CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS: ATÉ QUE PONTO OS ALUNOS DO ÚLTIMO ANO DA EDUCAÇÃO BÁSICA CONSEGUEM ARGUMENTAR SOBRE TRIÂNGULOS?

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio (EMAFEFEM) – GT 10

Marconi Coelho dos SANTOS
Universidade Estadual da Paraíba
marconicoelho@hotmail.com

Marcella Luanna da Silva LIMA
Universidade Estadual da Paraíba
marcellaluanna@hotmail.com

Anderson de Araújo NASCIMENTO
Universidade Estadual da Paraíba
anderson_mat@hotmail.com

Helder Flaubert Lopes de MACEDO
Universidade Estadual da Paraíba
helderflm@gmail.com

Leandro Carlos de Souza GOMES
Universidade Estadual da Paraíba
leandrouepb@hotmail.com

RESUMO

Com base nas referências atuais sobre provas e demonstrações percebe-se um déficit quanto ao seu uso nas aulas de Matemática da educação básica. Inquietos com esta problemática, a equipe *Provas e Demonstrações Matemáticas* do projeto Observatório da Educação (OBEDUC/UEPB), relata neste artigo uma pesquisa realizada com cinco turmas do último ano do ensino básico em um total de 116 alunos em duas escolas públicas estaduais da cidade de Areia-PB, objetivando verificar o potencial argumentativo dos alunos com relação aos conhecimentos adquiridos sobre triângulos. Nossa pesquisa foi realizada com o último ano do ensino médio pressupondo que os sujeitos conheçam os conceitos básicos em relação a Triângulos. Grande parte dos alunos pesquisados generalizou a definição de triângulo citando particularidades de um triângulo retângulo, ou seja, a concepção da definição de triângulo está associada ao Teorema de Pitágoras ou a um ângulo reto. Percebemos ainda que os alunos empregavam os conceitos de modo aleatório, sem nenhuma preocupação com a utilização indevida dos elementos matemáticos.

Palavras- chaves: Provas e Demonstrações, Educação Matemática, Geometria Plana.

1. Introdução

O desenvolvimento desta pesquisa é parte integrante de um projeto maior, financiado pela agência de fomento brasileira CAPES. O OBEDUC é um projeto em rede entre a

Universidade Federal do Mato Grosso do Sul (UFMS), Universidade Estadual da Paraíba (UEPB) e Universidade Federal de Alagoas (UFAL). Dentro deste projeto nossa equipe, intitulada *Provas e Demonstrações Matemáticas,* tem a intenção de examinar o nível de absorção do conhecimento adquirido via utilização de provas e demonstrações nas aulas de Matemática do ensino básico.

No contexto das aulas de Matemática, a preocupação no sentido de que os alunos expliquem ou descrevam seus raciocínios matemáticos é uma questão que se encontra em início de pesquisas. De acordo com Boavida (2005), foi a partir da década de 80 que se iniciaram discussões em evidenciar a participação dos alunos em experiências que possibilitassem a eles dissertarem sobre o seu raciocínio matemático.

Entretanto, as pesquisas em andamento no Brasil mostram que provas e demonstrações matemáticas ainda é um assunto pouco abordado nas aulas de Matemática na educação básica (ALMOULOUD, 2007; NASSER e TINOCO, 2003). Ainda de acordo com esses autores, os professores de Matemática da educação básica não abordam este conteúdo devido a pouca importância que é dada ao ensino a provas e demonstrações. Diferentemente do que acontece nos EUA, e em alguns países da Europa, esta particularidade da Matemática começa a ser desenvolvida nas séries iniciais (HANNA,1995; PIETROPAOLO, 2005).

De acordo com Garbi (2010), o ensino da Matemática no Brasil foi de um extremo ao outro, ou seja, antes se demonstrava demais e atualmente já não se dá ênfase ao processo de demonstrar matematicamente. Para Nasser e Tinoco (2003) isto aconteceu no período de transição da Matemática Moderna para um retorno das bases da Matemática, ocasionando o abandono dos processos de provar e demonstrar.

A carência da população estudantil no aspecto de argumentar matematicamente acarreta em baixo nível de conhecimento, ficando evidente quando são submetidos a situações que precisam fundamentar os seus procedimentos. Os mesmos recorrem à técnicas operacionais, fórmulas e procedimentos, sem que haja uma compreensão do que realmente estão fazendo (AGUILAR JUNIOR e NASSER, 2012).

