



## A MEDIAÇÃO COMO ELEMENTO PRINCIPAL NA CONSTRUÇÃO DE UM MODELO MATEMÁTICO

TICEM – GT 6

CUNHA, Jussara Gomes Araújo

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO / BA

*jussaragac@yahoo.com.br*

### Resumo

Esta atividade foi elaborada com o objetivo de apresentar uma proposta de trabalho, com a utilização de um software, a um grupo de professores, durante um curso de Pós Graduação, “Matemática e Novas Tecnologias”, que se encontram em um processo de mudança de postura diante de seus alunos, fazendo-os refletir sobre sua prática docente no momento onde o foco na educação não é mais desenvolver habilidades de leitura, escrita e cálculos básicos. Os recursos utilizados foram: o software GeoGebra, um bloco de atividades, o computador e um projetor multimídia. Foi aplicada em uma escola pública de Salvador – Bahia com alunos do 2º ano do Ensino da rede pública. A metodologia foi baseada na resolução de problema onde a postura investigativa por parte de todos os envolvidos deverá estar sempre presente. As experiências citadas foram enriquecedoras no sentido de analisar conceitos e definições com base em um modelo matemático reconstruído a partir de um objeto que faz parte da realidade do aluno. Ficou constatado que o papel do professor é determinante durante todo o processo.

**Palavras-chave:** Tecnologia, Aprendizagem, Mediação, GeoGebra.

### 1. Introdução

As teorias estudadas envolvendo as novas tecnologias, questionam seu uso como instrumento, ferramenta ou elemento que leva a um novo pensar. Segundo Tikhomirov (1981, apud Borba & Penteado, 2001), o pensamento humano é reorganizado quando a informática é incorporada ao cotidiano dos estudantes e existem três teorias acerca de como os computadores afetam a cognição humana: a primeira teoria é a da Substituição onde o computador é visto como substituto do ser humano, o pensamento é trivial, ignorando os complexos processos humanos, a segunda é a da Suplementação, baseada na teoria da



## Desenvolvendo o Pensamento Matemático em Diversos Espaços Educativos

27 a 29 de Novembro

UEPB Campina Grande, Paraíba.



2014

informação onde o computador complementa o ser humano e o pensamento pode ser dividido em pequenas partes onde os homens realizam algumas e o computador realiza outras, resultando o todo que antes era realizado apenas pelo ser humano e a terceira teoria é a da Reorganização onde ele provoca uma reorganização da atividade humana.

LÉVY (1993) destaca a importância das mídias para o pensamento humano, quando diz “as bibliotecas e as novas interfaces dos computadores não são apenas molduras”, mas sim parte ativa do pensamento. Nosso pensamento, embora não determinado é condicionado pelas diferentes técnicas desenvolvidas ao longo da História, pois o uso da mídia proporciona que experimentos possam ser feitos, ampliando as possibilidades. Após a introdução das novas tecnologias, algumas preocupações ocorreram referentes a mudanças curriculares, novas dinâmicas na sala de aula, o papel do professor e do aluno. É necessário repensar a formação docente onde o professor seja um mediador do diálogo do educando com o conhecimento. Ao educador deverá caber a orientação necessária para que o objeto do conhecimento seja explorado pelos alunos, sem jamais lhes oferecer a solução pronta. Portanto, é preciso modifica-lo tendo como referência pressupostos e ações que deem conta da aprendizagem de forma significativa para os alunos numa perspectiva social e educativa.

Segundo POLYA (2006), o professor deve desafiar a curiosidade do aluno com problemas que estejam de acordo com o seu nível de conhecimento ajudando-lhes com perguntas que estimulem o pensar, raciocinar, motivando-os. Neste contexto surgiu a ideia de buscar inicialmente um estímulo visual, que causasse impacto, uma caixa de batatas fritas do McDonald's, com o propósito de envolver todos e criar um cenário favorável para uma proposta de trabalho onde a investigação estivesse presente durante todo o processo. O problema surgiu após o convite: Vamos desenhar a caixa de batatas fritas do McDonald's que se encontra no bloco de atividades que foi entregue, utilizando o GeoGebra? Esta atividade foi realizada em seis etapas, aplicado a um grupo de alunos, do 2º ano do Ensino Médio, que já tinham vivenciado uma experiência com o software GeoGebra e a metodologia aplicada; o tempo utilizado foi de 6 aulas. O objetivo era apresentar uma nova proposta de trabalho que atendessem as exigências da sociedade atual.

