



## DO ESPAÇO AO PONTO: UMA PROPOSTA DE ENSINO DE GEOMETRIA PARA OS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

### Educação Matemática na Educação Infantil e nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental – GT 09 (EMEIAIEF)

**Resumo.** Neste artigo analisamos uma proposta para o ensino de geometria com ênfase nos anos iniciais do ensino fundamental. Assim, investigamos uma possibilidade relativa ao ensino de geometria partindo da geometria espacial, percorrendo o caminho contrário àquele que é tradicionalmente feito por professores de matemática. Inicialmente discorremos sobre a importância de se ensinar geometria a partir de nossa própria experiência e do nosso referencial teórico, desde os anos 1980 até os dias atuais. Como parte de nossa metodologia, apresentamos a nossa experiência ao ministrar o curso de ensino de geometria *Do espaço ao ponto*, configurado como parte do projeto aprovado pelo Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Ciência (PIBIC) intitulado *Do espaço ao plano, do plano ao ponto: Um estudo e proposta de ensino de geometria para os anos iniciais do Ensino Fundamental*, que é desenvolvido pelos membros do *Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa (LEEMAT)*, do Centro de Ciências Humanas e Exatas (CCHE) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB). Ao analisar esta proposta, destacamos que o ensino de geometria nos dias atuais continua prejudicado, embora os motivos apresentados sejam diferentes daqueles apresentados nas décadas de 1980 e 1990.

**Palavras-chave:** Geometria, geometria espacial, ensino de geometria.

### 1. Introdução

Nos últimos anos vários autores vêm argumentando sobre a importância de ensinar e aprender geometria. A geometria compõe parte essencial do currículo de matemática, por isso, devemos erguê-la a um bom lugar nas aulas de matemática, tendo em vista o fato de que sua presença, embora essencial na sala de aula, não venha acontecendo como deveria. Neste sentido, estamos nos referindo ao esquecimento do ensino de geometria pelos professores em aulas de matemática. Consoante Lorenzato (1995, p. 3), “a geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula”. Apesar desta citação se referir ao ensino de geometria na década de 1990 e terem se passado todos esses anos, quando observamos como vem ocorrendo o ensino de matemática hoje é fácil notarmos que pouco mudou, e a geometria ainda não vem recebendo a atenção que deveria.

Neste artigo além de ressaltarmos o quanto é essencial o ensino de geometria, trataremos também da importância que deve ser dada ao seu ensino da melhor forma possível, utilizando

os melhores caminhos para alcançar a construção do conhecimento, de modo a estimular e facilitar a aprendizagem do aluno, e para isso defenderemos a proposta de ensino de geometria que percorre o caminho contrário ao que é utilizado tradicionalmente, no qual o ensino é dado partindo-se da geometria plana para a geometria espacial. Em nossa proposta, com base em alguns autores, a ideia é partir da geometria espacial para, posteriormente, chegar à geometria plana e, somente depois, apresentar as ideias de ponto, reta e plano. Além dos autores que aqui serão citados, tomaremos por base também nosso curso de ensino de geometria, *Do espaço ao ponto, que é parte do projeto de ensino de geometria intitulado, “Do espaço ao plano, do plano ao ponto: Um estudo e proposta de ensino de geometria para os anos iniciais do ensino fundamental*, projeto que vem sendo desenvolvido desde agosto do ano corrente por alunos do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação a Ciência (PIBIC), que também são membros do *Leitura e Escrita em Educação Matemática – Grupo de Pesquisa (LEEMAT)*, do Centro de Ciências Humanas e Exatas (CCHE) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB).

Inicialmente discorreremos sobre a importância do ensino e aprendizagem de geometria, em seguida destacaremos e esclareceremos a proposta de ensino de geometria que parte da geometria espacial para a plana, do espaço ao ponto. Por fim apresentaremos alguns dados e resultados que obtivemos durante a primeira parte de nosso projeto, nosso curso de ensino de geometria.