Culturalmente, as aulas de Matemática são desenvolvidas obedecendo todo um aspecto estruturalista, nas quais o foco principal é a mecanização dos processos matemáticos, ficando para segundo plano atividades que desenvolvam o potencial argumentativo dos alunos (AGUILAR JÚNIOR e NASSER, 2013). O que segue caminhos contrários aos do PCN que sugere ao professor criar alternativas nas quais possibilitem aos alunos desenvolver a argumentação e a justificativa de resultados matemáticos, uma vez que essas habilidades são importantes, não só para o desenvolvimento do raciocínio matemático como também para a formação do cidadão critico e participativo na sociedade em que vive.

Desenvolver habilidades capazes incentivar os alunos a raciocinarem de maneira lógico-dedutiva faz parte do planejamento de um bom número de professores de Matemática. No entanto, os alunos na sua vida escolar não estão habituados a pensar e discutir suas ideias (NASSER e TINOCO, 2003). Situações como estas são comentadas no trabalho de Ramalho (2002, p. 52). De acordo com esta autora o nível de argumentação dos alunos portugueses se encontra abaixo do esperado em relação à média da Organização de Cooperação e de Desenvolvimento Económico (OCDE). Segundo Ramalho (2002, p. 52):

> Muitos jovens de 15 anos não conseguem lidar com representações simbólicas simples, nem com relações entre estas representações. Revelam igualmente uma fraca capacidade de argumentação, materializada nas justificações que apresentam: generalizam situações sem proceder à sua verificação; recorrem a informação do quotidiano para fundamentar as sua respostas, sem que esta informação seja pertinente para o problema em causa; fundamentam as suas respostas em situações claramente excluídas pelas condições enunciadas.

Atuando também na perspectiva de detectar o nível de conhecimento dos alunos sobre um tema que eles já tinham estudado em um ano anterior, Santos e Lins (2013a) encontraram resultados que podem ser comparados aos obtidos no trabalho de Ramalho (2002). Ambos realizaram uma pesquisa com alunos do 1º ano do Ensino Médio envolvendo questões sobre Pitágoras e as Demonstrações do seu Teorema. Os autores acreditavam que por os alunos terem estudado este tema de forma recente, ministrado no 9º ano do Ensino Fundamental, seriam capazes de responder as questões sem maiores dificuldades. Os dados obtidos gerou preocupação, pois a falta de conhecimento foi grande sobre um dos personagens matemático mais famoso do mundo (BOYER, 2010; EVES 2004) e do Teorema mais demonstrado em toda a Matemática (MORAIS FILHO, 2010). Em outro estudo realizado por Santos et al (2014) também ficou evidente a falta de poder argumentativo, explicativo e de resolução dos alunos pesquisados. Neste estudo os autores direcionaram a pesquisa para os alunos do último ano do Ensino Médio por acreditar que eles detinham conhecimentos necessários para responder questões envolvendo a Função do 2º Grau. Os dados obtidos foram outros. Os autores se deparam com respostas desconexas, sem pertinências com o tema em questão, como também má utilização dos conceitos referentes aos temas pesquisados. De modo geral, os autores concluíram que o conhecimento matemático assimilado pelos alunos em relação aos temas estudados era superficial ou nenhum (SANTOS et al, 2014). Os autores acreditam que um dos motivos destes resultados pode vir a ser a falta de metodologia do professor que aflore a essência de situações a se trabalhar e desenvolver o poder argumentativo dos alunos. Crença esta vidente em outro estudo realizado por Santos e Lins (2013b), o qual aponta que professores pouco ou nada utilizam atividades voltadas para estes fins.

