



## O USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS DE MANIPULAÇÃO NO ENSINO DE TRIGONOMETRIA NO ENSINO MÉDIO (RE)

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio  
(EMAIEFEM) – GT 10

Ayze Jammylle Batista FERREIRA  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba  
*ayzeifpb@gmail.com*

Leonardo Lira de BRITO  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba  
*leonardoliradebrito@gmail.com*

Cícero da Silva PEREIRA  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba  
*cspmat@gmail.com*

### RESUMO

Nosso principal objetivo é proporcionar aos alunos uma abordagem de ensino e aprendizado com a utilização de materiais didáticos de manipulação como uma ferramenta de auxílio para a compreensão dos conceitos relacionados à Trigonometria, verificando os alcances e limitações desta proposta. Para este trabalho, tomamos como base para a fundamentação teórica a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, como também Briguenti (2003), Pereira (2012), Lorenzato (2009), PCN (1998), entre outros autores que escreveram acerca do tema. Além do suporte teórico, realizamos algumas intervenções e trabalhamos atividades acerca dos subsunçores e reforços dos mesmos, se necessário, atividades de construção geométrica e a construção de um teodolito caseiro. Por fim foi aplicado um questionário de autoavaliação a fim de obter dados com relação às respostas dos alunos.

Palavras- chaves: Materiais Didáticos de Manipulação; Ensino de Trigonometria; Ensino Médio;

### 1. INTRODUÇÃO

Considerando os dados dos PCN, Diretrizes Curriculares e outros documentos oficiais, notamos que existem muitos problemas nas diversas áreas do conhecimento que formam o currículo escolar e uma das disciplinas que apresenta um alto índice de reprovação é a

matemática, que é essencial no currículo escolar e também para a vida humana. No entanto, discussões em torno desse problema já vem sendo realizadas, tentando fazer com que a matemática deixe de ser o grande problema da rede de ensino brasileiro.

Quando nos referimos ao ensino de matemática no ensino médio, em particular, um dos assuntos que logo vem na memória dos alunos é a trigonometria, assunto temido por eles. Uma das explicações para isso é que a trigonometria é apresentada aos alunos de forma descontextualizada, sem apresentações das suas aplicações na vida humana e em outras áreas do conhecimento considerando como fator principal a aplicação de suas regras e fórmulas que são em considerável número.

Quem está no processo de formação inicial procura maneiras de amenizar esse problema elaborando propostas de ensino-aprendizagem que facilite a compreensão dos conteúdos fugindo um pouco das aulas tradicionais, que preservam o quadro, pincel, livro didático e resolução de exercícios “mecânicos” como metodologia única de ensino. Uma das maneiras de auxiliar nesse processo consiste em mostrar aplicações dos conteúdos em situações da vida cotidiana com apoio de materiais didáticos manipulativos.

O que nos motivou para a realização desse trabalho foi primeiramente o apreço pelos materiais didáticos manipulativos desde o início do curso com a disciplina de Prática de Ensino em Laboratório I e II e as dificuldades apresentadas por alunos do 2º ano do ensino médio no conteúdo de trigonometria, observadas em horários da monitoria de nivelamento do IFPB, campus de Campina Grande, voltada para alunos dos cursos Técnicos Integrados ao Ensino Médio, ministrada por alunos do curso de Licenciatura em Matemática.

Diante das dificuldades enfrentadas no ensino de trigonometria, aqui apresentadas, temos como questão norteadora: *Como os materiais didáticos de manipulação ajudam no ensino de trigonometria?* Sem entrar no mérito de que o aluno só aprende estudando em um conjunto de aulas expositivas e materiais didáticos, mas que esses materiais podem contribuir de uma forma proveitosa no ensino-aprendizado da Matemática.

Alunos relatam não gostar da trigonometria por ser um conteúdo extenso e que possui uma grande quantidade de fórmulas no qual são difíceis de memorizar e/ou porque o professor não mostra sua aplicação na vida humana.

