Desenvolvendo o Pensamento Matemático em Diversos Espaços Educativos

27 a 29 de Novembro

UEPB Campina Grande, Paraíba

2014

EDUCAÇÃO ALGÉBRICA NOS ANOS INICIAIS: UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNOS DO 2º CICLO DO ENSINO FUNDAMENTAL.

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio - GT 10

José Luiz CAVALCANTE
Universidade Estadual da Paraíba
luiz-x@hotmail.com

Lucelma Cristine de Araújo FREITAS
Universidade Estadual da Paraíba
lucelmaaraujo@hotmail.com

Ivone Gomes RODRIGUES
Universidade Estadual da Paraíba
Ivone.ninha@hotmail.com

RESUMO

O presente artigo tem como objetivo trazer um recorte de uma pesquisa que teve como objetivo central analisar o potencial de atividades de iniciação a educação algébrica para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Planejamos e oferecemos um Curso de Extensão sobre Educação Algébrica para Crianças. Utilizamos como referencias as ideias de Lins (1997), Van de Walle (2009), dentre outros. Desenvolvida como uma pesquisa qualitativa conforme Bogdan e Biklen (1994) e tipificada como pesquisa de campo no sentido de Fiorentini e Lorenzato (2006) utilizamos o diário de campo. Participaram da pesquisa sete crianças, os resultados indicam que atividades estruturadas de iniciação a álgebra podem contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras chaves: Educação Algébrica, Álgebra nos anos inicias, Pensamento Algébrico.

1. Introdução:

O ensino de Matemática tem sua função no desenvolvimento e formação social do aluno, fazendo dele um cidadão apto a lidar com os avanços de uma sociedade que exige cada vez mais novos padrões de produtividade.

Em relação ao Ensino da Álgebra, a mesma também tem sua valia no fato de que o aluno a partir deste estudo vai desenvolver e exercitar a sua capacidade de abstração e generalização, além de possibilitar que o mesmo adquira um poderoso instrumento para resolver problemas. Desta forma, faz-se necessário que os educadores propiciem aos seus alunos desde os anos iniciais situações de aprendizado envolvendo o conhecimento algébrico entendendo o real conceito das mesmas, no lugar de destacarem apenas manipulações algébricas.

Apesar do seu potencial e da presença marcante na Educação Básica o Ensino de Álgebra ainda é realizado a partir de uma abordagem muito tradicional, a partir da exposição do professor, resolução de exemplo e prática de exercício, a memorização de fórmulas para aplicação de conteúdos da Álgebra o status de ser uma parte difícil de ensinar e também de aprender, outro aspecto que desencadeia tal dificuldade é que alguns professores ensinam a álgebra de uma forma desvinculada de todo os outros conhecimentos que o aluno já possui, mesmo da matemática, isto é, como se a Álgebra fosse um campo independente das outras áreas da Matemática, esse processo de desintegração é preconizado também nos livros didáticos.

A partir desse cenário, realizamos uma pesquisa que foi desenvolvida com crianças do 5º ano do Ensino Fundamental de Escolas da Rede Pública e Privada de Monteiro – PB, que participam de Curso de Extensão voltado para iniciação da Álgebra.

Nesse sentido nossa pesquisa teve como objetivo central analisar o potencial de atividades de iniciação a educação algébrica para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.

2. Referencial Teórico

Segundo alguns autores, a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significados em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdades ou desigualdades.

Kaput (1999), um especialista no desenvolvimento da álgebra nas séries curriculares, descreve a álgebra como algo que:

> envolve generalizar e expressar essa generalização usando linguagens cada vez mais formais, onde a generalização se inicia na aritmética, em situações de modelagem, em geometria e virtualmente em toda a matemática que pode ou deve aparecer nas séries elementares. (IBID, p. 134-135)

Apesar de muitos autores escreverem sobre o Pensamento Algébrico, Kaput considera que o mesmo não é uma ideia singular, mas sim um composto de diferentes formas de pensamento e compreensão do simbolismo, generalização da aritmética e de padrões em toda a matemática.

Nesselmann em 1842 tomando como critério a forma como a linguagem era utilizada para expressar o pensamento algébrico sugeriu três estágios da evolução histórica da linguagem matemática são eles: o retórico ou verbal, o sincopado e o simbólico.