Etapa 1 – Os alunos receberam o material e as informações sobre os procedimentos necessários. Após as instruções solicitaram uma breve revisão sobre os assuntos que seriam trabalhados. Etapa 2 – Iniciaram a atividade, solicitaram permissão para consultar livros e cadernos além de socializarem cada uma das descobertas e etapas construídas. Etapas 3 e 4 – Concluíram a construção da caixa, e discutiram possibilidades de desenhar as supostas batatas. Etapas 5 e 6 – Concluíram a atividade e socializaram suas descobertas com os demais colegas.

## 2. Desenvolvimento

Etapa 1 – Inicialmente foi distribuído um panfleto, (figura 1), onde constava uma caixa de batatas fritas, algumas informações sobre o McDonald's e as seguintes questões: - Você consegue perceber alguma relação entre os desenhos? - Que conteúdos podemos explorar? - Será que você consegue desenhar a caixa de batata frita, ao lado, utilizando o GeoGebra e os conteúdos, sobre funções, estudados? – O que você acha sobre a utilização do GeoGebra nas aulas de matemática? – Como as novas tecnologias poderão contribuir para uma melhor aprendizagem em matemática? – Fale um pouco sobre sua experiência com o GeoGebra. – Os alunos receberam o caderno de atividades, demonstraram surpresa mas não tiveram iniciativa no sentido de iniciar a atividade proposta. Diante da postura dos alunos a professora resolveu iniciar um diálogo com o propósito de ajuda-los a pensar.



Faça comentários sobre os tópicos abaixo:

Você consegue perceber alguma relação entre os desenhos?

Que conteúdos matemáticos podemos explorar?

Será que você consegue desenhar a caixa de batata frita, ao lado, utilizando o GeoGebra e os conteúdos estudados?

O que você acha sobre a utilização do GeoGebra nas aulas de matemática?

Como as novas tecnologias poderão contribuir para uma melhor aprendizagem em matemática?

Fale um pouco sobre sua experiência com o GeoGebra.

Que tipo de trabalho você gostaria de desenvolver durante as aulas de matemática?

**Logo McDonald's.** O projeto do McDonald's, e os seus arcos de ouro, foi criado em 1962 por Jim Schindler. Atualmente, podemos dizer que é uma das poucas marcas que podem ser facilmente reconhecidas, sem ser acompanhada do nome.

Figura 1 – Bloco de Atividades



(P)- Observem o desenho que se encontra no panfleto que foi entregue e tentem fazer uma associação com os conteúdos estudados recentemente. Poderíamos fazer alguma relação? (A)- A caixa de batata frita do McDonald's! (P)- Correto! Se quiséssemos desenhá-la, que conteúdos, recentemente revisados, poderíamos utilizar? (A)- Professora, a senhora não deixa utilizar o que tem nas janelinhas não? (P)- Não! Qual o assunto que estamos estudando? (A)- Funções. (P)- Correto! Imaginem esta caixa que está no panfleto sendo desenhada em um plano cartesiano! Pensem nos conteúdos sobre funções! Que relações poderão ser feitas? (A)- Professora, estudamos retas, parábolas, equações, (P)- Ótimo! Qual a relação que poderíamos fazer com cada um desses assuntos e o desenho da caixa? Pense! (A)- Aí não tem reta! Tem esse pedacinho. (P)- Como você chama este pedacinho que você está se referindo? (A)- Um pedacinho da reta, pode ser? (P)- Quem poderia me dizer que nome damos a este pedacinho da reta que o colega está se referindo? Silêncio total e a professora fez um breve comentário sobre segmentos de reta. (P)- Observem que podemos obter este segmento a partir de uma determinada reta. (A)- Como vou colocar a reta aí e depois pegar este pedacinho? (P)- Vamos por partes. (P)- O que vocês entendem por reta? (A)- Um conjunto de pontos. (P)- Maravilha! (A)- Professora, infinitos pontos um atrás do outro. (P)- Correto! (A)- Localização de pontos no plano nós estudamos! (P)- Quando vocês se referem a pontos, localização de pontos no plano, o que isso iria nos ajudar para desenhar a caixa? (A)- Quando eu quero colocar em algum lugar ele dá o endereço. (P)- Você se refere a um determinado lugar, um lugar específico? (A)- Sim, quando eu quero desenhar em cada parte eu falo o endereço. (P)- Ótimo! Correto! Vamos fazer uma escolha? Onde vocês gostariam de desenhar? Deem uma sugestão! (A) - Do lado direito. (A) - Em cima. (A) - Mais pra cá. (P) - Bem, imaginem que estão fazendo este trabalho com alguém que esteja, em outro lugar! Dessa forma ele entenderia? (A) - Professora, no 1º quadrante! (P) - Ótimo, excelente, todos concordam? (A) - Pode ser. (A) - Eu prefiro no meio, olhe a caixa da professora! (P) - Isto vai alterar, no sentido de facilitar? (A) - Sei lá, deve ter um motivo. Penso que, se ela desenhou no meio é porque deve ser mais fácil. (P) - Imaginem quando estávamos fazendo análise de gráficos, o deslocamento do gráfico estava relacionado a que? (A) - Vértices, raízes e o valor de  $c$ . (P) - Bem, você está pensando em uma parábola? (A) - Sim. (P) - Então vamos continuar com essa ideia. (P) - Quando fazemos uma escolha sobre a localização do vértice e das raízes para

