das proposições sobre as generalizações planas do Teorema de Pitágoras, foram construídos triângulos, quadrados, semi-círculos e estrelas regulares usando papel guache. No caso das generalizações espaciais foram utilizados isopor e papel guache para construção de prismas, pirâmides e cilindros.

Imagem 1 - Licenciandos em Matemática do IFPE, Campus Pesqueira, preparando materiais manipuláveis para as oficinas do VI Pluri Pesqueira.

2.2. Aplicação da oficina sobre o Teorema de Pitágoras

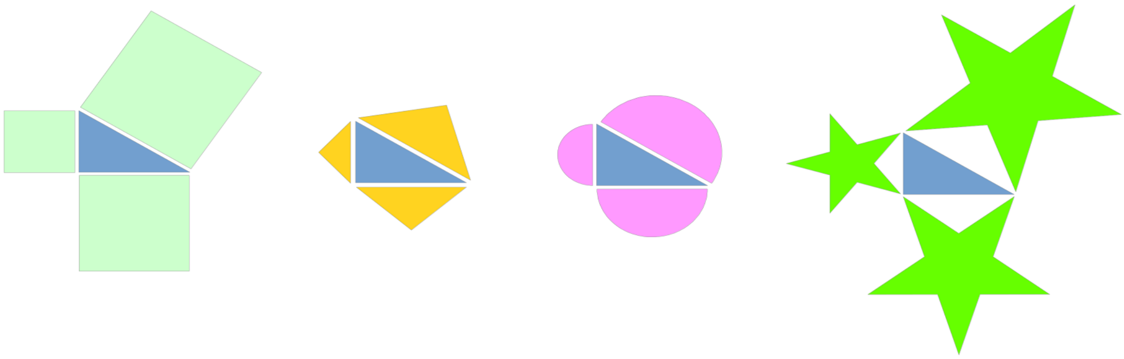
A oficina "*Teorema de Pitágoras e suas generalizações planas e espaciais*" foi aplicada durante o VI Pluri Pesqueira, no dia 11 de Novembro de 2015, com duração de três horas. O público participante dessa atividade foi composto por licenciandos do curso de Matemática e professores da educação básica da região, totalizando 15 participantes, os quais realizaram todas as atividades em duplas, escolhidas voluntariamente pelos mesmos. Cada um recebeu um lápis comum, uma borracha e uma régua como material de apoio para as atividades práticas.

Após explanação histórica inicial, buscando apoio em fragmentos Eves (1995) e, as duplas foram instruídas a verificarem, de modo manipulável, a validade do Teorema de Pitágoras com figuras planas regulares, inicialmente usando trios de quadrados semelhantes e, posteriormente, trios de triângulos semelhantes, trios de semi-círculos e trios de estrelas semelhantes, como mostra a Imagem 2. Esse procedimento foi utilizado para garantir a compreensão da generalização desse resultado para figuras semelhantes, por meio da adaptação do Teorema de Pitágoras pela Proposição 1, exposta a seguir.

Proposição 1: Considere um triângulo retângulo com catetos medindo *a* e *b*, hipotenusa medindo *c*. A soma das áreas de figuras semelhantes construídas sobre os catetos *a* (Área 1) e *b* (Área 2) do triângulo retângulo, será igual a área da figura semelhante, às outras duas, construída sobre a hipotenusa *c* (Área 3) do mesmo triângulo retângulo.

De outro modo, $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$ ou **(Área 1) + (Área 2) = (Área 3)**.

Imagem 2 - Ilustração dos materiais/atividades para compreensão da generalização do Teorema de Pitágoras no plano.



Antes de continuar com a apresentação dos contextos de generalização deste teorema no espaço, foi necessário considerar que o Teorema de Pitágoras pode ser generalizado para áreas de figuras semelhantes (LOURENÇO; SILVA, 1992). Assim, provou-se que o mesmo vale para o **volume de sólidos semelhantes**, o qual também precisou ser definido.

Definição: Dizemos que **sólidos semelhantes** são aqueles que possuem a mesma classificação espacial que possuem uma razão *k*, de modo que sejam válidas as seguintes afirmações: (1) *k* é a razão entre as medidas dos lados dos seus sólidos; (2) k^2 é a razão entre as áreas dos sólidos; (3) k^3 é a razão entre os volumes dos sólidos.

Com essa definição, apresentamos três adaptações do Teorema de Pitágoras para o contexto espacial, solicitando dos participantes a verificação de cada uma delas utilizando conjuntos de prismas, pirâmides e cilindros, previamente construídos com isopor e papel guache. Ao término das verificações, foi proposto a demonstração de cada uma das proposições elaboradas.

Definição: Para essa atividade, chamaremos de **prisma base** um prisma cuja base é um triângulo retângulo, com catetos medindo *a* e *b*, hipotenusa medindo *c* e a altura medindo *h*.

