



**COMUNICAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UTILIZANDO O MODELO
VAN HIELE PARA A EXPLORAÇÃO GEOMÉTRICA EM SALA DE AULA**
Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio - GT 10

Gilmara Gomes MEIRA
Universidade Estadual da Paraíba
gilmarameira@yahoo.com.br

Kátia Maria de MEDEIROS
Universidade Estadual da Paraíba
katiamedeirosuepb@gmail.com

RESUMO

O presente trabalho, um relato de experiência, se refere a uma pesquisa de Mestrado¹ que se encontra na fase da escrita dos estudos de caso nos quais, enfatizamos o desenvolvimento de três díades identificadas pelos pseudônimos: Ana e Cecília, Vitória e Alice, Júlia e Amanda, alunas de uma turma do 3º Ano do Ensino Médio. Nessa pesquisa, empregamos no desenvolvimento das tarefas a Resolução de Problemas geométricos baseado nos níveis de pensamento do Modelo van Hiele. Com essa proposta, queremos saber como os alunos se comunicam ao desenvolverem atividades de resolução de problemas geométricos, segundo o modelo van Hiele e, assim, as possíveis contribuições ao se trabalhar com atividades interpretadas através do referido modelo, bem como o uso de materiais concretos para o desenvolvimento da compreensão geométrica. Analisamos que as alunas se comunicam questionando e tentando explicar as possíveis soluções encontradas, porém a falta de conhecimentos prévios limita parte do seu desenvolvimento.

Palavras- chaves: Comunicação, Resolução de Problemas Geométricos, Modelo de van Hiele, Ensino Médio.

1. Introdução

Grande parte da sociedade vê a Matemática com um sentimento de medo, enxergando-a como fonte de problemas quando, na verdade, trata-se de uma ciência rica em padrões que geram, muitas vezes, soluções. Essa concepção agravou-se de forma a hoje estarmos permeados numa realidade delicada, pois observamos a desmotivação em relação à aprendizagem e a dificuldade em trabalhar quando, na maior parte das vezes, os alunos abominam a disciplina, substituindo a criticidade e reflexões por reclamações e sentimentos de incapacidade.

¹ Esta pesquisa é desenvolvida no âmbito do Projeto *Investigando a Formulação e a Resolução de Problemas Matemáticos na Sala de Aula: Explorando Conexões entre Escola e Universidade*, do Programa Observatório da Educação (Edital 049/2012/CAPES/INEP).

Pensando nisto, fazemos menção a uma estratégia que remete para o desenvolvimento de um ensino centrado na realidade cotidiana de estudantes de nossa região. Nossa principal hipótese é de que a partir de um trabalho que envolva Geometria por meio de elementos concretos, os alunos podem desenvolver mais positivamente a visualização e a habilidade de resolver problemas, consequência de um olhar mais crítico em relação à Matemática. Assim, o público alvo no desenvolvimento da nossa pesquisa são estudantes do 3º Ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual do cariri paraibano.

Nosso estudo enfatiza a comunicação e resolução de problemas, através de materiais concretos manipuláveis utilizando o modelo van Hiele para exploração da Geometria em sala de aula. Para tal, formulamos a seguinte indagação: *Como os alunos se comunicam ao desenvolverem atividades com resolução de problemas geométricos, segundo o modelo van Hiele?* Com base nesse questionamento, elencamos alguns dos principais objetivos, visando, de modo geral, analisar os limites e as possibilidades de resolução de problemas que levam em consideração o nível de compreensão do modelo van Hiele, com alunos do 3º Ano do Ensino Médio. Com este intuito, elencamos os seguintes objetivos específicos:

- Analisar a concepção da professora regente da disciplina em relação ao ensino e aprendizagem da Geometria e possíveis procedimentos didáticos utilizados em suas aulas;
- Identificar o nível, segundo o modelo van Hiele, em que a turma se encontra com relação à Geometria;
- Utilizar testes de van Hiele para identificar o nível de compreensão geométrica de cada aluno;
- Propor atividades com a resolução de problemas geométricos utilizando materiais concretos, para a verificação do nível de pensamento geométrico das díades;
- Analisar a forma que os alunos interagem e se comunicam no desenvolvimento das tarefas;
- Verificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico ao final das atividades propostas.