Por isto este trabalho justifica-se a partir da necessidade de uma melhor compreensão do assunto abordado – Trigonometria, o qual exige uma diversidade de conhecimentos que

muitos alunos não dominam e verifiquem a sua aplicabilidade em diversas áreas do conhecimento e atividades humanas. A aprendizagem do referido conteúdo torna-se mais efetiva a partir do seu conhecimento nas situações do cotidiano, dentre outras aplicabilidades. PEREIRA (2012, p. 28), afirma que *“a trigonometria, bem como a maioria dos conteúdos de matemática estudada na educação básica, surge em um primeiro momento a partir de necessidades práticas”*. A partir destas necessidades, buscamos neste trabalho resgatar a importância deste tema desde o início, a saber, no estudo da trigonometria no triângulo retângulo, que tem várias aplicações em atividades humanas e a que necessidades estas respondem. Justifica-se ainda a utilização de materiais manipuláveis como importantes recursos didáticos a serem melhor explorados pelos docentes, como forma de enriquecer as aulas e exercícios para os alunos. Além disso, esse trabalho contribui para a formação do licenciando em matemática, pois promove uma melhor articulação da teoria e prática da atuação profissional, de forma reflexiva e crítica.

Nossa pesquisa tem como principal objetivo proporcionar aos alunos uma abordagem de ensino e aprendizado com a utilização de materiais didáticos de manipulação como uma ferramenta de auxílio para a compreensão dos conceitos relacionados à Trigonometria, verificando os alcances e limitações desta proposta; investigar a importância da trigonometria para o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos; analisar exemplos práticos e do cotidiano sobre a trigonometria que despertem o interesse dos alunos pelo assunto; promover a melhoria do interesse e aprendizagem dos alunos sobre o conteúdo; identificar a importância da Trigonometria na apresentação dos conceitos.

Este trabalho foi realizado através de intervenções em uma turma do 2º ano do ensino médio, composta por quinze alunos com faixa etária de 15 a 17 anos de idade no turno da tarde, desenvolvido em uma escola da rede pública estadual de ensino na zona urbana da cidade de Campina Grande-PB. A intervenção aconteceu durante cinco dias totalizando 10 horas.

## 2. METODOLOGIA

Nosso trabalho será realizado através de intervenções em uma turma do 2º ano do ensino médio, composta por quinze alunos com faixa etária de 15 a 17 anos de idade no turno

da tarde, desenvolvido em uma escola da rede pública estadual de ensino na zona urbana da cidade de Campina Grande-PB. A intervenção aconteceu durante cinco dias totalizando 10 horas.

A seguir, apresentaremos, de forma clara e sucinta, a sequência didática utilizada para o desenvolvimento do nosso trabalho. O conteúdo trabalhado foi trigonometria no triângulo retângulo e temos como objetivo identificar, por meio de atividades escritas, o nível de conhecimento acerca dos subsunçores e consequentemente trabalhar, com mais foco, os reforços dos mesmos, se necessário.

Sequência didática:

- Atividade para identificar o nível de conhecimento acerca do assunto a ser trabalhado a partir dos subsunçores.
- Reforços dos subsunçores através de atividades manipulando os materiais didáticos.
  - ✓ Conceitos geométricos
  - ✓ Ângulos
  - ✓ Classificação e propriedades dos triângulos
- Atividades de construção geométrica envolvendo as relações seno, cosseno e tangente.
- Construção de um teodolito com material reciclável e sua utilização na resolução da atividade proposta
- Aplicação de um questionário de autoavaliação.

Recursos utilizados: régua, transferidor, esquadro, compasso, trena e teodolito (produzido pelos alunos).

### 3. RESULTADOS

#### **Análise do questionário e da atividade I.**

No primeiro encontro com a turma fomos devidamente apresentados pela professora regente e em seguida apresentamos a nossa proposta de trabalho e como seria nossa metodologia durante os encontros.

Primeiramente aplicamos um questionário a fim de traçar o perfil da turma com relação a termos sociais e o seu envolvimento com a Matemática. Em seguida entregamos uma atividade com o objetivo de verificar o nível de aprendizado dos alunos acerca dos subsunçores, ou seja, conteúdos que servem como âncora para o novo conhecimento que no nosso caso é Trigonometria no triângulo retângulo. Neste caso, elencamos como subsunçores: conceitos geométricos, ângulos e classificação e propriedades dos triângulos.