Retórica ou verbal – esta fase teria sido a álgebra dos egípcios, dos babilônios e dos pré-diofantinos, a mesma consiste em descrever todo o pensamento algébrico, sem fazer uso de símbolos ou abreviações.

Sincopada – a mesma teria surgido com Diofanto de Alexandria, pois, foi ele quem introduziu pela primeira vez o uso de um símbolo para uma incógnita, a fase sincopada consiste no uso de alguma notação especial em particular palavras abreviadas.

Simbólica – esta fase corresponde ao momento em que as atividades algébricas, passam a serem expressas apenas com símbolos e sua manipulação.

A atividade algébrica se dá na medida em que a produção do conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como uma ferramenta e não como objeto primário de estudo. Sendo assim a atividade algébrica resulta em resolver problemas da álgebra (resolver equações, por exemplo), sejam eles problemas "descontextualizados" ou parte da solução de problemas contextualizados. Em resumo, a atividade algébrica é descrita como "fazer ou usar álgebra".

Caracterizar a atividade algébrica é dar uma "descrição" de posse da qual possamos identificar essa atividade quando ela acontece. Outra parte, mais complicada, é tentar saber se há e quais seriam os processos de aprendizagem peculiares a essa atividade. Para Bell e Lange a atividade algébrica é caracterizada por conteúdos, embora que na perspectiva dos mesmos o importante é fazer com que os alunos se tornem capazes de utilizar a matemática como recurso para "organizar o mundo".

Seguindo a perspectiva de que o estudo algébrico deve ser usado como uma efetiva construção de conhecimento. Alguns autores (Lins, 1997), definem duas abordagens para a educação algébrica, são elas:

Abordagem Letrista, assumida por aqueles que acreditam que a atividade algébrica resume-se ao "cálculo com letras". Os mesmos seguem algumas péssimas ideias encontradas em propostas para a educação aritmética, a prática de utilizar a "sequencia" técnica (algoritmo) e depois a prática (exercícios).

Abordagem Letrista-facilitadora baseia-se na ideia de que certa estrutura que é posta em jogo na manipulação de "concretos" é, depois, por um processo de abstração transformada em "formal". A mesma ainda segue uma linha letrista, mas apresenta elementos facilitadores como, por exemplo, situações concretas.

Em nossa pesquisa, especialmente na intervenção, tentamos nos distanciar dessas abordagens, pois entendemos que essas abordagens são predominantes no Ensino da Álgebra, portanto, para fazer um trabalho diferenciado com os sujeitos de nossas pesquisa seria necessário experimentar propostas alternativas.

Pensando na questão de como entender o modo pelo qual a álgebra e a aritmética se ligam, ou mesmo o que elas têm em comum o educador russo V. V. Davydov formulou um importante ponto com relação à atividade algébrica que parte da atividade de lidar com relações quantitativas, o mesmo em seu trabalho coloca que a raiz comum para a aritmética e a álgebra é o trabalho com tais relações.

De acordo com Lins (1997) Davydov estabelece que para ser capaz de resolver o mais simples dos problemas "aritméticos", a criança precisa também lidar de forma tematizada ou não, com as relações quantitativas. Quando Davydov fala de relações quantitativas, é porque ele acredita implicitamente que as crianças estão lidando com quantidades num sentido próximo de "número". O trabalho de Davydov, completamente inserido na perspectiva de Vygotsky, parte do pressuposto que o pensamento humano dá-se primeiro no plano social, e apenas depois no individual, ao mesmo tempo em que o domínio de formas simbólicas passa por uma etapa na qual o sujeito se utiliza de maneira bastante "superficial".

Em sua abordagem Davydov ressalta a diferença entre resolver problemas e falar sobre as características do problema ou de uma dada situação, mesmo que tal situação seja a mais particular de todas. Essa é a principal caraterística da sua proposta, nas atividades ou situações as pessoas falam sobre as mesmas enquanto as resolvem.

As concepções que os professores têm a respeito da educação matemática e a resistência a suas propostas nos mostram a dificuldade dos mesmos em adotar uma nova perspectiva, diferente de "aritmética e álgebra", ou a "aritmética é concreta, álgebra é abstrata (formal)".