2. Metodologia

Os aspectos metodológicos da pesquisa ora em questão foram fundamentados em Bogdan e Biklen (1994), Moreia e Caleffe (2008) e Moroz e Gianfaldoni (2006). Dessa forma, realizamos esta pesquisa com métodos de coleta quantitativa, ou seja, confeccionamos um questionário (BOGDAN e BIKLEN, 1994) composto de sete questões sobre triângulos enfatizando os elementos que o compõe. Esse conteúdo é lecionado a partir do 7º ano do Ensino Fundamental e continua sendo abordado nos anos posteriores. O questionário foi aplicado a cinco turmas do último ano da Educação Básica em um total de 116 alunos com objetivo de analisar o nível de argumentação matemática destes alunos em relação ao estudo de Triângulos. As questões foram sistematizadas de maneira que os alunos fossem submetidos a dissertar sobre o assunto abordado:

QUESTIONÁRIO (ALUNOS)

Projeto OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO - OBEDUC

GRUPO: TIC, TRABALHO COLABORATIVO, PROVAS E DEMONSTRAÇÕES MATEMÁTICAS

Coordenadora/Orientadora: Profª. Drª Abigail Fregni Lins (Bibi Lins)
Mestrando: Marconi Coelho dos Santos
Professora da Educação Básica: Marcella Luanna da Silva Lima
Professor da Educação Básica: Anderson de Araújo Nascimento
Graduando: Helder Flaubert Lopes de Macêdo
Graduando: Leandro Carlos de Souza Gomes

DETECTANDO O POTENCIAL ARGUMENTATIVO DOS ALUNOS DO 3° ANO DO ENSINO MÉDIO NAS ESCOLAS PÚBLICAS DA CIDADE DE AREIA – PB

1. De acordo com os seus conhecimentos matemáticos como você definiria um triângulo?

2. Qual é a condição de existência para a construção de um triângulo?

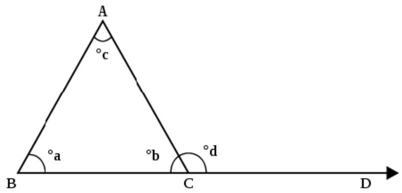
3. Os triângulos são classificados quanto aos lados como: equilátero, isósceles e escaleno. Escreva quais as características que diferem cada um.

4. Os triângulos também são classificados quanto as medidas de seus ângulos internos. Com isso, quais são esses triângulos e defina suas características.

5. Em quaisquer triângulos a soma dos ângulos internos é igual a medida de ângulo de meia volta. Sabendo disso quanto vale a soma dos ângulos internos de um triangulo? Exemplifique:

6. A medida de qualquer um dos ângulos externos de um triângulo é igual a soma das medidas dos ângulos internos a ele não adjacentes. Demonstre está afirmação.

7. No triângulo abaixo temos AB = 8 cm, AC = 8 cm e BC 6 cm. Temos também que °a = 70° e °c = 40°



a) De acordo com as medidas dos lados, como podemos classificar este triângulo? Justifique.

b) Determine a medida do Ângulo interno **°b** indicado na figura acima.

c) Qual a classificação do triângulo da figura acima em relação a medida dos ângulos? Justifique.

d) Determine a medida do Ângulo externo **°d** indicado na figura acima.

Figura 1 - Questionário aplicado aos alunos (fonte própria)

3. Resultados

Na análise do questionário procuramos valorizar ao máximo as ideias dissertadas pelos alunos, ou seja, não seguimos o rigor peculiar da Matemática. Mesmo com toda essa moderação, as respostas dadas pelos alunos não foram consideradas satisfatórias. Das sete questões propostas aos alunos escolhemos duas aletoriamente que em nosso entendimento contempla o que foi apresentado acima.

Para a análise das questões, seguimos três categorias, as quais, ao nosso ver, fazem jus às argumentações dadas pelos alunos, a saber:

- Correto: classificamos como correto as definições que obedecem o rigor matemático;
- Tentativa: classificamos como tentativa as respostas que tiveram alguma conexão, por mínima que seja, com a definição;
- Errado: classificamos como errado os que deixaram em branco ou responderam sem nenhum significado.

Quando foi proposto aos alunos que definissem triângulo, obtivemos respostas do tipo:

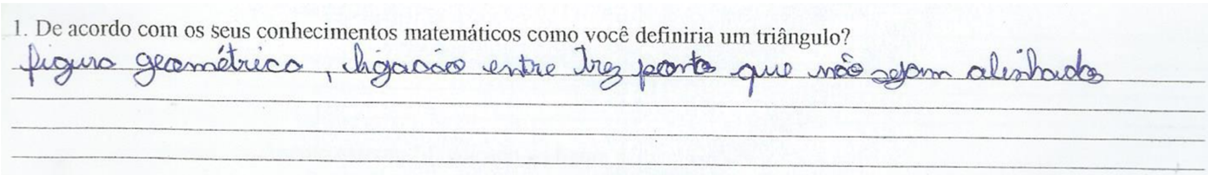
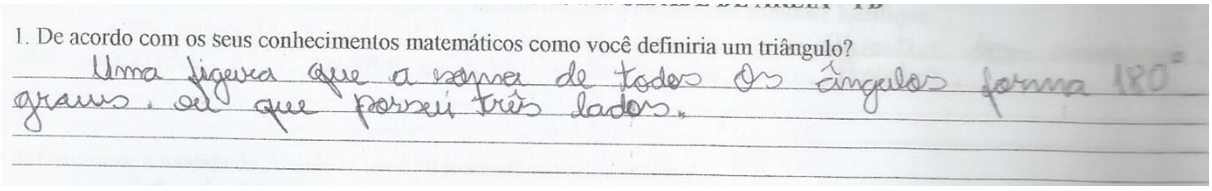

1. De acordo com os seus conhecimentos matemáticos como você definiria um triângulo?

figura geométrica, ligação entre trez pontos que não sejam alinhados

Figura 2 – Definição dada por um aluno pesquisado em relação a primeira questão


1. De acordo com os seus conhecimentos matemáticos como você definiria um triângulo?

Uma figura que a soma de todos os ângulos forma 180° graus. ou que possui três lados.

Figura 3 - Definição dada pelo aluno para a questão 1

Confrontando as definições dadas pelos alunos com a definição de Dolce e Osvaldo (2009), percebemos que essas definições diferem totalmente da definição matemática de triângulo, que segundo estes autores, triângulo tem sua definição dada da seguinte forma:

> Dados três pontos A, B e C não colineares, à reunião dos segmentos $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ e $\overline{BC}$ chama-se triangulo ABC (DOLCE e POMPEO, 2005. p.36).

Para melhor representar os dados que obtivemos, apresentamos por meio de um gráfico de incidência, construído utilizando o aplicativo Microsoft Excel:

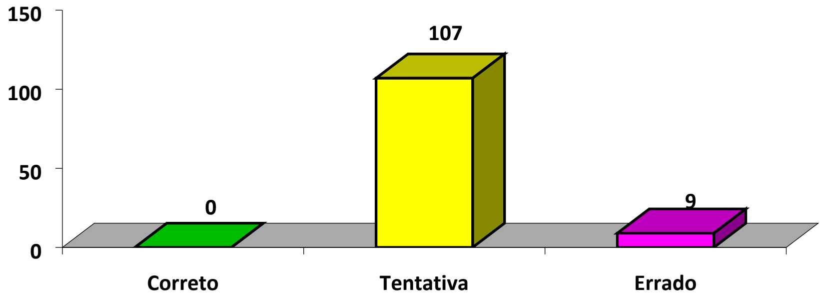


Gráfico 1 - Número de alunos que tentaram definir triângulo

O gráfico acima mostra que a grande maioria dos alunos pesquisados, mesmo tentando definir triângulos, não obtive êxito em definir o objeto em questão, o que evidencia o seu baixo nível de conhecimentos matemáticos.

Em outra questão foi perguntado aos alunos qual a condição de existência de um triângulo:

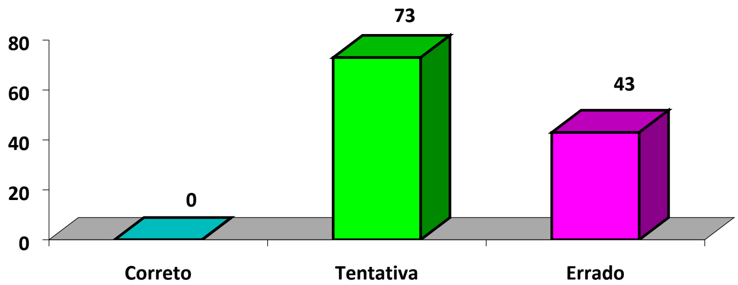


Gráfico 2 - Quantidade de alunos que tentaram justificar a condição de existência de um triângulo

Os dados apresentados no gráfico mostram o desconhecimento dos alunos pesquisados em relação à condição de existência de um triângulo. Abaixo trazemos algumas respostas dos estudantes sobre a questão 2:

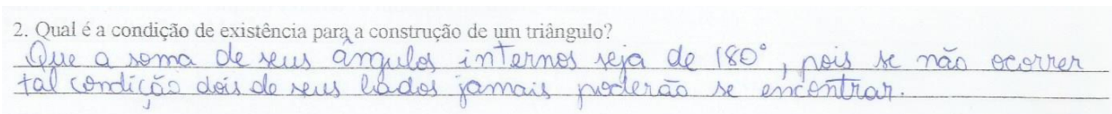

2. Qual é a condição de existência para a construção de um triângulo?
Que a soma de seus ângulos internos seja de 180°, pois se não ocorrer tal condição dois de seus lados jamais poderão se encontrar.