Ao aplicar a atividade, podemos observar que, em primeiro momento, a maioria dos alunos tenta responder as questões sem que primeiro as interpretem e a partir daí as dificuldades foram surgindo começando pelos conceitos geométricos, onde alguns alunos não conseguiam distinguir retas de pontos. Na questão referente á ângulos a dificuldade foi de interpretação, mas feito isso tiveram alunos que utilizaram métodos diferentes para sua resolução.

Outra dificuldade apresentada por todos os alunos surgiu ao responder as questões de semelhança de triângulos, pois os mesmos desconheciam o conceito do assunto a ser utilizado, e mesmo com a explicação da questão e a definição precisa, muitos ainda tiveram dificuldades em desenvolvê-la.

Além dessas, outras dificuldades foram expostas no desenvolver da atividade, onde podemos citar alguns: divisão de números decimais, razão e proporção, produtos notáveis e regra de sinal, para cálculos de adição e multiplicação de números inteiros.

Pontos positivos também foram encontrados. Os próprios alunos assumiram as dificuldades que tinham e afirmaram que trabalhos como esse ajudam a lembrar alguns assuntos e até mesmo a compreenderem o que não haviam aprendido antes.

## **Análise da atividade II**

A atividade II tinha como principal objetivo identificar se os alunos sabiam manusear os materiais didáticos de manipulação que para o nosso trabalho são: régua, compasso, esquadro e transferidor.

Na primeira questão os alunos deveriam utilizar a régua para medir os segmentos dados na figura e na segunda questão eles deveriam construir o que pedia: uma reta AB, uma semirreta AB e BA e um segmento AB. Ao terminar a explicação das duas questões, surgiram perguntas como: “*A gente começa a medir a partir do 0 ou do 1?*”, “*Qual a diferença entre*

*reta, semirreta e segmento de reta?*”. E a partir disso podemos notar o quanto há alunos concluindo ou perto de concluir o ensino médio sem ao menos saber distinguir os conceitos básicos da geometria; o quanto há dificuldades nos assuntos que são considerados fáceis, mas que são base para outro assunto mais complexo.

A terceira, quarta e quinta questões eram sobre ângulos. Na terceira questão os alunos deveriam construir ângulos com o auxílio de uma régua e um transferidor, na quarta questão eles deveriam medir o ângulo de cada figura e a quinta questão seria para determinar a soma dos ângulos de cada triângulo dado. As dificuldades surgiram no momento de manusear o transferidor, pois relataram nunca terem utilizado em momento algum na sua vida escolar, com exceção de um aluno apenas, porém o mesmo também não lembrava como utilizar. Com isso as instruções foram dadas e todos conseguiram desenvolver a questão, mas ao partirem para a próxima questão eles já não sabiam mais como utilizar o transferidor, e com isso tivemos que ir de mesa em mesa e explicar tomando como base uma das figuras para que, só assim, eles medissem os demais ângulos. Já na quinta questão todos responderam sem nenhuma dificuldade, porém, por questão de precisão algumas somas ficaram superior ou inferior a  $180^\circ$  e outras foram exatamente iguais.

Na última questão da atividade, os alunos deveriam construir triângulos com as medidas dadas na questão utilizando também os MDM. E partir daí surgiu um mesmo questionamento por parte de alguns alunos: *“Por que usar o transferidor se para construir um triângulo eu só preciso da régua?”*. Foi aí que explicamos o método utilizado para a construção de triângulos com o auxílio da régua e do compasso, sem comentar, por enquanto, a condição de existência de um triângulo. O método utilizado para a construção dos triângulos foi o seguinte: primeiro traçamos um segmento AB com a medida de um dos lados e com o compasso fazemos uma abertura com as outras duas medidas e em seguida traçamos dois arcos, o primeiro com o centro em A e o segundo com centro em B e para finalizar traçamos os lados AC e BC a partir do ponto de intercepção entre os arcos. Esse momento foi como uma “mágica” para os alunos, como alguns deles afirmaram.