desenharmos uma parábola, em dois lugares diferentes, por exemplo, 1º e 2º quadrante. O que muda? (A) - O local da parábola. Neste momento a aula terminou e os alunos que tinham o programa instalado em seus computadores foram aconselhados a continuar a atividade em casa e na próxima aula socializariam suas descobertas. Etapa 2 - Este foi um momento onde ficou claro que os alunos retomaram as atividades com mais determinação e envolvimento. Pareciam estar prontos a encarar o desafio de construir o modelo pois, para isso, levaram livros para consulta. Pediram permissão para fazer consulta livros e cadernos. Eles se sentiam mais seguros e capazes com o material de pesquisa habitual e precisavam que a professora sugerisse a todo momento que as ideias que estavam tendo deveriam ser experimentadas e testadas com a utilização do software e poderiam utilizar a internet para pesquisar a todo momento que ocorressem ideias novas. Dando continuidade à atividade da aula passada, foi iniciado o diálogo necessário para que fosse melhor analisado e construído o modelo explorando os conteúdos possíveis de serem trabalhados no momento. (P) - Vamos decidir o local para traçarmos a parábola? (A) - Eu quero igual ao exemplo. (P) - Certo, mas vamos supor que eu quero que você determine a representação algébrica da função que deu origem ao gráfico que você quer traçar. O nível de dificuldade vai variar? (A) - Acho que sim. (P) - Acha? (A) - Ah! lembro que quando  $c$  era igual a zero, era mais fácil. (P) - Fácil como? (A) - Quando perguntava alguma coisa que precisava de fórmula, conta, era mais fácil quando o  $c$  era zero. (A) - Na do 1º grau também era mais fácil quando  $b$  era zero. (P) - Bem, vamos pensar nesses dois exemplos. No 1º exemplo você está se referindo a uma função polinomial do 2º grau onde  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , certo? Você afirmou que quando  $c=0$ , os cálculos para encontrar a representação algébrica da função eram mais fáceis. Vamos verificar o significado disso? O que acontece com o gráfico de uma função quando o coeficiente  $c=0$ ? (A) - Assim eu não lembro. (A) - Podemos pesquisar? (P) - Claro! (A) - Podemos procurar exemplos no livro e no caderno? (A) - Achei um exemplo! (P) - Por que vocês não colocam exemplos de funções com o coeficiente  $c$  igual a zero no campo de entrada do GeoGebra, e observa o que está acontecendo? (A) - Vou fazer. (P) - Bem, agora pensem o que acontece com o gráfico! (A) - Já sei, é o ponto onde o gráfico corta o eixo  $y$ ! (P) - Ótimo, você está dizendo que, o coeficiente  $c$  da representação algébrica da função, indica o valor da coordenada  $y$ , no ponto onde a parábola corta o eixo das ordenadas. (A) - É isso mesmo, eu estou vendo! Coloquei 4