Figura 4 – Explicação de um aluno para a construção de um triângulo.

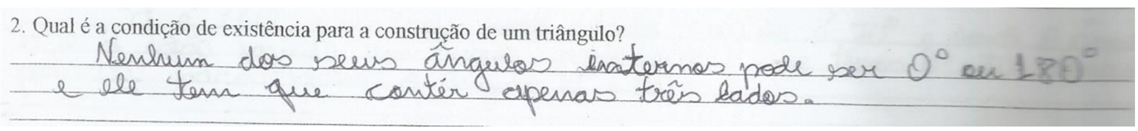

2. Qual é a condição de existência para a construção de um triângulo?
Nenhum dos seus ângulos internos pode ser 0° ou 180° e ele tem que conter apenas três lados.

Figura 5 - Justificativa dada pelo aluno para a construção de um triângulo

Observando as respostas dadas pelos alunos podemos concluir que eles até possuem um grau básico de conhecimento sobre triângulos, mas suas respostas não se aproximam do que autores defendem como condição de existência de um triângulo. Segundo Andrini (1989), a condição de existência de um triângulo é:

> Em qualquer triângulo, cada lado é menor que a soma dos outros dois lados (ANDRINI, 1989. p. 162).

Acreditamos que utilizando atividades que permitam aos alunos comentarem, justificarem, ou até mesmo demonstrarem os resultados matemáticos, teriam mais familiaridade para discutir e sustentar suas ideias. Portanto, assim como afirmam os autores mencionados anteriormente, especialmente Hanna (1995), os alunos deveriam ter contato com provas, justificativas e argumentações matemáticas desde as séries iniciais.

4. Conclusão

Com os resultados obtidos chegamos à conclusão que mesmo na tentativa de alguns alunos argumentarem ou justificarem matematicamente suas respostas, não foram capazes de explicar, definir ou argumentar matematicamente os métodos utilizados para resolver situações que envolvam conhecimentos matemáticos sobre triângulos.

Com isso, em nossa pesquisa encontramos situações equivalentes às encontradas por Ramalho (2002), na qual grande parte dos alunos pesquisados tentava generalizar a definição de triângulo citando particularidades de um triângulo retângulo, ou seja, em sua concepção a definição de triângulo está associada ao Teorema de Pitágoras ou a um ângulo reto. Em outras respostas nos deparamos com situações, nas quais alunos escreviam que não tinha nenhuma pertinência com o que a questão exigia. Percebemos ainda que os alunos empregavam os conceitos de modo aleatório, sem nenhuma preocupação com a utilização indevida dos elementos matemáticos.

Para atuar em uma perspectiva que envolva situações que enalteçam o uso de atividades para despertar e desenvolver nos alunos o poder argumentativo se faz necessário que o professor compreenda e aceite os diferentes níveis de argumentação e justificativas que estes alunos possam vir a apresentar para provar e comunicar um dado resultado, levando em consideração sua faixa etária e os conhecimentos até então adquiridos (NASSER e TINOCO, 2003; HANNA, 1995; BALACHEFF, 1998).

Apesar da pouca utilização das provas e demonstrações em sala de aula este tema está sendo inserido de maneira gradativa nos congressos e eventos de educação matemática (NASSER e TINOCO, 2003). Nesta perspectiva procuramos adentrar nessa linha de pesquisa, com o objetivo de diagnosticar o potencial dos alunos em resolver argumentar e justificar os resultados obtidos das questões referentes ao conteúdo triângulos.

Diante do exposto, acreditamos que o discutido neste artigo possa vir a ser útil para professores de Matemática da educação básica como fonte norteadora para refletir sobre suas futuras práticas, as quais contribuirão para uma aprendizagem matemática mais sólida e duradoura, contribuindo para desenvolver o pensamento crítico dos alunos.