Essa mesma questão perguntava no final se houve algum caso em que não foi possível formar o triângulo e por qual motivo isso acontecia. Nenhum dos alunos respondeu corretamente. Foi nesse momento que apresentamos a condição de existência de um triângulo:

*Cada lado do triângulo deve ser maior que o valor absoluto da diferença dos outros dois lados, e menor que a soma dos outros dois lados.*

Os alunos alegaram não conhecer a condição de existência de um triângulo, mas acharam interessante o fato de que não podemos construir um triângulo com medidas quaisquer e de ser bem mais fácil de construí-lo utilizando os MDM.

### Análise da atividade III

A atividade III tinha como objetivo determinar as razões trigonométricas dos ângulos notáveis começando com a construção de um triângulo retângulo e conseqüentemente determinando os ângulos do mesmo. As próximas duas questões eram para encontrar uma medida desconhecida usando a semelhança de triângulo. Houve uma grande dificuldade para a resolução dessas questões, pois os alunos mostraram ainda não terem compreendido o conceito a ser trabalhado. Após muitas explicações, indo nas mesas dos alunos e os orientando individualmente, eles conseguiram resolver seguindo adiante para a próxima questão que também era sobre semelhança de triângulos.

Foi pedido que determinasse as razões entre as medidas dos lados correspondentes entre os triângulos dados para que, só assim possamos introduzir o conceito das razões trigonométricas. Na questão 5, dado um triângulo retângulo ABC e um ângulo  $\beta$ , pedimos que determinassem as razões entre os lados  $\frac{AB}{AC}$ ,  $\frac{BC}{AC}$  e  $\frac{AB}{BC}$  para que os alunos compreendam que o seno, cosseno e tangente são razões entre os lados de um triângulo retângulo.

Já na 6ª questão, pedimos para que os alunos determinassem as razões trigonométricas dos ângulos notáveis, a partir dos triângulos retângulos destacados como mostra a figura abaixo, usando as razões trabalhadas na questão anterior.

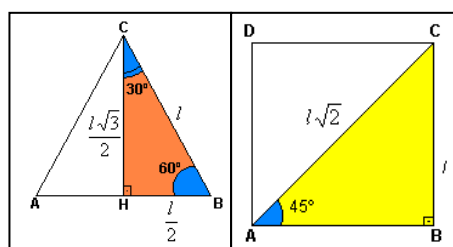


Figura 01: Triângulos retângulos destacados para o cálculo das razões trigonométricas dos ângulos notáveis.

Nesse momento os alunos não apresentaram dificuldades em utilizar as razões do seno, cosseno e tangente, porem as dificuldades surgiram no momento de efetuar cálculos com frações e operações com radicais, em especial, a racionalização de denominadores.

Observamos que essas dificuldades advêm da falta de compreensão desses assuntos nas séries estudadas anteriormente, portanto justificamos nossa preocupação em trabalhar primeiramente os subsunçores antes do estudo do novo assunto, mesmo sabendo que a maioria dos assuntos foi estudada no ensino fundamental. Quanto mais os alunos conseguem relacionar os conceitos estudados aos subsunçores, maior será o nível de compreensão.

#### Análise da atividade IV

Sabemos e já mencionamos anteriormente que a trigonometria é bastante utilizada tanto em outras áreas do conhecimento como a Física e a Astronomia, quanto na vida humana para cálculos á distância, por exemplo e como nosso trabalho se refere à trigonometria no triângulo retângulo, objetivamos construir um teodolito caseiro onde os alunos iriam utilizá-lo para calcular a altura da caixa d'agua da escola.

Primeiramente formamos grupos de cinco alunos e entregamos os materiais a serem utilizados: transferidor, um pedaço de barbante, um canudo, fita adesiva e tesoura e em seguida informamos as instruções para a construção do teodolito.



Figura 02: Materiais para a construção do teodolito e alunos contruindo o construindo.