2. Geometria: contexto e relevância

Infelizmente, a problemática em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática já é algo que persiste há muito tempo em âmbito mundial e se agrava em países como o Brasil, no qual a educação ainda não foi plenamente democratizada. Os maus resultados em avaliações da disciplina, embora lamentáveis, já não são nenhuma novidade. De acordo com Rabelo e Gomes (2012) a situação é ainda mais drástica quando o assunto é Geometria, mais especificamente, nos itens de resolução de problemas. Um dos pontos em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática, elencado no Relatório Nacional (DGIDC 2005), segundo abordagem de Rabelo e Gomes (2012, p. 7) é o de que é necessário *“focalizar esse processo de ensino/aprendizagem na resolução de problemas não rotineiros que permitam utilizar todas as competências adquiridas.”* De acordo com os autores, todos os anos letivos, escolas ou professores podem desenvolver o mesmo currículo de forma diferente, uma vez que, o professor é que é o artífice daquilo que será posto em prática.

A Geometria, entretanto, representa uma parte muito importante do conhecimento matemático e foi uma ciência construída culturalmente desde os primórdios da civilização humana, tendo conexões e aplicações estreitas com a nossa realidade física. Notamos que quando ela é trabalhada, normalmente é utilizada como pré-requisito para assuntos posteriores vistos na escola e de modo muito linear, convencional e, conseqüentemente, pouco significativo. Mediante isso, os alunos apresentam sérias dificuldades de visualizar, reconhecer e demonstrar. Assim, ensino e aprendizagem têm acontecido de forma descompactada, estando os aprendizes, muitas vezes, a generalizar casos particulares. Conforme Dreyfus e Hadas (1994) os alunos devem ser levados a considerar diferentes casos para, posteriormente, decidir se a afirmação é verdadeira ou falsa. Os autores asseguram que o sucesso do aluno, frente ao que estuda permite reforçar a motivação para aprender de forma mais significativa. Segundo Leivas (2012) é necessário que a aprendizagem de Geometria esteja centrada em um processo que envolva visualização e manuseio de materiais concretos.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) sugerem a inclusão de alternativas relativas a metodologias para o ensino de Geometria, mas não apontam muitas possibilidades para que isto ocorra. Então, na busca de opções, encontramos nas recreações geométricas, quando convenientemente planejadas, recursos pedagógicos enriquecedores e eficazes na construção do conhecimento. Três aspectos podem justificar seu uso em sala de

aula: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais, que é de extrema importância para o desenvolvimento do aluno.

Portanto, as ideias geométricas são úteis para representar e resolver problemas em outras áreas da Matemática e até mesmo em situações do mundo real. Assim, seu ensino deveria estar integrado, sempre que possível, com outras áreas, pois as representações geométricas podem ajudar os alunos a dar sentido à área, às frações, aos histogramas e aos dados colhidos.

3. A Resolução de Problemas matemáticos na sala de aula

Em tratando da resolução de problemas, sabemos que, embora seja de um valor supremo para o trabalho com conteúdos matemáticos e desenvolvimento intelectual, muitos são os desafios para inseri-los nas aulas de Matemática, em consequência de muitos fatores. Entre estes se encontra o baixo nível de conhecimento matemático por grande parte dos alunos da escola pública brasileira, particularmente as da rede estadual e municipal. Na maior parte da vida escolar desses alunos, a atividade mais frequente ou a única foi, e possivelmente continua sendo, a resolução de exercícios, o que é insuficiente mediante as cobranças sociais atuais.