Seguindo o mesmo raciocínio Jerome Bruner sugere que a fala da pessoa que resolve um problema tende a explicitar o "novo" e silenciar o "dado", ou seja, enquanto resolvemos um problema se falamos a respeito do mesmo, estaremos assim entendendo ou descobrindo o que fazemos ao mesmo tempo em que silenciamos aquilo que tomamos como certo, ou aquilo que já sabemos.

Um exemplo citado por Lins (1997) nos mostra que para ser capaz de resolver problemas aritméticos a criança precisa lidar com relações quantitativas.

Diz-se a uma criança de 7-8 anos de idade, que, em um estacionamento, há carros e caminhões, num total de 13 veículos, e que os carros são 5. Quantos são os caminhões?

A criança calcula, seja por que método for, que são 8 os caminhões. O que ela faz é tirar dos 13 veículos os 5 carros. Essa afirmação leva os autores a duas conclusões: primeiro, a criança deve necessariamente ter lidado com a relação de todo-parte envolvida na situação e segundo, a lógica da operação (aritmética) realizada é uma lógica de todo e partes: é esta que justifica aquela.

Diante deste exemplo, os autores concluem que por um lado é inegável que um núcleo de todo-partes seja uma ferramenta poderosa, e que deveria estar tematizada por todos os alunos desde muito cedo. Por outro lado, é também verdade que outros núcleos não são redutíveis a esse, e que há afirmações para os quais não se podem produzir significados em relação a um núcleo de todo-partes.

De acordo com Lins (1997) uma proposta interessante para trabalhar a álgebra com crianças podem ser resumida em três etapas. Antes de enuncia-las vale apena retomar o conceito de álgebra e de pensamento algébrico na perspectiva de Lins (1997).

De acordo com Lins (1997, p.) a álgebra "consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo, igualdades ou desigualdades."

Do mesmo modo o pensamento algébrico é entendido como uma forma de atribuir significado para a álgebra e tem três características:

> 1.Produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso de arimeticismo); 2. Considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não modelando números em outros objetos, por exemplo, objetos físicos ou geométricos (chamamos isso de internalismo); 3. Opera sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade).

Complementando o significado do pensamento algébrico Lins (1997) completa:

> Pensar algebricamente é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdade ou desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3).

Observamos claramente na proposta e nas definições apresentadas por Lins (1997) que embora as propostas não se diferenciem tanto das abordagens que falamos na seção 01 deste capítulo, percebemos que há uma diferença fundamental que diz respeito a importância do significado atribuído pelos alunos a álgebras e as atividades que ela envolve, desta forma, ao desenvolver uma atividade de iniciação a álgebra três etapas devem ser seguidas:

> 1. Produção de uma coleção de expressões corretas sobre as situações dadas:
> a)Introdução de uma notação literal/aritmética e;
> b)Produção de justificações para cada expressão produzida.
> 2.Estabelecimento da possibilidade de transformações diretas de expressões como forma de gerar novas expressões corretas. Para cada expressão produzida, produz-se uma justificação com relação ao significado da situação dada e outra como transformação direta de uma expressão para a qual já se produziu significado.
> 3.Exploração das diferenças entre os modos de produzir significados praticados em 1 e 2.

Seguindo essas orientações teóricas construímos o Curso de Extensão.

3. Metodologia

Tendo em vista o objetivo de nossa pesquisa adotamos como referência metodológica uma abordagem qualitativa, por entender que esta permite compreender os processos e fenômenos que não podem ser quantificados, nesse entendimento a investigação qualitativa privilegia a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação, recolhendo os dados a partir de um contato aprofundado com os indivíduos, na pesquisa qualitativa a fonte de dados é o ambiente natural, onde o pesquisador é o principal instrumento. (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

A proposição deste Curso foi fundamentada em dois aspectos: 1. Oferecer as crianças participantes do curso um espaço para discussão de atividades que pretendiam iniciar o trabalho com pensamento algébrico; 2. Coletar dados para compor o *corpus* de análise da pesquisa.

Utilizamos como instrumentos para coleta de dados o diário de campo, questionário aberto e as atividades estruturadas que estão nos anexos.

Definimos que o público alvo seriam crianças com idade entre 9 e 10 anos, naturalmente esperávamos a participação de alunos do 4º ou 5º Ano do Ensino Fundamental.