Proposição 1: Construindo três **prismas regulares semelhantes**, de modo que, uma das faces de cada prisma coincida, respectivamente, com as faces que contém o cateto *a*, o cateto *b* e a hipotenusa *c***,** com as bases contidas ao mesmo plano que o prisma base, então, a soma dos volumes dos prismas construídos com uma das faces coincidentes com as faces que contém os catetos do prisma base será igual ao volume do prisma construído com uma das faces coincidentes com a face que contém a hipotenusa do prisma base.

Proposição 2: Construindo três **pirâmides regulares semelhantes**, de modo que, uma das arestas da base de cada pirâmide coincida, respectivamente, com o cateto *a*, com o cateto *b* e com a hipotenusa *c*. Considere as bases da pirâmide estando no mesmo plano que uma das bases do prisma base, e os vértices das pirâmides devem estar no mesmo plano que a outra base do prisma base (as alturas das pirâmides iguais a altura do prisma base). Então, a soma dos volumes das pirâmides construídas com uma das faces coincidentes com as faces que contém os catetos do prisma base será igual ao volume da pirâmide construída com uma das faces coincidentes com a face que contém a hipotenusa do prisma base.

Proposição 3: Construindo três **cilindros retos semelhantes**, de modo que, o diâmetro de cada cilindro coincida, respectivamente, com o catetos *a*, com o cateto *b* e com a hipotenusa *c*. Considere as bases do cilindro contidas no mesmo plano que o prisma base, a medida da altura do cilindro deve ser exatamente a mesma altura do prisma base. Então, a soma dos volumes dos cilindros construídos sobre os catetos será igual ao volume do cilindro construído sobre a hipotenusa do prisma base.

2.3. Aplicação da oficina sobre Criptografia

A oficina "*Criptografia: a Construção de Mensagens Secretas*", também aplicada dentro do VI Pluri Pesqueira, ocorreu no dia 12 de Novembro de 2015, com duração de três horas. Os participantes dessa atividade eram 11 licenciandos do curso de Matemática, os quais realizaram todas as atividades individualmente. Cada um recebeu um lápis comum, uma borracha e uma folha de atividades como material de apoio.

Após a explanação histórica e conceitual sobre a criptografia, foram apresentadas duas metodologias de codificação e decodificação. A primeira delas foi a Cifra de Vigenère, criada pelo criptólogo italiano Giovan Batista Belaso (1505-desconhecida), que consiste em utilizar uma série de transladações monoalfabéticas do texto que se quer codificar, por meio de uma palavra-chave, identificando a mensagem codificada na tabela representada na Imagem 3.

Os participantes foram orientados a escolher um texto e uma palavra-chave para criar a mensagem codificada. E ao final da primeira parte, foi apresentada a estrutura da aritmética modular que realizava a codificação (C_i) e decodificação (D_i), letra por letra (*i*) do texto original:

$C_i \equiv D_i + K_i \pmod{26}$ e $D_i \equiv C_i - K_i + 26 \pmod{26}$, onde K_i é a i-ésima letra da palavra-chave escolhida.

Imagem 3 - Tabela utilizada para fazer a codificação e decodificação da Cifra de Vigenère.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
A	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

A segunda metodologia de criptografia apresentada foi baseada na Álgebra das Matrizes, e inspirado no experimento *Mensagens Secretas com Matrizes*, produzido pelo projeto M^3 Matemática Multimídia (BARRICHELO, FIRER, TOREZZAN, s/d). Os participantes da oficina escolheram um texto para ser codificado e, baseados na tabela de substituição de caracteres por vetores, representada na Imagem 4, construíram uma matriz M de duas linhas e *n*-colunas, onde *n* é a quantidade de caracteres-vetores da mensagem a ser cifrada.

Imagem 4 - Tabela de substituição de caracteres por vetores.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\1\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\1\end{pmatrix}$
K	**L**	**M**	**N**	**O**	**P**	**Q**	**R**	**S**	**T**
$\begin{pmatrix}0\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\2\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\3\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}$
U	**V**	**W**	**X**	**Y**	**Z**	**espaço**	**.**	**,**	**?**
$\begin{pmatrix}0\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\4\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}0\\5\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}1\\5\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}3\\5\end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}$

Uma matriz invertível C_{2x2} foi definida como chave para realizar a codificação, por meio da multiplicação matricial $M' = C \cdot M$, enquanto que para o processo de decodificação bastou determinar a inversa da matriz C e efetuar a multiplicação $M = C^{-1} \cdot M'$.

3. Resultados e Discussão

Podemos destacar os resultados dessa atividade colocando o foco na atuação dos participantes e dos proponentes das oficinas. Durante toda etapa de planejamento, o grupo formado por oito licenciandos em Matemática foi muito participativo e propositivo na construção da proposta. Responsáveis e com iniciativa, organizaram todo o material expositivo e manipulativo com o cuidado que a atividade necessitava.