Na resolução de problemas, é muito importante a compreensão do texto, isto é, saber interpretar o enunciado e considerar possíveis estratégias para resolução, o que demanda um leque de conhecimentos prévios. Conforme salientam os Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (2008, p. 394) “*a predisposição para a resolução de problemas inclui confiança e vontade de empreender novas e difíceis tarefas*”. Esse fator é justificado pela necessidade de inovação, tendo em vista que, na maior parte das vezes, o ritmo e metodologia em algumas aulas de Matemática têm causado acomodação e rejeição com relação ao estudo da disciplina.

A ideia de que o professor explica o conteúdo e o aluno exercita a aplicação do mesmo, data desde o século XIX. D’Ambrósio (2008) salienta que, embora haja tantos fundamentos para o legítimo uso da resolução de problemas, essa ideia equivocada permeia, há mais de 150 anos, o ensino da Matemática. Sabemos que a influência de George Pólya foi primorosa para o desenvolvimento da resolução de problemas na sala de aula, pois sua

proposta era de um ensino que criasse oportunidades para que os alunos refletissem, pensassem matematicamente e construíssem o conhecimento.

Com base nos Princípios e Normas para Matemática Escolar do NCTM (2008), para que aconteça a resolução de problemas com sucesso, é indispensável o conhecimento de conteúdos matemáticos, de estratégias de resolução de problemas, a capacidade de auto regulação, e uma predisposição para a colocação e resolução de problema. Nesse sentido, os professores são muito exigidos, por serem os responsáveis em desenvolver meios que influenciem no desenvolvimento do conhecimento e estratégias matemáticas, assim podendo praticar uma variedade de heurísticas.

De acordo com Medeiros (2001), um problema para receber essa denominação precisa, de fato, ser desafiador para o aluno, levando-o a pensar, argumentar, buscar caminhos de solução o que, com certeza, não é uma tarefa imediata. Segundo a autora, os exercícios, considerados problemas fechados, são muito tradicionais nas aulas de Matemática, sendo inseridos no processo ensino-aprendizagem de forma que limita a criatividade dos alunos, pelo modo como são apresentados, ou seja, apresenta um contexto muito limitado, palavras que dizem de imediato a operação a ser utilizada e quase sempre são propostos a partir de um conteúdo que foi anteriormente exposto. Enquanto os problemas bem elaborados, chamados de problemas abertos, propiciam que os alunos pensem não de forma linear, mas em rede e com um olhar crítico e reflexivo. Ainda conforme a autora, esses tipos de problemas podem ser desenvolvidos em grupos, o que pode diminuir o medo e aumentar as chances de produções mais eficientes.

Problemas mais elaborados, que envolvem a realidade do aluno, que o façam pensar mais criteriosamente, possivelmente despertam um maior interesse que, por sua vez, gera maior entusiasmo despertando, com isso, a criatividade e, provavelmente, contribuindo para uma aprendizagem mais dinâmica e significativa. Gontijo (2006) ressalta que os problemas que motivam para criatividade são aqueles que levam os alunos a raciocinar.

4. O Modelo van Hiele e o uso de materiais manipuláveis no estudo da Geometria

O modelo van Hiele, idealizado pelos pesquisadores holandeses Dina van Hiele Geldof e Pierre Marie van Hiele, tem por principal função orientar a formação e, assim, avaliar as habilidades do aluno. Em Geometria, o modelo é composto por cinco níveis de

compreensão, os quais, segundo Crowley (1994) descrevem características do processo de pensamento.

As ideias preliminares desse modelo estabelecem que os alunos avancem a partir de uma sequência de níveis de interpretações dos conceitos. Assim, os avanços de um nível para outro deverão ocorrer por meio de um desenvolvimento planejado de atividades, uma vez que o progresso dos níveis de compreensão geométrica depende, mais especificamente, de uma aprendizagem adequada à experiência do aluno.

O *Nível 0* (zero) ou 1º nível, denominado “visualização” é o mais elementar, nesse nível os alunos simplesmente percebem o espaço como algo em torno deles. Aqui muitos alunos já são capazes de comparar e nomear figuras geométricas, apenas por sua aparência. Já o *Nível 1* (um), chamado Análise, começa com uma análise dos conceitos geométricos, o reconhecimento das propriedades e o uso dessas propriedades para resolver problemas. Por exemplo, a descrição de um paralelogramo a partir de suas propriedades. Mas os alunos, nesse estágio, ainda não têm maturidade suficiente para estabelecer relações entre propriedades e não entendem definições.