exemplos e foi isso que aconteceu (P)- Observem estes exemplos! Pensem, quais os valores de  $c$ ? (A) - O  $c=2$ ,  $c=1$ ,  $c=3$  e o  $c=0$ . (P) - Ótimo! O que muda? (A) - O lugar que está a parábola muda. (P) - Maravilha! Isto mesmo! (A) - A perna vai subir ou descer, professora. (P) - Vamos pensar no segundo exemplo do colega onde tínhamos uma função do 1º grau Pensem no que o colega falou, ele lembrou do coeficiente  $b$ . Imaginem o que acontece com o gráfico de uma função do 1º grau,  $f(x)=ax+b$ , quando eu faço variar o coeficiente  $b$ ! Imaginem  $b=2$ ,  $3$ ,  $4$ ,... e depois  $b=0$ . (A) - Professora, o  $b$  é onde a reta corta o eixo  $y$  também. (A) - Professora, na parábola é o  $c$  e na reta é o  $b$ . (P) - Vamos observar o que o colega concluiu. Na função polinomial do 2º grau  $f(x)=ax^2+bx+c$  e na função polinomial do 1º grau,  $g(x)=ax+b$ , os termos independentes são o  $b$  e o  $c$ . Quando analisamos os gráficos percebemos que são as ordenadas dos pontos onde os gráficos cortam o eixo dos  $y$  (ordenadas). São informações importantes. (P) - O que isto pode interferir no nosso estudo? No desenho? (A) - Tem reta passando pelo zero e o  $b$  é zero. (P) - Você está visualizando retas onde? (A) - Nas batatas. (P) - Ah! Você está pensando em desenhar as batatas utilizando equações da reta, certo? (A) - É isso, e se eu preciso de  $a$  e  $b$ , quando boto  $b=0$  fica mais fácil. (P) - Excelente! Observe que o posicionamento pode facilitar ou dificultar o nosso trabalho. Que tal dividirmos em dois grupos, onde um grupo desenharia como está no modelo e outro escolheria outra posição qualquer? (A) - Se todo mundo ajudar, eu topo. (P) - Ótimo! Iniciaremos na próxima aula. Etapas 3 e 4 –Iniciaram a construção tentando desenhar exatamente como estava no bloco de atividades. (P) - Bem, pensando na função polinomial do 2º grau, o que vocês observam? (A) - Se não acabasse a perninha aqui, poderia ser uma parábola. (P) - Onde você identificou uma possível parábola? (A) - Aqui, nesta parte da caixa. (P) - Vamos tentar? Se quiséssemos traçar uma parábola para representar esta parte da caixa, o que deveríamos fazer? (A) - Saber onde está o vértice e as raízes. (P) - Ótimo, vocês poderiam encontrar estes pontos para mim? (A) - O vértice é fácil, mas como vou saber as raízes se a perninha não corta o eixo dos  $x$ ? (P) - Imaginem uma parábola passando pelo vértice que vocês sugeriram e cortando o eixo das abcissas. (A) - Mas a parte da caixa que corta este eixo não é da parábola. (P) - Imaginem que só utilizei esta parte da caixa. (A) - O que fez com o resto da parábola? Como podemos fazer isso? (P) - Eu limitei a função que deu origem a parábola. (A) - Como podemos fazer isso? (P) - Bem, imaginei uma função

