

## ANÁLISE DAS SITUAÇÕES COMBINATÓRIAS EM PROBLEMAS DE LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DOS ANOS FINAIS DO FUNDAMENTAL

José Jefferson da Silva

*Universidade Federal de Pernambuco – email: [jef3ferson@hotmail.com](mailto:jef3ferson@hotmail.com)*

Gerliane Rocha de Araújo

*Universidade Federal de Pernambuco – email: [gerliane16@gmail.com](mailto:gerliane16@gmail.com)*

**Resumo no artigo:** Esse estudo é um recorte dos resultados da pesquisa de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco- Centro Acadêmico do Agreste, defendido em 2015, e que objetivou identificar como a combinatória está inserida nos livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental e quais orientações os livros didáticos fornecem ao professor de matemática. Para isso, utilizou como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1991) que defende que um conceito é uma tríade formada pelas situações, propriedades invariantes e representações simbólicas. Dialogamos com estudos recentes como, Pessoa e Borba (2009) e Barreto e Borba (2010) que aplicaram a Teoria ao contexto do ensino de combinatória. Como percurso metodológico selecionamos duas coleções que foram a mais adotada e a menos adotada no país de acordo com informações do Programa nacional do Livro Didático 2014, a partir delas analisamos quais as situações e representações simbólicas existentes nas coleções e se as mesmas atendiam as necessidades dos documentos oficiais, além disso também foram analisadas as orientações sobre as propriedades invariantes destes problemas. Especificamente parte este artigo trataremos as discussões e as análises das situações de combinatória encontradas: permutação, arranjo, combinação e produto cartesiano, sendo o produto cartesiano a situação mais recorrente nas duas coleções analisadas. Assim como, em qual bloco de conhecimentos matemáticos estão inseridos em cada coleção, percebendo que em uma das coleções os autores preferiram centralizar o conteúdo no bloco Tratamento da Informação, enquanto a outra coleção fez mais diálogos com os demais blocos de conhecimentos matemáticos.

**Palavras-Chave:** Raciocínio Combinatório, Teoria dos Campos Conceituais, Situações, Livro Didático.

### Introdução

Os avanços tecnológicos têm mudado consideravelmente a sociedade, percebemos nas últimas décadas a necessidade de simplificar, analisar e inferir resultados de uma grande quantidade de informações. Estes avanços modificaram a sociedade e isso implica nos currículos escolares, particularmente no currículo da Educação Básica de matemática através dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática– PCN (BRASIL, 1997) que inserem um bloco específico para o Tratamento da Informação.

Este bloco de conhecimento orienta o estudo de conteúdos que estudam a informação ocorrida (estatística) e a informação prevista e inferida (probabilidades) propiciando um aprendizado que possibilite analisar criticamente as situações do seu dia-a-dia. Neste contexto, os documentos orientam ainda o ensino da análise combinatória, que se trata de técnicas para contagem de elementos, sendo imprescindíveis assim na matemática, que teve historicamente a contagem como um de seus fins, além disto, são bastante úteis no ensino de probabilidade quando necessitamos quantificar um espaço amostral e um evento específico.

Diante da relevância da combinatória, o PCN de Matemática indica ainda que “relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.” (BRASIL,1997, p.40).

Assim sendo, fica nítida a orientação para o professor de matemática apresentar questões que envolvam o raciocínio combinatório. O que nos fez questionar se: Os professores dos anos finais do ensino fundamental têm disponíveis questões que levem o aluno a refletir sobre as situações-problema de combinatória?

Para melhor entender esta problemática, e tendo em vista que uma das principais fontes de pesquisa de um professor é o livro didático, faz-se necessário uma análise das questões e problemas propostos pelos mesmos.

Para essa análise foi selecionada a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud que defende que um conceito não pode ser reduzido à sua definição quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino, sendo necessário incluir/discutir as três dimensões envolvidas no processo de ensino-aprendizado – situações, invariantes e representações simbólicas.