No *Nível 2* (dois), chamado de Dedução Informal, os alunos iniciam um maior grau de abstração, pois já conseguirão estabelecer inter-relações de propriedades de figuras e reconhecer as classes. No entanto, formulam argumentos informais, mesmo não compreendendo o significado das definições ou axiomas. O *Nível 3* (três) denominado Dedução, é compreendido como o momento no qual os alunos começam a compreender o processo dedutivo das demonstrações, sendo a dedução uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. Enquanto o *Nível 4* (quatro), do rigor, é o momento no qual os sujeitos apresentam maior capacidade de compreender demonstrações formais, como por exemplo, das Geometrias não-euclidianas. Para Pierre Van Hiele os três primeiros níveis merecem maior atenção.

De acordo com Nasser e Sant'anna (2010), a melhor forma de reconhecer em que nível o discente está raciocinando é através da observação direta do seu modo de raciocinar e de suas estratégias ao resolver os problemas. Para tanto, recomendam atividades que levem os estudantes a pensar, desenvolver estratégias e mostrar suas respostas como melhor alternativa na identificação do nível de Van Hiele, sob o qual eles estão raciocinando. Com isso, o professor deve estar muito atentamente observando tudo que eles falam e desenvolvem.

A Matemática em meio à sua dinâmica cumpre o papel de possibilitar a reflexão sobre as representações que são possíveis. Os artefatos podem ser entendidos e utilizados na Educação Matemática também como artefatos concretos, a exemplo dos materiais didáticos estruturados (Tangram, Material Dourado, Blocos Lógicos, Ábaco, etc.), materiais de desenho, de medidas, jogos e desafios matemáticos, entre outros.

Veloso, Bastos e Figueirinhas (2009) apontam a real importância de proporcionar experiências com o uso de materiais manipuláveis, os quais, também precisam estar de acordo com o nível de escolaridade e a idade dos alunos.

De acordo com Smole e Diniz (2001) é necessário que o professor apresente atividades inovadoras que estimulem os alunos, afirmando que a prática das atividades em grupos é de extrema importância, pois no momento em que há a interação social o aluno sente-se na obrigação de ser coerente e a comunicação entre o próprio grupo é motivo de aprendizagem. De acordo com Fonseca (2009) a comunicação é um meio no qual há uma articulação, organização e consolidação do pensamento. Com base nisso, a autora esclarece que o compartilhar de ideias se dá de vários modos e pode ser oralmente ou por escrito, a partir de gestos, desenhos, objetos, e símbolos. Assim, numa aula de Matemática os alunos podem estar em constante comunicação, mesmo que essa não se dê de modo formal. Todas as experiências são válidas e, por essa razão, devem ser muito bem aproveitadas para, a partir dos processos de interação e ação, os alunos se adequarem a uma linguagem mais precisa do ponto de vista matemático.

Portanto, inseridos numa realidade que se moderniza a passos largos, se faz necessária uma reflexão sobre a prática letiva e uma possível renovação da mesma, na tentativa de suprir algumas necessidades. Dessa forma, nos alunos é preciso despertar uma nova visão em relação ao papel da Matemática e de suas especificidades a partir de um pensamento formal e reflexivo.

5. Metodologia

Com o desenvolvimento da Educação Matemática, nas últimas décadas, são apontadas uma série de contribuições favoráveis ao ensino e aprendizagem valorizando atitudes mobilizadoras em sala de aula de Matemática, nas quais o professor tem a função de mediador, enquanto os alunos devem ser os agentes principais das ações. Com base nisso,

nossa pesquisa utilizará, também, estudos de caso, que são muito comuns em pesquisas dessa natureza e que, de acordo com Ponte (2006), acrescenta conhecimento ao conhecimento já existente, na busca de compreender em profundidade o como e os porquês dos fatos. Ao mesmo tempo, o autor salienta que o estudo de caso é de uma eficiência singular para investigar questões de práticas e aprendizagem dos alunos.