Ao verificar as inscrições percebemos que os sete participantes inscritos todos tinham idade de 9 a 10 anos, e todos estavam matriculados e frequentando regularmente o 5º ano do Ensino Fundamental em Escolas Públicas e Privadas do Município de Monteiro – PB. A escolha dos sujeitos, portanto, foi feita de forma aleatória.

Como nosso publico alvo eram crianças nos precavemos com a autorização dos pais ou responsáveis para que autorizassem sua participação, para efeitos da coleta de dados, a identidade das crianças foi ocultada em todas as etapas da pesquisa.

4. Dados e Resultados:

Nessa seção, apresentamos as atividades realizadas durante o primeiro encontro do Curso de Extensão, as atividades desenvolvidas durante o curso foram adaptadas das sugestões teóricas feitas por Van de Walle (2009). Os participantes foram convidados a realizar as atividades individualmente e expressar suas justificações conforme orienta Lins (1997) de forma escrita e oral, já que a proposta foi orientada metodologicamente pela abordagem de Lins (1997).

Destacamos assim a abordagem metodológica com as seguintes características:

1º Passo: solicitar aos participantes que resolvam um problema ou reflitam sobre um questionamento livremente.

2º Passo: discutir com os participantes os resultados e respostas, com a finalidade de coletar suas justificações orais;

3º Passo: orientamos a discussão na construção de validações com os participantes acerca dos resultados; validados os resultados solicitamos a justificação nas atividades.

A partir desta abordagem metodológica conduzimos durante dois encontros as atividades que descreveremos a seguir:

A primeira atividade estava relacionada ao significado do sinal de igualdade. De acordo Van de Walle, os alunos constroem desde as séries iniciais um significado equivocado do sinal de igualdade, os alunos enxergam o sinal como sendo o equivalente a expressão “é igual a que” e, para o autor o significado correto deveria ser “é o mesmo que”, ou seja, a igualdade assume diferentes significados nas expressões, isto é, o sinal de igualdade numa equação tem sentido diferente numa função.

A construção do significado errado pode causar, segundo o autor obstáculos nas aprendizagens futuras, portanto, o primeiro passo no projeto de iniciação a álgebra seria a discussão do significado da igualdade.

Van de Walle (2009) propõe um teste bem simples, que já foi aplicado em algumas pesquisas por outros autores. Os resultados mostram que menos de 10% dos participantes destas pesquisas respondem corretamente ao teste.

Decidimos então aplicar o teste como nossos sujeitos que consistem em completar a sentença:

Na expressão seguinte, que você pensa que pode ser colocado na caixa?

$8 + 4 = \square + 5$

Quadro 01 – Teste igualdade.

Conforme pudemos verificar dos sete participantes apenas 01 (um) colocou como resposta o número 7, o restante colocou o número 12, e outro colocou 17. Claramente a igualdade está associada a uma resposta, esse erro é muito comum quando alunos do 6º ou 7º resolvem uma equação que resultam numa resposta literal e tendem a continuar os cálculos, acrescentando números como resposta. Dentre as justificações para o número está no fato de como 8 + 4 = 12.

Ao entregarmos a atividade foi combinado que cada um responderia a questão de forma individual e depois iniciaríamos uma discussão sobre as possíveis respostas. Para que assim pudéssemos identificar quais os conceitos que os mesmos têm em relação ao sinal de igualdade.
Apesar de apenas um ter apresentado a resposta esperada, pois, como é citado no Livro!!!, os alunos insistem em fazer os cálculos e colocar a resposta na caixa, porque suas experiências os levam a acreditar que de um lado do sinal de igual está o problema e do outro lado a resposta.
Durante a discussão o que mais me chamou atenção foi o fato de que os próprios participantes ao serem indagados a respeito das respostas dadas perceberam que o

sinal de igualdade significa "ser o mesmo que" e em seguida sem que fosse preciso muitas explicações os mesmos interpretaram a situação e compreenderam que o número que deveria ser escrito na caixa era o algarismo 7 pois só assim a expressão se tornaria verdadeira.(Diário de campo – 1º Encontro).