Porém em se tratando de um recorte do Trabalho de Conclusão de Curso da Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Pernambuco – Centro Acadêmico do Agreste, traremos como resultado, como a combinatória está inserida nos Livros Didáticos e nos especificaremos quais as situações encontradas. Para tal fim apresentaremos brevemente a Teoria dos Campos Conceituais, assim como algumas pesquisas que relacionam esta teoria com a combinatória, em seguida apresentaremos nossas análises e discussões, e as considerações finais.

## **Teoria dos Campos Conceituais**

A teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que revelam das ciências e das técnicas. (Vergnaud, 1991, p. 155)

Segundo esta teoria, “um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino” (idem, p. 156).

No ambiente da Teoria dos Campos Conceituais, há três dimensões do conhecimento, de forma descrita abaixo:

- S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
  - I: conjunto dos invariantes operatórios, mecanismos utilizados pelo sujeito na resolução de problema (teorema-em-ação e conceitos-em-ação);
  - R: conjunto de representações simbólicas, utilizadas tanto para representações quanto para resolução do problema (significante).
- (Vergnaud, 1990, p.156)

Assim, na Teoria dos Campos Conceituais, um conceito depende das três dimensões do conhecimento (S, I, R) que são atrelados.

Desta forma podemos afirmar que para Vergnaud, “Campo Conceitual é um conceito informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição” (Carvalho, 2011, p. 48 apud Moreira, 2002).

### **As Situações de Combinatória a partir da Teoria dos Campos Conceituais**

Conforme descrito na secção anterior, o conceito, segundo a Teoria dos Campos Conceituais, é formado pelas situações, pelos invariantes e pelas representações envolvidas, que são conectadas. Apesar disso, neste artigo nos limitaremos a trazer os resultados referentes as situações em combinatória.

Pessoa e Borba (2009) classificam os problemas combinatórios em quatro tipos, são eles: produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação. Barreto e Borba (2011) nos ajudam a compreender cada um destes problemas detalhando que:

O problema que envolve o **produto cartesiano** é composto, no mínimo, por dois conjuntos básicos, sendo necessário, combinar cada elemento de um conjunto com cada elemento do outro para formar o conjunto-solução. A operação com problemas que envolvem o **arranjo**, a **permutação** e a **combinação**, consiste basicamente, em formar subconjuntos, a partir de um conjunto, atendendo a determinadas condições peculiares a cada um desses





apoio à escolha dos seus livros e as editoras e autores dos livros começaram a adequar seus livros às exigências de qualidade feitas pelo Programa.

Em seguida, o MEC confecciona e envia para as escolas públicas uma edição do Guia do PNLD, onde consta a resenha de cada coleção aprovada, pretendendo subsidiar cada professor em sua escolha.

Por fim, o professor de cada instituição de ensino escolhe qual coleção adotar e o MEC adquire e envia tais livros para escolas que o escolheram.

O último Guia do PNLD a ser lançado foi o PNLD 2014, nele consta a resenha dos 10 livros aprovados pelo MEC para o uso do triênio 2014-2016, foram eles:

- Descobrimo e Aplicando a Matemática;
- Matemática – Bianchini;
- Matemática – Ideias e Desafios;
- Matemática – Imenes e Lellis;
- Matemática. Teoria e Contexto;
- Praticando Matemática – Edição renovada;
- Projeto Araribá Matemática;
- Projeto Teláris – Matemática;
- Projeto Velear – Matemática;
- Vontade de Saber Matemática.

Para o desenvolvimento desta pesquisa proposta foi escolhido duas coleções entre as dez aprovadas pelo PNLD-2014. Como buscamos *compreender como a combinatória está inserida nas coleções de livros dos anos finais do PNLD-2014*, escolhemos coleções mais e menos adotadas no país, pelas escolas públicas. Para efeito desta pesquisa apresentaremos os dados da coleção menos adotada, como Coleção A, e a mais adotada, por coleção B.