Na aplicação das oficinas os participantes se mostraram interessados e bem envolvidos com as atividades propostas, explicitando suas dúvidas e incompreensões. Na oficina sobre o Teorema de Pitágoras, alguns participantes apresentaram dificuldades na compreensão das generalizações planas, especialmente no momento de calcular a área das estrelas. A intervenção dos proponentes, fazendo sugestões sobre a decomposição do pentágono em triângulos, sobre a medição aproximada da altura com o auxílio de uma régua foram determinantes para o êxito da proposta. Durante as atividades das generalizações espaciais, não foram identificadas dificuldades quanto ao cálculo dos volumes dos sólidos.

Os participantes da oficina de Criptografia inicialmente não apresentaram dificuldades se tratando da Álgebra das Matrizes, trabalhando apenas com as matrizes 2x2, levando em considerando o público alvo sendo alunos do Ensino Médio, alunos da licenciatura e professores de matemática, de modo que todos conheciam, ou já tinha visto o assunto Matrizes. Se tratando da Aritmética Modular, os participantes tiveram dificuldades em compreender o processo de criptografia. Não foi aprofundado os assuntos, pois nosso objetivo era explanar conceitual e praticamente a criptografia por meio desses dois assuntos citados anteriormente, assuntos dos quais estão presente na Matemática e muitos não sabem para ou onde utilizar. Com isso, foram criadas algumas mensagens secretas e alguns códigos criptografados, para que os participantes desencriptassem. Os participantes também trocaram mensagens secretas entre os demais, criando suas próprias mensagens e códigos.

Outro ponto a ser destacado foi a interação entre os participantes. Durante a aplicação das atividades sobre o Teorema de Pitágoras, as duplas não receberam os trios de verificação, um representante de cada dupla se dirigia a mesa onde estavam os materiais e identificava os trios que correspondiam ao triângulo retângulo que possuía. Isso proporcionou uma interação entre as demais duplas que possuíam o prisma base de mesmas medidas, fazendo com que discutissem sobre as escolhas que deveriam fazer.

O planejamento e a aplicação dessas oficinas proporcionou aos licenciandos construir proposições, fazer verificações e demonstrações, imergindo em uma atividade genuinamente matemática (D'AMBROSIO, 1989). Ir além da proposta metodológica para uma futura ação docente, a preocupação desta atividade se ancorava na possibilidade de contribuir para a formação de conceitos matemáticos a todos os envolvidos, participantes e proponentes.

4. Conclusão

O objetivo de favorecer atividades experienciais associadas às generalizações planas e espaciais do Teorema de Pitágoras foi alcançado, bem como, na produção de mensagens secretas. As propostas eram desconhecidas por todos os participantes, o que despertou ainda mais a curiosidade e envolvimento durante as atividades. Entre os proponentes, as oficinas aplicadas foram classificadas como enriquecedora para a formação docente, pois puderam ampliar as informações a respeito de um conteúdo que é estudado no ensino fundamental de maneira limitada, fazendo perceber que existem outras possibilidades de aprofundamentos da Matemática da Educação Básica.

Espera-se ter contribuído de forma significativa com a formação dos licenciandos e professores ali presentes, e que durante a sua prática docente ao ensinar o Teorema de Pitágoras e a Álgebra Matricial, lembrem-se de não limitar a concepção dos alunos, pelo contrário, que possam expandir suas possibilidades.

Sugere-se a aplicação dessas oficinas com mais professores de Matemática da Educação Básica e, com as devidas adaptações, para estudantes secundaristas.

5. Referências Bibliográficas

BARICHELLO, L; FIRER, M; TOREZZAN, C. Mensagens Secretas com Matrizes. Experimento produzido pelo M³ Matemática Multimídia. Unicamp (sem data). Disponível em <http://m3.ime.unicamp.br>. Acesso em: 30 out. 2016.

D'AMBROSIO, Beatriz S. Como ensinar matemática hoje? Temas e Debates. SBEM. Ano II. N2. Brasília, 1989. Disponível em <https://is.gd/llxd8X>. Acesso em: 30 out. 2016.

EVANGELISTA, L. A. O Teorema de Pitágoras: alternativas de demonstrações. Dissertação (Mestrado Profissional) – Universidade Estadual Paulista, São José do Rio Preto, 2014.

EVES, H., Introdução à História da Matemática. Campinas, Editora da UNICAMP, 1995.

LOURENÇO, M. L.; SILVA, E. A. Generalizações e Extensões do Teorema de Pitágoras. São José do Rio Preto: Unesp, 1992.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6. 2005. Disponível em: <https://is.gd/M3B8jm>. Acesso em: 30 out. 2016.

OLGIN, C. A. Currículo no ensino médio: uma experiência com o tema criptografia. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2011.