Ao término da construção do teodolito, os alunos foram, enfim, aplicar o que aprenderam durante as intervenções. Eles se reuniram próximo à caixa d'agua e enquanto um integrante media a distância entre a pessoa e a caixa d'agua, outro media o ângulo e o outro fazia as anotações e por fim todos se reuniram para fazer os cálculos.





Figura 03: Alunos utilizando o teodolito na atividade proposta.

Na atividade proposta, devido às imprecisões que se obtém com o uso do teodolito e com a aproximação de duas casas decimais dos valores da tangente, se considerou a resposta esperada um valor de altura entre 6 e 8 metros. Com isso podemos perceber que os três grupos tiveram um resultado dentro do esperado.

### **Análise do questionário de avaliação final**

Analisaremos, agora, o questionário de autoavaliação respondido pelos alunos também no último encontro.

Na primeira pergunta o aluno deveria comentar como ele relacionava os conceitos estudados durante a intervenção com o conteúdo de trigonometria no triângulo retângulo. Nenhum aluno conseguiu fazer essa relação corretamente, apenas tentaram como a aluna, que denominamos de *Aluna A*, que escreveu: *Para desenvolver trigonometria no triângulo retângulo é importante saber conceitos geométricos, ângulos e triângulos, porque um assunto está ligado ao outro.* Isso nos faz entender que no momento em que estávamos debatendo sobre o motivo de estudar primeiro alguns conceitos antes de iniciarmos o conteúdo de trigonometria, que é a proposta da teoria de Ausubel, alguns ou até mesmo todos os alunos não estavam com a atenção voltada para nós professores que comentamos sobre a nossa

preocupação em reforçar alguns assuntos antes de iniciar o conteúdo base para o nosso trabalho.

Na segunda, os alunos deveriam responder se conseguiam perceber relações da trigonometria no triângulo retângulo com fenômenos reais e em caso afirmativo citar um exemplo. Nessa questão 70% dos alunos responderam *sim* e citaram exemplos como: *medir alturas de edifícios, postes e prédios* e ainda citaram um instrumento utilizado para medir distâncias inacessíveis: o teodolito. Isso mostra que as aplicações da trigonometria que para eles, antes não existiam, agora passa a existir, ou seja, conseguimos mostrar para os alunos que a matemática não serve apenas para efetuar cálculos e que a trigonometria não serve apenas para afastar os alunos desta disciplina e que os mesmos conseguem enxergar as aplicações da trigonometria na vida humana.

Ao classificar o seu nível de aprendizado dos assuntos abordados com relação ao seu conhecimento antes e depois dos encontros, os alunos classificaram como *bom, mais ou menos, bem melhor e ótimo*. Relataram que antes dos encontros as dificuldades apresentadas em sala de aula, com relação ao assunto abordado, eram bem maiores e durante as intervenções essas dificuldades foram amenizadas e muitas dúvidas esclarecidas como podemos perceber na descrição de dos alunos *B, D e F*:

*Aluno B: “Antes eu tinha bastante dificuldade em relação a alguns assuntos, após as aulas eu consegui tirar minhas dúvidas podendo dominar melhor o assunto”.*

*Aluno D: “Ótimo, aprendi assuntos que eu tinha bastante dúvidas”.*

*Aluno F: “Antigamente meu nível era baixíssimo, mas após o projeto pude observar um desenvolvimento maior no assunto. Consegui absorver maiores conhecimentos”.*

No momento em que entregamos os materiais didáticos de manipulação – MDM, perguntamos se os alunos já haviam utilizado em algum momento da sua vida escolar. Apenas um aluno afirmou ter usado, mas que não lembrava mais como manusear. Ao perguntarmos no questionário se eles aprenderam a utilizar corretamente ou se ainda tinha alguma dificuldade, eles responderam que apesar de terem dificuldades no início por nunca terem utilizados, logo aprenderam a manuseá-los corretamente. Vejamos alguns relatos:

*Aluno F: “Após o projeto aprendi a manusear os materiais didáticos com mais precisão e facilidade e desenvolver o conhecimento na utilidade de cada um onde eu, antes, não tinha ideia”.*

*Aluno H: “Houve algumas dificuldades no início, mas as professoras conseguiram fazer com que todos aprendessem”.*