Em seguida começamos a discussão da validade de sentenças, está é outra atividade sugerida por Van de Walle (2009), de acordo com autor este tipo de atividade tem o potencial para que os alunos aprender a ler a sentença, percebam o papel do sinal de igualdade e compreendam as propriedades dos aritméticas dos números. Expressões como 5 x 8 = 8 x 1 + 2 apesar de aparentemente não envolver nenhuma atividade algébrica, do ponto de vista da abordagem Letrista, ele contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico aplicado a aritmético segundo Van de Walle (2009).

Nessa atividade aproveitamos para realizar uma discussão, com intuito de suscitar justificações, sobre o porquê das expressões serem falsas ou verdadeiras.

Na expressão que exemplificamos inicialmente percebemos que muitas justificações ainda estavam ligadas ao papel do sinal de igualdade, ou seja, os participantes não examinavam os termos da igualdade, por exemplo:

5 x 4 = 8 x 1 + 2 é falso porque 5 x 4 = 20.

A partir deste ponto fizemos uma intervenção analisando o valor dos termos na igualdade, os participantes passaram a resolver as expressões em cada um dos membros, percebendo então que não eram equivalentes.

Após esse processo foi pedido a eles que tentassem validar a expressão mudando números. Várias resposta foram obtidas, como 5 x 4 + 4 = 8 x 3, observamos que os alunos operaram livremente sobre as expressões, com a preocupação em validar o resultado.

A discussão levou ao fato de o primeiro membro deveria ser equivalente ao segundo, onde introduzimos a seguinte notação triângulos e quadrados para números desconhecidos.

O último momento foi o mais envolvente de todos, pois ao introduzir a última atividade deste encontro os alunos se expressaram de uma maneira inesperada, os mesmos exploraram todas as variações possíveis para uma única sentença, nos surpreendendo até mesmo com justificativas que não esperávamos partir dos mesmos, pelo que ouvimos falar e até mesmo presenciamos em salas de aula nos dias de hoje. Ao apresentar uma sentença do tipo:

$$\triangle + \bigcirc = 20$$

Os participantes nos apresentaram todas as variações possíveis a respeito dos valores que o triângulo e a bola poderiam assumir, assim como não tiveram dúvida sobre o que nos responder ao serem indagados que se mudássemos o núcleo da sentença, ao retirarmos o triângulo das vinte unidades o que nos restaria era a bola e se ocorresse o contrário se retirasse a bola o que nos restaria seria o triângulo.

$$20 - \triangle = \bigcirc$$

$$20 - \bigcirc = \triangle$$

Os participantes não tiveram dificuldades em abstrair o fato de que se a soma de dois números é igual a um terceiro número, a diferença entre este terceiro número e um dos outros dois será igual a outro número, mesmo que essas duas quantidade seja desconhecidas, em linguagem algébrica usual, poderíamos escrever este fato da seguinte forma: $x + y = C$ logo $C – y = x$ ou $C – x = y$.

Encerramos o primeiro encontro e preparamos as atividades para o segundo que traria como meta o aprofundamento sobre as expressões e suas validações e o problemas dos Macacos também adaptado de Van de Walle (2009).

Van de Walle (2009) evoca esse beneficio do pensamento algébrico. Pensar matematicamente, utilizar as "poderosas" ferramentas da Matemática, como ele mesmo assinala, é tarefa do ensino de Matemática, mas não se resume a atuação do professor, mas de todos os envolvidos.

Ao desenvolver as atividades com os participantes, inicialmente percebemos que eles estavam apreensivos, porém dispostos, a apreensão se transformou em conforto e motivação para desenvolver um trabalho que para eles tinha mais a haver com pensar do que meramente resolver cálculos.

5. REFERÊNCIAS

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos.** Tradução Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental**. MEC. Brasília: 1998.

CAVALCANTE, J. L. **Formação de Professores que ensinam Matemática: saberes e vivências a partir da resolução de problemas**. Paco Editorial. Jundiaí – SP, 2013.

FIORENTINI, D; LORENZATO. S. **Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos.** Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

KAPUT, J.J. Teaching and learning a new álgebra. In: Fennema & TA Romberg (Eds) **Mathematics classrooms that promote understanding**. Mahwah, NJ. 1999

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.** Campinas, SP: Papirus. 1997.

SANTALÓ, Luis A. Matemática para não-matemáticos. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (orgs). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 1996.

VAN DE WALLE, J. A. **A Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** Tradução: Paulo Henrique Colonese. 6ª Edição. Porto Alegre: Artmed, 2009.