Em seguida foi realizada uma pesquisa quali-quantitativa. Iniciando por uma verificação quantitativa das questões que sugerem o uso do raciocínio combinatório, assim como classificando quanto às situações, presença da invariante de repetição, e representações simbólicas propostas. Continuando com uma análise qualitativa das orientações dadas aos professores, através dos respectivos manuais dos professores, buscando orientações sobre as propriedades invariantes de tais situações.

## **Análise e Discussão**

Inicialmente mapeamos as questões gerais por volume e coleção, identificando as questões que utilizam o raciocínio combinatório.

Percebemos que na coleção A os problemas combinatórios encontram-se fracionados entre os volumes, na coleção B é mais frequente no volume do 8º ano. Além disso, as questões que envolvem o raciocínio combinatório ainda são escassas nas coleções de livros analisadas, não ultrapassando de 3,7% das questões do volume, sendo o caso mais crítico, no 7º ano da coleção B, onde a presença das questões são apenas 0,5% do total de questões.

Segue abaixo tabela I com os dados obtidos.

	Coleção A					Coleção B				
	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total	6º ano	7º ano	8º ano	9º ano	Total
Quant.de questões	694	640	673	659	2666	907	904	1005	661	3477
Número (Percentual) de questões de combinatória	12 (1,7%)	13 (2,0%)	10 (1,4%)	23 (3,5%)	58 (2,1%)	17 (1,8%)	5 (0,5%)	38 (3,7%)	6 (0,9%)	66 (1,9%)

Tabela 1: Quantidade de questões x Quantidade de Questões de Combinatória

Percebemos que na coleção A os problemas combinatórios encontram-se fracionados entre os volumes, na coleção B é mais frequente no volume do 8º ano. Além disso, as questões que envolvem o raciocínio combinatório ainda são escassas nas coleções de livros analisadas, não ultrapassando de 3,7% das questões do volume, sendo o caso mais crítico, no 7º ano da coleção B, onde a presença das questões são apenas 0,5% do total de questões.

As coleções diferem ainda na disposição das questões por volumes, enquanto os autores da coleção A focaram as questões de combinatória em um capítulo por livro, os da

coleção B descentralizaram as questões em vários capítulos. Em se tratando de blocos<sup>1</sup> percebe-se que a coleção A preferem tratar as questões de combinatória em capítulos específicos para o bloco Tratamento da Informação, enquanto os da coleção B tratam de problemas combinatórios em capítulos específicos de combinatória como no capítulo 14 do 8º ano, mas também utilizam inúmeros problemas combinatórios nos capítulos referentes aos conhecimentos de número e operações, como no capítulo 1 do 6º ano, o que vai em encontro aos documentos oficiais que incentivam uma inter-relação entre os blocos de conhecimentos de matemática.

### As Situações Encontradas nos Livros Didáticos de Matemática

Como vimos na secção anterior, apesar de haver questões de combinatória em todos os volumes dos livros, o quantitativo destas questões ainda é restrito, mas será que entre estas questões pelo menos estão presentes todas as situações de combinatória?

Para responder tal questionamento, foram classificadas as questões de combinatória quanto às situações apresentadas nas questões catalogadas. Os resultados encontrados encontram-se no gráfico que se segue:

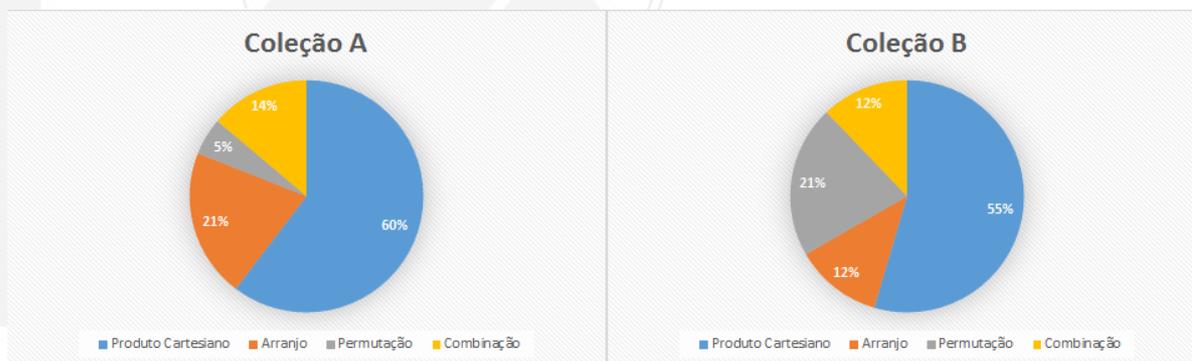


Gráfico 1: Distribuição das Situações por coleção de livro

Percebemos assim, que em ambas as coleções há uma grande disparidade quanto à quantidade de situações, sendo mais frequentes a ambos os autores as questões de produto cartesiano. Quanto às demais situações, percebemos que quase não há o significado permutação na coleção A, enquanto que na coleção B, este possui a segunda maior frequência.

<sup>1</sup> A palavra bloco se refere à classificação da matemática proposta pelo PCN(1998): Números e Operaçõesb; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Nota-se ainda que as questões de combinação não possuíam grande assiduidade em ambas as coleções.

Comparando com as pesquisas de Barreto e Borba (2010), que classificaram cinco coleções dos anos iniciais aprovadas pelo PNLD-2007, onde obtiveram tais porcentagens: combinação (42,13%), produto cartesiano (35,32%), permutação (19,57%) e arranjo (2,98%). Percebemos que produto cartesiano permanece com um percentual similar nas coleções dos anos finais analisado por esta pesquisa, quanto às questões de combinação e arranjo há uma grande diferença, pois enquanto nas coleções de anos finais há mais arranjo, percebe-se que nos anos finais há uma predileção com as de combinação.

Quanto o posicionamento das questões em relação aos capítulos dos livros, pode ser observado através do gráfico abaixo:

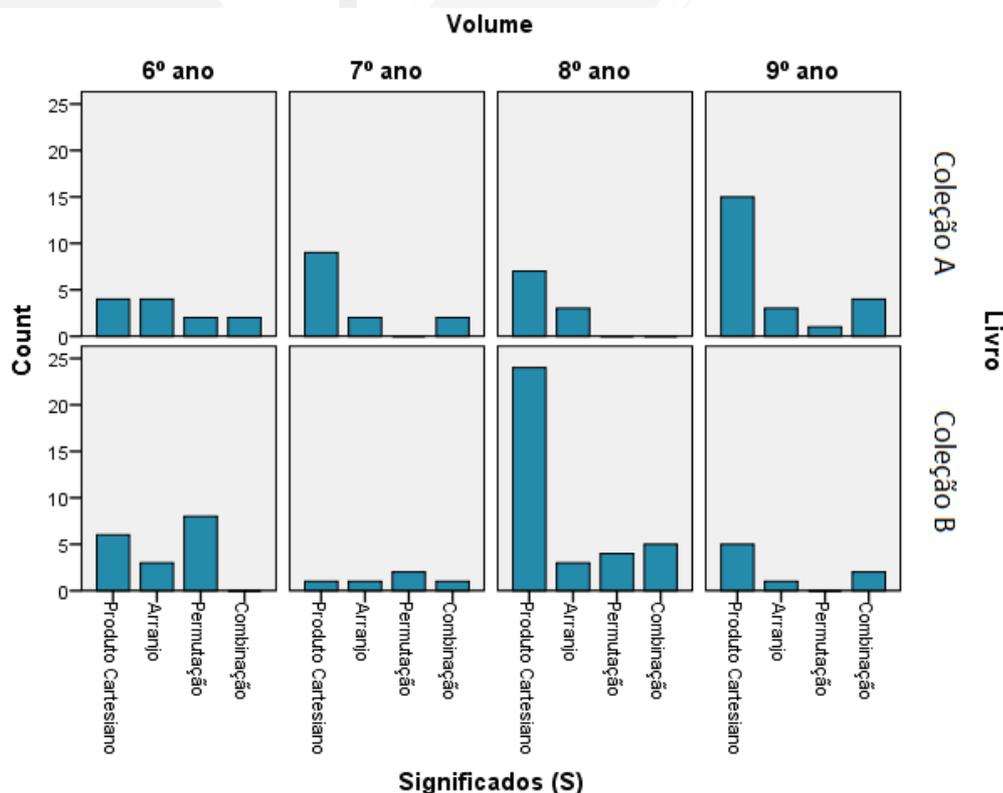


Gráfico 2: Significados distribuídos por Volume da Coleção de Livro

Temos que as questões de produto cartesiano estão presentes em todos os volumes das coleções analisadas. Nota-se ainda a ausência de questões de permutação, nos volumes de 7º e 8º ano da coleção A e do 9º ano da coleção B. Também não há presença de questões de combinação no livro de 8º ano da coleção A e no 6º ano da coleção B.

Os autores da coleção A concentram as questões no 9º ano, enquanto os autores da coleção B no 8º ano. Assim de acordo com nossa análise, observamos que não existe uma

sequência de distribuição homogênea nos volumes de cada uma das cinco coleções analisadas, observa-se também que na maioria das coleções o quantitativo de questões por volume é pequeno e em alguns casos o volume não contempla alguns tipos de problemas.

Além disso, nas seções de combinatória, presentes nas coleções de livros didáticos analisadas, não há nenhuma orientação dirigida aos alunos quanto às situações, apresentando apenas exemplos resolvidos de produto cartesiano (6º, 7º e 8º ano) e permutação (9º ano) na coleção A; e produto cartesiano (6º e 8º ano), arranjo (8º ano) e combinação (8º ano) na coleção B. Percebemos assim, a valorização do produto cartesiano em ambas as coleções.

Durante a classificação, houve apenas uma questão não contabilizada, pois a mesma não fazia referência a nenhuma situação, invariante e representação simbólica, A questão pode ser vista abaixo.

46. Invente e escreva um problema que exija a contagem de possibilidades. Depois, resolva-o.

Figura V: Questão que solicita ao aluno que invente uma questão

Tal questão encontra-se no volume do 7º ano da coleção Imenes e Lellis. Buscava aguçar a criatividade do aluno, através do ato de criar/descrever uma situação em que seria necessário o uso de um método de contagem. Frisamos que apesar da questão não ter sido catalogada, por não fornecer nenhuma informação relevante aos objetivos da pesquisa, achamos a existência da mesma interessante, por oportunizar um momento de reflexão de situações que envolvam a combinatória.

### Considerações Finais

Este estudo buscou analisar os problemas combinatórios propostos em livros didáticos e manuais do professor dos anos finais do ensino fundamental.

Na análise, percebeu-se que apesar de existir problemas de combinatória em todos os volumes das coleções analisadas, o quantitativo de problemas encontrados é considerado pequeno, variando de 0,5% a 3,7% das questões.

Ambos os autores classificam a combinatória, como pertencente ao bloco Tratamento da Informação, conforme orientação dos PCN. A disposição das questões ao longo das coleções acontece em capítulos específicos de Tratamento da Informação, mas estão presentes

também em capítulos reservados ao estudo de Números e Operações, o que mostra a atualização dos autores com as pesquisas que orientam a interdisciplinaridade, oportunizando aos alunos conexões de diversas áreas da matemática, diferentes formas de pensamento matemático e vários campos do conhecimento.

Ao longo da análise encontramos todas as situações combinatórias: produto cartesiano, arranjo, combinação e permutação, sendo a maior frequência os problemas de produto cartesiano.