Nosso estudo enfatiza a comunicação e resolução de problemas, por meio de materiais concretos manipuláveis utilizando o modelo van Hiele para exploração da Geometria em sala de aula.

O campo de pesquisa foi uma escola pública estadual, localizada na cidade de Cabaceiras, no cariri paraibano, e os participantes para realização da mesma foram alunos de uma turma de 3º Ano do Ensino Médio. Nossa pesquisa tem essência diretamente de ordem qualitativa, que é uma das mais eficientes formas de capturar a realidade empírica, exigindo grande seriedade no que se observa e como observar. Esse tipo de pesquisa assume diversas formas e é conduzida em múltiplos contextos. De acordo com Bogdan e Biklen (1994) as investigações qualitativas privilegiam, essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos de investigação. Além disso, nosso principal interesse não são apenas os resultados, mas, sobretudo, os processos de desenvolvimento, o que segundo os autores, é uma característica forte da pesquisa qualitativa. Concomitante a isto, o desenvolvimento de todos os processos que envolvem a pesquisa assumirá uma ordem descritiva para demonstração dos fatos.

Antes do planejamento formal das tarefas para identificação do nível segundo o modelo de van Hiele, em que a turma se encontra, realizamos uma entrevista semiestruturada, com a professora regente identificada pelo pseudônimo Rita, na intenção de compreender experiências e concepções, bem como, para termos conhecimento acerca do perfil dos alunos para o planejamento das tarefas.

Pensando nisso, na primeira parte da pesquisa em sala de aula, planejamos um conjunto de atividades para serem desenvolvidas em díades e ganharmos subsídios para identificarmos o nível de pensamento geométrico, segundo o modelo van Hiele, no qual a turma se encontrava. Após essa etapa, realizamos três testes de van Hiele para identificação do nível individual de pensamento geométrico dos alunos e, na etapa subsequente,

selecionamos os alunos que apresentaram melhor desempenho nos testes para organizarmos as díades que desenvolveram os problemas propostos com o auxílio do Tangram.

Para organização de atividades, nos apoiamos em Nasser e Sant'anna (2010) com suas propostas de trabalho do Projeto Fundão da UFRJ e na proposta de Oliveira e Gazire (2012) que apresentam módulos de atividades que têm como referência o trabalho de alguns dos mais importantes pesquisadores da teoria de van Hiele.

No decorrer de toda a pesquisa fizemos uma análise global das tarefas desenvolvidas em sala de aula, tendo os alunos como participantes centrais, que são observados em sua totalidade, dado que o objetivo central da nossa proposta é analisar os limites e as possibilidades de resolução de problemas que levam em consideração o nível de compreensão do modelo van Hiele, com alunos do 3º Ano do Ensino Médio. Dessa forma, a comunicação oral e/ou escrita, desempenho, interação e criatividade, são fatores preponderantes na nossa análise.

6. A Pesquisa: Princípios, meios da ação e resultados

Conforme mencionamos, no princípio da pesquisa conhecemos o perfil da turma, a partir de uma entrevista prestada pela professora Rita, nos servindo de base para organizarmos as tarefas propostas. Nos primeiros contatos com a turma, trabalhamos com díades aleatórias em sala, onde os próprios alunos escolhiam seus pares. Nessa etapa, conforme nossos objetivos, propomos tarefas com base na teoria de van Hiele (NASSER & SANT'ANNA, 2010; OLIVEIRA & GAZIRE, 2012) incrementada com o uso de alguns materiais concretos (sólidos geométricos e figuras planas). Com base no desenvolvimento dos alunos, percebemos que as díades se comunicavam e interagiam de forma produtiva, porém ambos apresentavam grande carência de conhecimentos geométricos, que para o nível de escolaridade, já deveria estar bem formalizado.

