DO ABSTRATO AO CONCRETO: UTILIZAÇÃO DE MODELO MATEMÁTICO PARA O CÁLCULO DA DISTÂNCIA ENTRE DOIS PONTOS

Modelagem e Educação Matemática (MEM) – GT 04

MANOEL SATIRO DE MEDEIROS NETO
Universidade Estadual da Paraíba
manoelsatirodemedeitosneto@gmail.com

DAVIS MATIAS DE OLIVEIRA
Universidade Estadual da Paraíba
davis_matias@uepb.edu.br

DANIEL SCHERER
Universidade Estadual da Paraíba
professorscherer@gmail.com

FRANCISCO IONEITON DA SILVA
Universidade Estadual da Paraíba
neitonfsilva@gmail.com

RESUMO

Este trabalho descreve a criação de um modelo matemático utilizando o protótipo de um robô móvel seguidor de linha, o Praxedes, cuja principal finalidade será calcular a distância entre dois pontos no plano. O propósito é conseguirmos encontrar um resultado bem aproximado ao encontrado apenas com o uso da fórmula. Para isso, levaremos em conta dados físicos e acionais do robô e utilizaremos conteúdos de geometria plana. Todo o procedimento será elaborado de forma literal, de modo a podermos aplicar a outros robôs de mesma funcionalidade, porém de dimensões físicas diferentes. Com isso, os alunos perceberão a importância da modelagem matemática, uma vez que poderão utilizá-la como forma de aplicação do conteúdo estudado, facilitando seu aprendizado.

Palavras – chaves: Matemática. Modelagem. Robô

Introdução

A robótica no campo educacional é vista como uma ciência multidisciplinar, cuja finalidade é criar ambientes onde o aluno possa ser capaz de realizar ações que visem uma assimilação mais clara e efetiva dos conceitos teóricos estudados em sala de aula. Para Hancock (apud. DELORS 2005), ela é condição necessária para inserção e compreensão do mundo contemporâneo, industrializado ou em desenvolvimento em que estamos inseridos, sendo o educador elo responsável entre o desconhecido e o conhecimento, de modo a adotar estratégias que impulsionem o aluno a formalizar questionamentos e desenvolvam percepções de que o conteúdo pode ser aplicado no seu dia-a-dia.

Com o uso da robótica, uma excelente técnica é modelarmos sistemas e dados, que para a Matemática, vem quebrar um paradigma que, segundo Toledo (2004), os alunos questionam a razão pela qual estudam a disciplina, e em que vão aplica-la. É a modelagem a forma de transpormos da teoria à prática, de desenvolver o raciocínio e a capacidade de abstração. Para Biembengut e Hien (2005), a criação de um modelo matemático é a forma de interagirmos dois conjuntos disjuntos: a Matemática e a realidade.

Nosso objetivo, nesse trabalho, é conseguir calcular a distância entre dois pontos, não somente por uso de fórmulas, mas também por um modelo matemático que se baseia em aspectos físicos e acionais do robô Praxedes, o qual será descrito mais adiante. Para isso, abordaremos conteúdos tais como: comprimento de circunferência e comprimento de arco, os quais serão necessários para tal entendimento, introduzindo, portanto nesse momento, conteúdos de geometria analítica e geometria plana.

Metodologia

Bassanezi (2012) relata que a modelagem matemática é um processo dinâmico e abstrato, que permite chegar a um mesmo resultado, ou bem próximo dele, utilizando situações visíveis reais.

A base do trabalho é criarmos um modelo matemático do protótipo Praxedes, que é um robô seguidor de linha. Sua composição utiliza a placa Arduino Duemilanove; duas rodas Pololu de borrachas (rodas dianteiras); uma roda traseira Pololu modelo ball caster; dois motores cc; um sensor ultrassônico modelo HC-SR04; um sensor de luz que permite o robô seguir uma linha escura previamente demarcada e; um mini protoboard com 170 pontos de contato. Na figura 1, podemos visualizar toda a estrutura física do protótipo Praxedes.

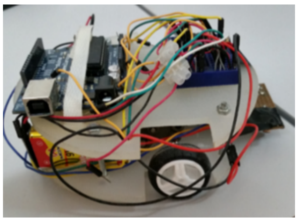


Figura 1 - Protótipo Praxedes

Para o cálculo da distância entre os pontos P e Q com o uso da fórmula, sejam P(a,b) e Q(c,d) pontos no plano π, dados pelas suas coordenadas em relação a um sistema de eixos ortogonais OXY, conforme ilustrado na figura 2.

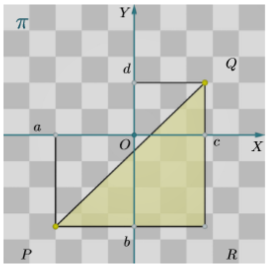


Figura 2 - Plano de eixos ortogonais OXY

Considerando o ponto R(c,b), a distância de P a Q, designada por d(P,Q), é a medida da hipotenusa PQ do triângulo retângulo ΔPQR de catetos PR e QR. Sabendo que |PR|=|a-c| e |QR|=|b-d| e aplicando o teorema de Pitágoras, obtemos:

$$d(P,Q) = |PQ| = \sqrt{|PR|^2 + |QR|^2} = \sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$$

A ideia agora será modelar matematicamente a ação do robô Praxedes, considerando como aspecto fundamental as dimensões físicas de suas rodas dianteiras. Assim, poderemos encontrar a distância entre dois pontos quaisquer tomados sobre a linha a qual será seguida pelo robô (figura 3).