## 2. Referencial Teórico

Baseado principalmente em Pavanello (1989), Sergio Lorenzato no título do seu artigo publicado no ano de 1995, “Por que não ensinar geometria?”, abordou a problemática do ensino dessa área da Matemática, destacando os argumentos utilizados pelos professores para não ensiná-la enfatizando a sua importância no currículo escolar. E ao tentarmos responder a essa indagação, tentando justificar porque não ensiná-la, notaremos que existem motivos, no entanto não convincentes. Sobre isso este autor relata:

É interessante observar que distintas são as razões utilizadas pelos professores para justificar a ausência do estudo da Geometria nos diferentes graus “porque não sei”, “porque não dá tempo”, “porque os alunos preferem trabalhar com números”, “porque os problemas são de contas”, etc. No entanto, nenhuma razão tenta colocar em dúvida os méritos próprios da Geometria. Talvez, o maior de todos eles seja o

fato da Geometria exigir do aluno uma maneira específica de raciocinar; isso quer dizer que ser bom conhecedor de Aritmética ou de Álgebra não é suficiente para resolver problemas de Geometria. (LORENZATO, 1995, p. 5)

A defesa do ensino de geometria está presente há muito tempo no currículo escolar de vários países, como na França pós Revolução Francesa, conforme destaca Lacroix (2013). Para este pensador, a formação do aluno deve ter em sua base a aprendizagem de geometria, além das artes e da literatura. Imperioso notar que a proposta do pensador francês Lacroix teve grande influência nos currículos europeus, americanos e, em particular, do Brasil do início do século XX.

Defendemos que o ensino de geometria ocorra desde os anos iniciais da escola, conforme apontam o Referencial Curricular Nacional para a Educação Infantil (BRASIL, 1998) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997). De acordo com Lorenzato (1995, p. 6), vemos que a “geometria pode ser, ainda, um excelente meio para a criança indicar seu nível de compreensão, seu raciocínio, suas dificuldades ou soluções”, constituindo-se também em “um excelente apoio às outras disciplinas”, o que de forma alguma pode ser negado, tendo em vista exemplos básicos em que seu auxílio é de grande importância, como na interpretação de um mapa, de um gráfico, e conceitos de medida. Tomando uma abordagem com esses princípios, logo percebemos que o ensino de geometria ultrapassa os limites das salas de aula, constituindo-se em uma ponte entre o conhecimento adquirido na escola e o conhecimento para exigências da vida cotidiana. Em Almeida, Silva e Andrade (2012, p. 103), vemos que “de muitas maneiras, a geometria permeia o cotidiano das pessoas”, o que por si só já justifica diretamente sua importância.

Ainda com o intuito de reafirmar os porquês de se ensinar geometria, podemos refletir sobre seus aspectos históricos. Com Almeida, Silva e Andrade (2012, p. 104) vemos que a geometria “estava a nascer por demandas do cotidiano das pessoas”. Machado e Cunha (2003) observam que antes de Cristo a cultura egípcia já evidenciava um notável conhecimento geométrico, o que foi sendo construído a partir, por exemplo, das necessidades práticas de medição das terras, periodicamente invadidas pelo rio Nilo.

Estes são pontos importantes e um tanto quanto conhecidos da história da matemática que envolvem a origem da geometria e, como é de se notar, é quase impossível falarmos em

geometria sem mencionarmos algo relacionado a estes aspectos tão relevantes que nos mostram a grande necessidade que havia para os povos antigos, como os egípcios, em seu cotidiano. Assim, observamos fortes indícios que a geometria surgiu à medida em que se fazia necessária para solucionar problemas práticos referentes ao cotidiano das pessoas. Em outras palavras, podemos dizer que as pessoas precisavam do conhecimento geométrico para que melhor pudessem viver, utilizando o espaço a sua volta como base para elaborar suas ideias. Foi provavelmente o que ocorreu com Tales de Mileto que, segundo Boyer (1996), viveu por volta de 624-548 a.C. Para chegar ao resultado que se perpetua como um teorema conhecido com seu nome, Tales de Mileto partiu da observação das projeções das sombras de uma pirâmide e de uma estaca, em um mesmo momento, para estabelecer uma proporção entre as razões envolvendo lados (sombras) e alturas (da pirâmide e da estaca).