com uma abertura parecida com esta parte da caixa, concavidade voltada para cima, o eixo de simetria coincidindo com o eixo das ordenadas e o coeficiente  $c$  igual a  $-4$ . (A) - A abertura grande o  $a$  fica bem pequeno, não é professora? (P) - Você poderia exemplificar? (A) - Pode ser  $F(x) = x^2 - 4$ ? (P) - Vamos tentar? (A) - Não ficou bom, tem que abrir mais. Vários exemplos surgiram e resolvemos optar por  $f(x) = 0,2x^2 - 4$ . Durante este momento muitos questionamentos surgiram em torno do valor que seria atribuído para o coeficiente  $b$ , quando atribuímos a  $b$  o valor de zero o eixo de simetria da parábola coincide com o eixo das ordenadas. Foi um momento muito importante onde todos participaram, deram exemplos e tiraram suas conclusões de forma satisfatória após visualizarem vários exemplos, analisando cada um dos gráficos traçados. Digitaram a função escolhida e após observarem o gráfico o problema girou em torno do que deveria ser feito para que a parábola fosse limitada. Neste momento a professora convidou o grupo para pensar como o gráfico é traçado. (P) - Se fôssemos traçar o gráfico em um papel com lápis, o que deveriam fazer inicialmente? (A) - A tabela. (P) - Correto, e para que a tabela fosse elaborada deveríamos atribuir valores para a variável  $x$ , concordam? (A) - Sim, e depois achar o  $y$ . (P) - Ótimo, isso mesmo! Observem que o valor que atribuímos a variável  $x$  é quem determina. (A) - O conjunto domínio é com o  $x$ . (P) - Excelente, então precisamos limitar este conjunto. Limitamos o conjunto domínio. (A) - A curva vai parar onde queremos? (P) - Sim, a curva deverá ficar limitada, ela vai parar onde vocês desejarem. (A) - Agora fica fácil, professora! (P) - Ótimo, vamos continuar então? (A) - Como vamos fazer no GeoGebra? Neste momento a professora parou para dar as informações necessárias. O conjunto domínio foi limitado e ficou como  $D(f) = [-2, 2]$ , apareceu uma nova função que foi  $g(x) = 0,2x^2 - 4$  e os alunos foram orientados a clicarem na função  $f(x) = 0,2x^2 - 4$  para que a mesma ficasse escondida. Os passos seguintes foram encontrar uma função onde o gráfico cortasse o eixo das ordenadas em um ponto entre  $-4$  e  $-3$ , uma abertura um pouco maior que a anteriormente traçada e concavidade voltada para baixo. Inicialmente a função escolhida foi  $h(x) = -0,2x^2 - 3$  e posteriormente perceberam que deveriam aumentar a abertura diminuindo o valor de  $a$ . Consequentemente tiveram que fazer alguma alteração na função  $f(x)$  e esta passou a ser  $f(x) = 0,1x^2 - 3,7$ , limitou  $h(x)$  e esta ficou com o conjunto domínio igual a  $[-2, 2]$ ; em seguida escondeu  $h(x)$ . O próximo passo foi pensar como poderia ser representada a lateral da caixa e todos pensaram automaticamente em





retas. Iniciamos o estudo da função do 1º grau pensando em traçar duas retas que atendessem as necessidades no momento. Etapas 5 e 6 - Inicialmente os alunos escolheram dois pontos para traçarem uma reta com o objetivo de desenhar a lateral da caixa. Analisaram quais pontos seriam a melhor escolha e fizeram suas opções. Após traçarem a reta perceberam a necessidade de limitar o conjunto domínio e optaram por  $Domínio = [-4, -2]$ . Posteriormente a professora solicitou que escondessem a função com o domínio  $\mathbb{R}$ , anteriormente traçada. O próximo passo foi traçar uma parábola que atendessem as necessidades de desenhar outra parte da caixa. Concluíram que a parábola deveria cortar o eixo das ordenadas no número 1 e este era o valor de  $c$ . O valor de  $a$ , deram 0,2 para coincidir com a abertura de uma das parábolas traçadas anteriormente. Optaram por limitar o conjunto domínio, ficando  $D(f) = [-3,5, 3,5]$ . Terminaram a caixa e foram informados que o GeoGebra só pinta polígono. Contornaram a caixa para que a mesma fosse pintada e partiram para os desenhos das batatas. A ideia que surgiu foi formar as batatas com segmentos ou retas mas como a proposta era trabalhar com funções pensando em várias possibilidades a professora sugeriu que fossem traçadas com base nos conhecimentos sobre função modular. O objetivo de conduzir a atividade optando por trabalhar com função modular era para que os alunos analisassem os gráficos observando os deslocamentos em função das escolhas e posicionamentos desejados. Durante as experiências vivenciadas por conta das escolhas feitas chegaram a algumas conclusões como: quando  $y=|x| + 1$  o gráfico sobe 1, para  $y=|x| - 1$  o gráfico desce 1, para  $y=|x+1|$  o gráfico desloca 1 para a esquerda, para  $y=|x-1|$  o gráfico desloca 1 para a direita, para  $y=|x+2|$  o gráfico desloca 2 para a esquerda, ficando assim claro para todos os alunos. Após desenharem a caixa e as batatas, resolveram colocar o nome utilizando um dos comandos do programa e salvaram no Word conforme figuras abaixo.