*Aluno I: “Tive dificuldade, acho que nunca tinha usado, mas aprendi um pouco e ainda tenho dúvida na posição de como usá-lo com relação ao transferidor”.*

Ao responderem se as dúvidas sobre os assuntos abordados foram esclarecidas, todos responderem *Sim*, porem observamos que alguns alunos não foram bem sinceros ao responder esta pergunta, pois ainda neste último encontro, depois de terem respondido o questionário os alunos deveriam resolver a atividade V e algumas dúvidas surgiram o que contradiz o que alguns responderam na questão 5 do questionário, mas isso não quer dizer que eles não aprenderam nada.

De acordo com alguns relatos durante os encontros, podemos perceber que este projeto foi de grande importância para os alunos e por isso fizemos questão de perguntar no questionário se caso outro projeto fosse elaborado pra ser desenvolvido nesta escola com mais encontros se eles se disponibilizam a participar e que justificassem e a resposta foi bastante satisfatória, com exceção de um aluno que alegou não ter tempo e morar longe da escola todos os alunos se disponibilizaram a participar de um futuro projeto. Abaixo, relatos de alguns alunos:

*Aluno B: “Sim, pois essas aulas foram bastante produtivas e esclareceram bastante minhas dúvidas”.*

*Aluno D: “Sim, pois projetos como esse ajudam os alunos a reforçar seus conhecimento e aprender ainda mais”.*

*Aluno F: “Sim, porque percebi que nesses projetos a chance de aproveitar nossos momentos também para aprender mais a fundo os assuntos que nos foram passados”.*

A partir desses e de outros relatos que aqui não foram apresentados, percebemos o interesse dos alunos em participarem de outros projetos e de reconhecerem o quanto é importante o estudo tanto na sala de aula quanto fora dela, pois só enriquece o conhecimento e motiva o aluno a ir em busca de novos conhecimentos.

Quanto ao nível de satisfação com relação ao projeto, alegaram bastante satisfeitos, pois aprenderam em cinco dias o que levaram praticamente um bimestre para aprender e ainda com muitas dúvidas.

E, por fim, os alunos relataram os encontros com informações que achavam necessárias, pontos positivos e negativos. Abaixo, trazemos um recorte do relatório do aluno F.

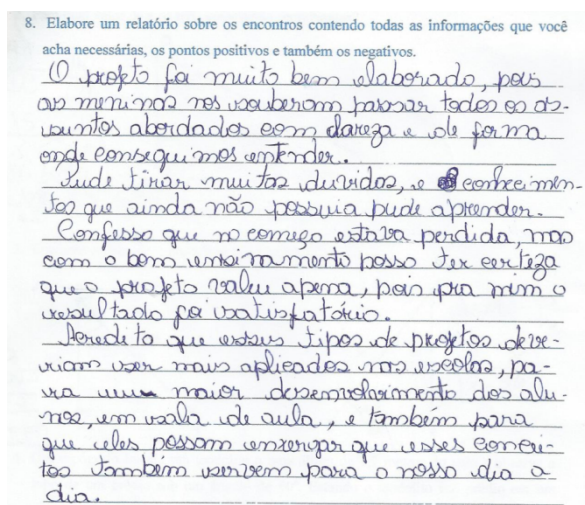


Figura 04: Recorte do relatório do aluno F.

#### 4. REFERÊNCIAS

- BRASIL, MEC/INEP. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília, 1997
- BRASIL, MEC/Secretaria de Educação Básica. *Orientações Curriculares para o Ensino Médio*; vol. 2: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006
- FONSECA, Laerte Silva da. *Aprendizagem em Trigonometria: obstáculos, sentido e mobilizações*. São Cristóvão: Editora UFS; Aracajú: Fundação Oviêdo Teixeira, 2010. 220 p.
- LORENZATO, Sérgio. *O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores*. 2. Ed ver. Campinas-SP: Autores Associados, 2009. 178 p.
- PEREIRA, Cícero da Silva, *Aprendizagem em trigonometria no ensino médio*. Jundiaí-SP: Paco Editorial, 2012. 84 p