Epistemologicamente falando, percebemos que em suas origens a geometria comporta observações do espaço e não somente de partes constituintes de um objeto observado. Assim também é na vida das pessoas, em que observamos que os problemas do cotidiano que envolvem geometria possuem também um caráter transdisciplinar, uma vez que estão muito além do simples olhar de uma disciplina escolar.

De acordo com o exposto em Almeida, Silva e Andrade (2012, p. 103), apesar da importância dada à geometria, muitas vezes o que acontece é que seja negligenciado o seu ensino em todos os ciclos da escola básica.

Dentre as inúmeras justificativas apresentadas pelos professores para o não ensino da geometria, observamos que nem os próprios professores podem ser considerados culpados, pois também a estes o ensino de geometria foi negligenciado.

Nota-se que o professor de matemática ou o pedagogo passa por uma sequência de disciplinas em seus cursos de formação inicial. Como estes se encontram certificadamente habilitados para ensinar matemática, também estão aptos para ensinar geometria, ou pelo menos deveriam estar.

É natural que perdure a ausência do ensino de geometria uma vez que os professores foram formados com este prejuízo, como já dissemos acima, baseando-nos em Lorenzato (1995).

Como diz este autor, ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece, sendo assim fica estabelecido um círculo vicioso em que quem não aprendeu geometria não sabe então ensiná-la. Existem ainda os casos em que os professores, ainda que não saibam, tentam ensinar geometria, seja para cumprir o que vem determinado no livro didático ou por determinação da escola. De acordo com Lorenzato,

Considerando que o professor que não conhece Geometria também não conhece o poder, a beleza e a importância que ela possui para a formação do futuro cidadão, então, tudo indica que, para esses professores, o dilema é tentar Geometria sem conhecê-la ou então não ensiná-la. (LORENZATO, 1995, p. 3-4)

### 3. Metodologia da Pesquisa

Comumente em sala de aula a Matemática é tratada de um modo muito abstrato, em que se extraem as ideias matemáticas importantes obtidas ao longo da história da humanidade para tratá-las de um modo fragmentado na escola. Isso é tão verdade que quando as pessoas se referem à suas dificuldades de aprender conteúdos geométricos, algébricos, ou outros, culpam a forte abstração da Matemática.

O que é o ponto? Como podemos representá-lo sabendo que não possui qualquer dimensão? A reta, se não tem altura ou espessura, por que será que dizemos que é como fio, uma linha, se estes nós podemos pegá-los por possuir três dimensões? E o plano então? Perguntas como estas nos fazem refletir sobre a maneira como vem sendo ensinada a geometria tradicionalmente.

Vale lembrar o que diz Lacroix (2013, p. 226) sobre isto: “Discutiu-se muito para saber se os pontos, as linhas e as superfícies eram apenas ideias abstratas, não existindo qualquer objeto fora de nós”.

De acordo com Cortella (2006):

Tem a Matemática uma beleza muito grande enquanto construção teórica e uma utilidade indubitável para os conhecimentos em geral; todavia, é inegável que os objetos com os quais trabalha não têm correspondência na realidade material, não estão maculados pela “mundidade” da natureza. A correspondência entre a materialidade e os objetos matemáticos é uma construção nossa [...]. (CORTELLA, 2006, p. 103-104)

Tradicionalmente, quando pensamos em ensino de geometria o que vem à memória ligeiramente são aquelas aulas de matemática separadas uma vez por semana para o ensino de geometria, onde nos eram mostradas as definições de ponto, de reta e, em seguida, de plano. Mais ainda, estes eram representados na lousa (e no livro didático) sempre da mesma maneira: o ponto pelo insistente atrito do giz na lousa em uma mesma região (o *ponto*), acompanhado pela letra *P*; a reta por uma pequena extensão disto e a letra *r*; e o plano por um paralelogramo e pela letra  $\alpha$ .