Com base na teoria de van Hiele, aparentemente todas as díades estavam em um nível muito semelhante e, em virtude disto, organizamos outra etapa a ser desenvolvida com aqueles alunos, porém de forma individual, com objetivo de identificar o nível de desenvolvimento do pensamento geométrico de cada um deles. Assim, em três encontros com a turma, propomos os testes van Hiele, que é um conjunto de alternativas e questões propostos

por Nasser e Sant'anna (2010) que permite a identificação do nível de pensamento geométrico dos alunos, mais especificamente dos três primeiros níveis. De acordo com as autoras, uma vez que o aluno consiga acertar 80% do teste, significa dizer que ele atingiu o nível especificado.

Ao fazermos as análises dos dados percebemos que a maioria dos alunos não conseguiram atingir nem o primeiro nível, apresentando muitas dúvidas ao responder, entrando muitas vezes em contradição e não conseguindo lembrar conceitos básicos da geometria que eram necessários para resolvê-las. Com relação ao segundo teste (Nível 1), apenas seis alunas conseguiram obter 80% de acertos e, com isso, apresentaram indícios de que estavam no Nível 1. Essas alunas mesmo apresentando algumas dificuldades, mostraram uma segurança maior em relação aos demais colegas, no momento do desenvolvimento das tarefas. No terceiro encontro, ao ser proposto o terceiro e último teste (Nível 2), nenhum dos alunos conseguiu atingir esse nível e a grande maioria não chegou a responder corretamente a nenhuma das alternativas ou questões propostas.

Sabemos da relevância da resolução de problemas nesta e em outras situações, porém para que ela aconteça de uma forma coerente é necessário ter o mínimo de conhecimento prévio e interpretação. Como a nossa proposta de pesquisa envolve a resolução de problemas, o uso de materiais didáticos manipuláveis e a comunicação oral entre os alunos, consideramos mais pertinente, baseado em nossos objetivos, analisar o desenvolvimento das seis alunas que apresentaram melhor desempenho nos testes, pois entendemos que a comunicação entre ambas, na formação de três díades, seria mais pertinente para responder nossa questão diretriz: *Como os alunos se comunicam ao desenvolverem atividades com resolução de problemas geométricos, segundo o modelo van Hiele?*

Tendo conhecimento desses níveis, organizamos a última etapa de contato direto com a turma para obtenção dos dados na nossa pesquisa. Essa foi também a etapa mais complexa, pois propomos as tarefas com todos os alunos, distribuídos em díades, porém nos detemos especificamente nas três díades formadas pelas alunas que conseguiram apresentar melhor desempenho nos testes van Hiele.

Sabendo da relevância de trabalhar com resolução de problemas e material manipulável na construção do conhecimento matemático, por meio das interações e comunicação, que são essenciais para o desenvolvimento do pensamento, conforme

argumenta Boavida et al (2008), trabalhamos, nessa etapa, com quatro problemas geométricos, por nós formulado, e com o Tangram para o desenvolvimento das atividades.

O professor que proporciona aos alunos tarefas desafiantes e apropriadas ao seu conhecimento, está a proporcionar o estabelecimento de conexões entre vários tópicos dentro e fora da Matemática e a estimular a argumentação e a comunicação recorrendo a diferentes representações. Em suma, está a contribuir para o desenvolvimento do pensamento independente e crítico, tão essencial a várias facetas da vida. (BOAVIDA et al, 2008, p. 33).

Os alunos afirmavam que já conheciam o Tangram, porém nunca haviam trabalhado com ele. Mediante essa situação que eles consideravam como “nova”, podemos perceber que apresentavam um relevante grau de empolgação, o que, sem dúvida é primordial para o sucesso do que é desenvolvido.

Para acompanhar de uma forma mais adequada a comunicação das três díades, usamos aparelho de áudio para as gravações e observação direta. No momento do desenvolvimento das atividades, elas apresentavam constantes dúvidas, por vezes entravam em contradição, mas conseguiam interagir na busca de possíveis soluções, que nem sempre foram coerentes, certamente sendo reflexo da fragilidade da aprendizagem matemática em séries anteriores. Mesmo em meio às dificuldades e desafios, essas díades que observamos, apresentaram, desde o início, um comprometimento considerável diante do que era proposto, o que é um significativo avanço, quando assumimos essa dinâmica de trabalho.