Ressaltamos ainda que os resultados obtidos são de duas das coleções adotadas, sendo assim fazem-se necessárias pesquisas futuras que busquem identificar como é disposto o conteúdo nas demais coleções. Além disso, a existência das questões não garante sua utilização em sala de aula, assim sendo necessita-se de pesquisas que busquem analisar como são utilizadas as questões dos livros didáticos, assim como os conhecimentos dos professores e alunos que utilizam estes livros didáticos. Assim como os resultados obtidos sobre as propriedades invariantes podem ser encontradas em Silva e Rocha (2014), o estudo das representações simbólicas em Silva e Rocha (2014), e as orientações aos professores encontradas nos manuais em Silva e Rocha (2016).

### Referências Bibliográficas

ANDRINI, A. Praticando a Matemática. Álvaro Andrini, Maria José Vasconcellos – 3. ed. Renovada. – São Paulo: Editora do Brasil, 2012. – (Coleção Praticando a Matemática), 6º ao 9º ano.

BRASIL, Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998.

BARRETO, F. L. S.; BORBA, R. E. S. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO matemática, 10., 2010, Salvador. **Anais eletrônicos...** Salvador: UFBA, 2010. Disponível em <[https://www.google.com/accounts/ServiceLogin?service=writely&passive=1209600&continue=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb\\_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&followup=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb\\_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&ltmpl=homepage&authuser=0](https://www.google.com/accounts/ServiceLogin?service=writely&passive=1209600&continue=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&followup=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&ltmpl=homepage&authuser=0)>. Acesso em: 12 jan. 2014.

BRASIL. Guia de Livros Didáticos: PNLD 2014: matemática. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2013.

BRASIL. Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, PNLD 2014 – Coleções mais distribuídas por componente curricular. Disponível em: <http://www.fnnde.gov.br/arquivos/category/125-guias?download=8499:colecões-mais-distribuídas-por-componente-curricular-ensino-fundamental>. Acesso 18 de fevereiro de 2014.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. *ZETETIKÉ* – Cempem – FE –Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009.

SILVA, J. J.; ROCHA, C. A. O Invariante da repetição nos problemas combinatórios em livros didáticos do ensino fundamental. In: ENCONTRO DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA DA UEPB, 5., 2014, Campina Grande. *Anais eletrônicos...* Campina Grande: UEPB, 2014. Disponível em: [http://www.editorarealize.com.br/revistas/eniduepb/trabalhos/TRABALHO\\_EV043\\_MD1\\_SA10\\_ID1728\\_30072015112203.pdf](http://www.editorarealize.com.br/revistas/eniduepb/trabalhos/TRABALHO_EV043_MD1_SA10_ID1728_30072015112203.pdf) . Acesso em: 27 out. 2016.

SILVA, J. J.; ROCHA, C. A. A Utilização de representações simbólicas nos problemas combinatórios em livros didáticos do ensino fundamental. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 2., 2015, Campina Grande. *Anais Eletrônicos...* Campina Grande: UFPB, 2015. Disponível em: [http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO\\_EV045\\_MD1\\_SA8\\_ID4940\\_06082015202753.pdf](http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV045_MD1_SA8_ID4940_06082015202753.pdf) . Acesso em: 27 out. 2016.

SILVA, J. J.; ROCHA, C. A. Análise das orientações do ensino de combinatória aos professores através do livro didático. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 3. , 2016, Natal. *Anais Eletrônicos...* Natal: UFRN, 2016. Disponível em: [http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO\\_EV056\\_MD1\\_SA8\\_ID5550\\_28072016151120.pdf](http://www.editorarealize.com.br/revistas/conedu/trabalhos/TRABALHO_EV056_MD1_SA8_ID5550_28072016151120.pdf) . Acesso em: 27 out. 2016.

SILVA, J. J. **Análise dos problemas combinatórios em Livros Didáticos Dos Anos Finais Do Ensino Fundamental.** 2015. 46 p. Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) – Licenciatura em Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2015.

VERGNAUD, G. **La théorie des champs conceptuels.** Recherches en Didactique des Mathématiques – RDM, v. 10, n° 2, 3. pp. 133 – 170, Grenoble, 1990.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. (Org.). **Didáctica das Matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget Divisão Editorial, 1996. p. 155-189.