5. Referências

AGUILAR JUNIOR, C. A.; NASSER, L. Analisando justificativas e Argumentação Matemática de Alunos do Ensino Fundamental. *Vidya*. v. 32, nº 2, p. 133-147, 2012. Disponível em http://sites.unifra.br/Portals/35/2012/09.pdf. Acesso em 30/09/2014.

AGUILAR JUNIOR, C. A.; NASSER, L. Argumentação e Prova de Professores dos Níveis Fundamental e Médio de Matemática. In: *Congresso Ibero-americano de Educação Matemática 2013*. Disponível em http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/334.pdf. Acesso em 15/09/2014.

ALMOULOUD, S. *Prova e demonstração em matemática:* problemática de seus processos de ensino e aprendizagem. Grupo de Educação Matemática GT 19. 2007. Disponível em <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_30/prova.pdf>. Data de acesso: 09 jun 2014.

ANDRINI, A. Praticando matemática: 7ª série. São Paulo: Editora do Brasil, 1989. 22p.

BALACHEFF, N. *A epistemologia do pesquisador:* a prova como impasse na pesquisa educacional. Tradução Chang Kuo Rodrigues. 1998. Disponível em: www.pucsp.br/pensamentomatematico/resumo_balacheff_chang.doc. Acesso em: 09 jun 2014.

BOAVIDA, A. M. (2005). *A argumentação em matemática: Investigando o trabalho de duas professoras em contexto de colaboração*. Tese de doutoramento não publicada. Lisboa: Universidade de Lisboa, Portugal.

BOGDAN, R. e BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação:* uma introdução a teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BOYER, C. B. *História da Matemática.* Tradução Elza F. Gomide. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010. 496p.

DOLCE, O.; POMPEO, J. N. Fundamentos da matemática elementar 9: Geometria plana. 8 ed. São Paulo. Atual, 2005. 456p.

EVES, H. *Introdução à história da matemática.* Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004. 843p.

GARBI, G. G. *C.Q.D.:* Explicações e demonstrações sobre conceitos, teoremas e fórmulas essenciais da geometria. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010. 403p.

HANNA, G**.** *Challenges to the impact of proof.* For the learning of mathematics, 1995, n. 15. P. 42-49.

MORAIS FILHO, D. C. *Um convite à matemática: fundamentos lógicos, com técnicas de demonstração, notas históricas e curiosidades*. Campina Grande: Fábrica de Ensino. 2010. 194p.

MOREIRA, H. e CALEFFE, L. G. *Metodologia da pesquisa para o professor pesquisador.* 2. ed. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOROZ, M. e GIANFALDONI, M. H. T. A. *O processo de pesquisa:* iniciação. 2. Ed. Brasília: Liber Livro Editora, 2006.

NASSER, L. e TINOCO, L. A. *Argumentação e provas no ensino da matemática.* 2. ed. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundão, 2003.

PIETROPAOLO, R. C. *(Re) Signifcar a demonstração nos currículos da educação básica e da formação de professores da educação básica.* Tese de Doutorado. PUC – São Paulo, 2005.

RAMALHO, G.,. PISA 2000 — *Conceitos fundamentais em jogo na avaliação de literacia matemática e competências dos alunos portugueses*. Lisboa: Ministério da Educação/Gave. 2002.

SANTOS, M. C. et al. Função Polinomial do 2° Grau: Um Estudo do Potencial Argumentativo Matemático dos Alunos do 3° Ano do Ensino Médio. In: *Congresso Nacional de Educação***, CONEDU**. 18 a 20 de setembro de 2014. Campina Grande, PB.

SANTOS, M. C.; LINS, A. F. Pitágoras e as Demonstrações do seu Teorema na Concepção de Alunos do Ensino Médio. In: *Encontro Nacional de Educação Matemática*, **XI ENEM**. 18 a 21 de julho de 2013a. Curitiba, PR.

________________________. Concepções dos Professores de Mátematica sobre Pitágoras e as Demonstrações do seu Teorema Refletido na Aprendizagem dos Alunos o Ensino Médio**.** In: *Congresso Ibero-americano de Educação Matemática***, VII CIBEM**. 16 a 20 de setembro de 2013b. Montivideo, Uruguai.