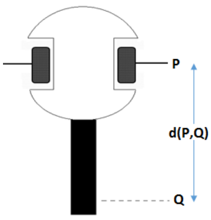
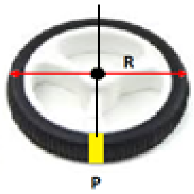


Figura 3 - Localização na linha dos pontos P e Q

O eixo das rodas dianteiras deve ser colocado sobre um dos pontos (nesse caso, no ponto P). Notemos que a distância buscada, d(P,Q), será a medida do percurso que o robô realizará até que esse eixo encontre-se paralelamente ao ponto Q. Mas afinal, como saber essa distância e o que será necessário para calculá-la?

Criamos um algoritmo mostrando todos os passos para realização do que desejamos. Vejamos:

i. Calcular o comprimento da roda dianteira do robô e marcar como referencial uma tarja amarela (Figura 4), deixando-o sobre (em contato com) o ponto de partida (ponto P), de modo que possamos observá-lo durante as rotações.



$$C = 2\pi R = \pi D,$$

em que R e D são, respectivamente, o raio e o diâmetro da roda, com $D = 2R$.

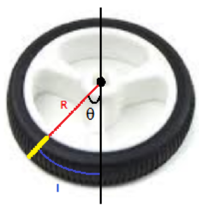
Figura 4 -Referencial sobre a roda

ii. Contar quantas voltas inteiras o referencial dará até que o eixo da roda esteja paralelo ao ponto de chegada (ponto Q), as quais denotemos por n. Porém, duas considerações precisam ser levadas em conta:

ii.a) A roda realize um número exato de voltas inteiras, ntotal = n, até que o eixo da roda esteja paralelo ao ponto de chegada (ponto Q). Neste caso, passamos para o passo iv.

ii.b) Em contrapartida, podem ocorrer casos em que quando o eixo estiver sobre o ponto de chegada (ponto Q), o referencial não esteja sobre o ponto. Então, devemos calcular o quanto o referencial passou do ponto. Estamos diante de um arco e precisamos saber seu comprimento. Realizemos o passo iii.

iii. O cálculo do comprimento do arco formado, figura 5, é dado por:



$$l = \frac{\theta * \pi * R}{180°}$$

$$ntotal = n + l = n + \frac{\theta \pi R}{180°}$$

Figura 5 - Arco determinado da roda com o solo

iv. Dessa forma, a distância entre os pontos P e Q é dada por:

$$\mathbf{d(P,Q) = C * ntotal =} \begin{cases} 2\pi R * n \\ (2\pi R) * \left(n + \frac{\theta * \pi * R}{180°}\right) \end{cases}$$

O modelo matemático do sistema robótico apresentado foi desenvolvido na Universidade Estadual da Paraíba, em que pudemos manusear o protótipo Praxedes sob auxílio do professor Daniel Scherer, orientador responsável pela criação do robô.

Iremos aplicar tal modelagem em diversos níveis de ensino, desde fundamental e médio, em que serão aplicadas em escolas municipais e estaduais da cidade de Campina

Grande, até o superior, cuja público alvo será os discentes do Centro de Ciências e Tecnologia da Universidade Estadual da Paraíba.

Resultados e Discussão

Os resultados esperados estarão dentro de uma margem de erro relativo muito pequena, visto que toda modelagem dependerá de quantas casas decimais iremos considerar para o número pi (π).

Despertaremos curiosidades para aplicação do processo sob vários questionamentos: Será que a distância de Q a P é a mesma de P a Q encontrada? Quais fatores poderão ser considerados fundamentais para aplicação da modelagem descrita? O modelo proposto poderá ser aplicado em outras dimensões?

Conclusão

A proposta um modelo que pudesse ajudar no processo do ensino matemático no sentido de não apenas ser preciso decorar fórmulas para resolver determinados problemas faz com que consigamos relacionar conteúdos ensinados em salas de aulas a situações vivenciadas em nosso dia-a-dia.

O simples fato de sabermos as dimensões físicas da roda do robô e o fato de observar quantas voltas ela realiza ao longo de uma trajetória, proporciona a criação do modelo matemático que nos diz o quão distante um ponto se encontra de outro.

Este trabalho aqui descrito irá compor meu Trabalho de Conclusão de Curso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT).

Referências

BASSANEZI, Rodney Carlos. Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática. São Paulo: Ed. Contexto, 2012. 243 páginas.

BIEMBENGUT, Maria Sallet; HEIN, Nelson. Modelagem Matemática no Ensino. São Paulo: Editora Contexto, 2005. 127 páginas.

DELORS, Jacques. A educação para o século XXI: questões e perspectivas. Porto Alegre: Artmed, 2005.

TOLEDO, Marilia; TOLEDO, Mauro. Didática de Matemática: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2004. 335 páginas.