O desenvolvimento específico das três díades na resolução dos problemas estão organizadas em três estudos de caso, que estão sendo escritos, no momento, nos quais as alunas estão identificados pelos pseudônimos: **Ana e Cecília, Vitória e Alice, Júlia e Amanda.**

Referências

- BOAVIDA, A.; PAIVA, A. L.; CEBOLA, G.; PIMENTEL T. Resolução de Problemas em Matemática. In: A experiência matemática no ensino básico. Direcção-Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular. Lisboa, 2008.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília: Ministério de Educação/ Secretaria de Educação Fundamental, 1997.

CROWLEY, M. L. *O modelo Van Hiele de desenvolvimento do pensamento geométrico*. In: LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. (org) *Ensinando e Aprendendo Geometria*. Tradução: Hygino H. Domingues. Ed. Atual. São Paulo, 1994 p. 1-19.

D' AMBRÓSIO, B. *A Evolução da Resolução de Problemas no Currículo Matemático*. In *Anais do I Seminário em Resolução de Problemas*, São Paulo: UNESP: 2008.

DREYFUS T.; HADAS, N. *Euclides deve permanecer – e até ser ensinado*. In:

LINDQUIST, M. M. e SHULTE, A. P. (org) *Ensinando e Aprendendo Geometria*. Tradução: Hygino H. Domingues. Ed. Atual. São Paulo, 1994.

FONSECA, L. *Comunicação Matemática na sala de aula - Episódios do 1º ciclo do Ensino Básico*. In: *Educação Matemática*, nº 103, ESE/IP de Viana do Castelo, 2009.

GONTIJO, C.H. *Resolução e Formulação de Problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em Matemática*. In *Anais do SIPEMAT*. Recife, Programa de Pós-Graduação em Educação-Centro de Educação – Universidade Federal de Pernambuco, 2006, 11p.

LEIVAS, J. C. P. *Percepção e coordenação visual e motora no desenvolvimento do pensamento geométrico* In: *Educação e Matemática: Revista da Associação de Professores de Matemática*. Lisboa, 2012. (p. 27-32) ISSN 0871-7222.

MEDEIROS, K.M. *O contrato didático e a resolução de problemas matemáticos em sala de aula*. In *Educação Matemática em Revista*, nº 9/10.SP, SBEM, 2001.

NASSER, L.; SANT'ANNA, N. *Geometria Segundo a Teoria de Van Hiele*. 2 ed. Rev. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2010.

OLIVEIRA, M. C.; GAZIRE, E. S. *Ressignificando a Geometria plana no Ensino Médio, com auxílio de van Hiele*. Belo Horizonte, 2012. Disponível em:
http://www.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20121128150635.pdf?PHPSESSID=fdb6d12870c8aaf4688b74f0ad0dd734

Acessado em: 14 de maio de 2013.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. *Bolema*, 25, 2006. p. 105-132.

PRINCÍPIOS E NORMAS PARA MATEMÁTICA ESCOLAR DO NCTM. Associação dos Professores de Matemática - APM. Tradução: Madga Melo. Lisboa, 2008. ISBN: 978-972-8768-24-9.

RABELO, P. C.; GOMES, A. *Reorganização Curricular da Geometria: Uma Experiência no 6º ano de escolaridade*. In: *Quadrante Revista de Investigação em Educação Matemática*. Volume XXI/ Nº 1/2012. p. 3-27.

SMOLE, K.S.; DINIZ, M.I. *Ler, Escrever e Resolver Problemas*. São Paulo: Artmed, 2001.

VELOSO, E.; BASTOS, R.; FIGUEIRINHAS, S. *Isometrias e Simetrias com materiais manipuláveis*. In. *Educação e Matemática – Revista da Associação de Professores de Matemática – Ed. 101 APM*, 2009.