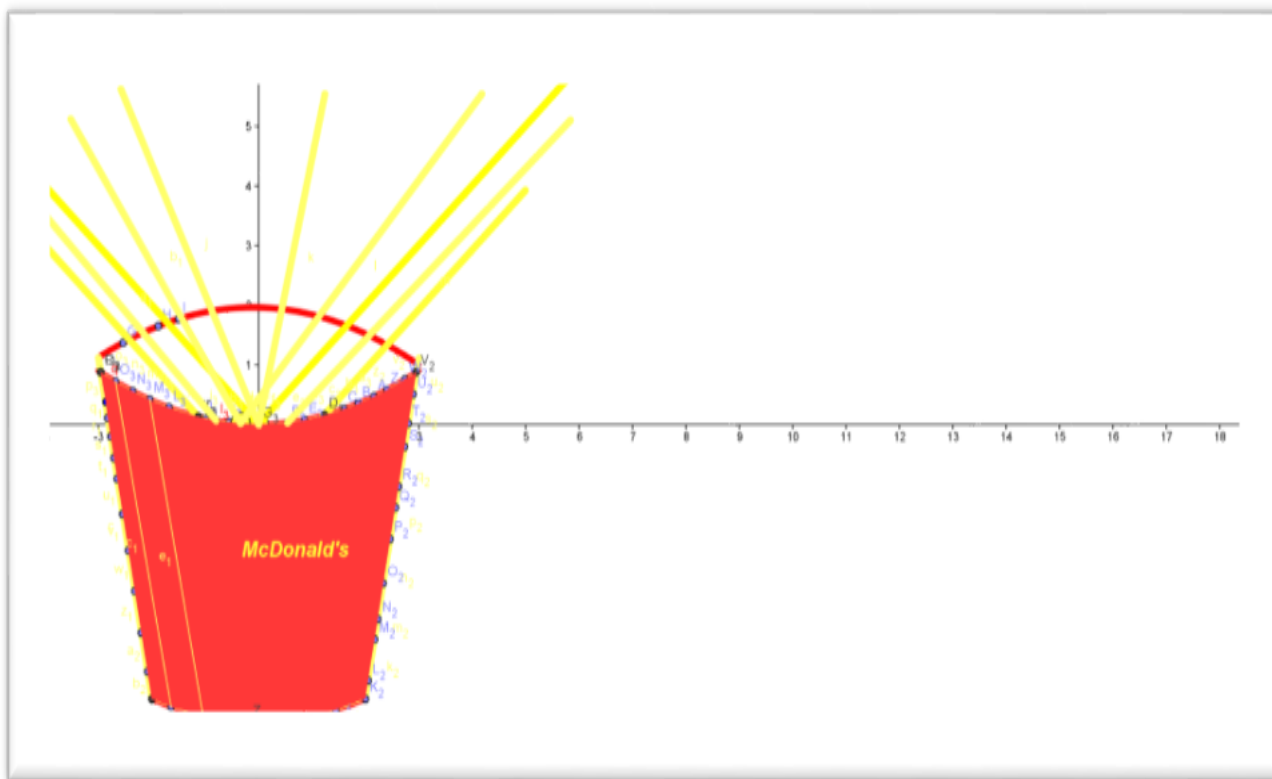


Figura 2 - 1ª caixa construída

### 3. Conclusão

A utilização do computador com o GeoGebra envolveu os alunos, dando oportunidade de experimentar, discutir descobertas e despertar curiosidades. Algumas conjecturas puderam ser associadas à ampla experimentação feita que só são possíveis devido ao seu uso, ampliando possibilidades, proporcionando experimentos. Na Matemática, a maneira como se ensina e se aprende tem sido muito discutida, levando a reflexão sobre novas propostas de ensino através de renovações na prática docente; entretanto, nota-se que o ensino da matemática está voltado quase que unicamente a transmissão de conhecimentos e não a construção (exposição e acúmulos de fórmulas, algoritmos e aplicações de regras). O novo desafio é efetivar a aproximação entre professor e aluno, colocando-os como co-autores das atividades realizadas através da aprendizagem colaborativa.



#### 4. Referências

HELLE, Alro e OLE, Skovsmose. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática.** Tradução de Orlando Figueiredo. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 160p.

LEVY, Pierre. **A inteligência Coletiva: por uma antropologia de ciberespaço.** 4.ed. São Paulo: Loyola. 2003.

LOPES, Celi A. (Org.); NACARATO, Adair M. (Org.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática.** 1. Ed. Belo horizonte: Autêntica, 2009. 192p. Reimpressão.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Tradução de Heitor Lisboa de Araújo. 2. Ed. Rio de Janeiro: Inter ciência, 2006. 203p.