Sobre o caminho percorrido na escola para o ensino de geometria, Sabba (2003) escreve:

[...] no ensino da geometria, convencionou-se um caminho que leva das partes mais simples aos corpos mais complexos. Isto é, aprende-se pontos, retas e planos para depois construir figuras planas e posteriormente os poliedros e demais sólidos geométricos. (SABBA, 2003, p. 12)

Não seria exagero se disséssemos que raros são os professores de matemática na escola básica que ao ensinar geometria saem do plano, chegando a construir sólidos geométricos, o máximo alcançado é a construção de figuras planas e cálculo de sua área utilizando fórmulas já prontas expostas no quadro para que possam ser memorizadas, sem conexão nenhuma com a realidade do aluno, talvez porque é *mais fácil*. Desse modo, a geometria ensinada desassociada da realidade de qualquer aluno, que por sua vez copia o que lhe é apresentado no quadro por obrigação, mas depois esquece a página por não haver necessidade de usá-la em lugar algum.

A ordem e o modo em que é apresentada a geometria por boa parte dos livros de matemática, é essa, e, no entanto se lá está, o sentido é usar, sem questionamentos. Até por que, como podemos ver, este caminho não está errado, de maneira alguma. Mas, quando pensamos na intenção do ensino para a construção do conhecimento, vemos que este é o caminho mais longo, e talvez por esse motivo nunca seja concluído, e ainda que concluído não faça relação entre a geometria e a realidade.

Na matemática de modo geral, costumamos dizer que há diversos caminhos que podem ser utilizados para que possamos chegar a um determinado resultado, da mesma forma podemos pensar sobre o ensino de geometria. Nesse sentido vemos em Sabba (2003, p. 12) que “ é importante mostrar ao aprendiz que o ensino de geometria não é uma via única, que vai das

partes ao todo. Mas sim uma via de mão dupla, do todo para suas partes e das partes para o todo”.

A proposta que apresentamos parte do todo para suas partes, faz o caminho inverso ao que é tradicionalmente adotado nas aulas de matemática, ou seja, partimos do mundo sensível às abstrações, baseando-nos na hipótese de Lacroix (2013) de que todos os nossos conhecimentos têm origem nas sensações. Assim, iniciamos o estudo pela geometria espacial, como propõe Sabba (2003, p. 12), pois “o espaço a nossa volta está repleto de sólidos geométricos. É muito mais fácil encontrar um sólido geométrico do que uma figura plana na realidade que nos cerca”.

No forma tradicional, o ensino de geometria é iniciado pelas ideias de ponto, reta e plano (noções primitivas), seguidas de definições e cálculos envolvendo polígonos (geometria plana) e, depois, se houver tempo, poliedros (geometria espacial). Explicando agora nossa proposta para o ensino de geometria, caminho completamente inverso, primeiro os poliedros (geometria espacial), seguido de polígonos (geometria plana) e, junto a tudo isto, as ideias de ponto, reta e plano (noções primitivas).

Dessa forma, torna-se um tanto quanto natural ao aluno perceber o ponto como vértice de um poliedro e, da mesma maneira, a intersecção de dois planos como uma reta. O plano fica muito bem aparente como uma extensão das faces de um poliedro.

#### 4. Dados e Resultados

Em nosso curso de ensino de geometria, *Do espaço ao ponto*, que citamos anteriormente, sequenciamos encontros com professores que ensinam matemática nos 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, tanto da zona rural, como da zona urbana de Monteiro, cidade localizada no cariri paraibano. Os encontros ocorreram semanalmente.

Antes de apresentamos o plano aos cursistas, quisemos saber deles suas observações sobre seis pontos:

- Importância de se ensinar geometria nos dias de hoje;

- Conteúdos de geometria priorizados por eles em sala de aula;
- Forma que ensinam conteúdos de geometria;
- Materiais que utilizam para ensinar conteúdos de geometria;
- Dificuldades encontradas para ensinar geometria;
- Livros utilizados para o planejamento das aulas de geometria.

Destacaremos o último ponto relacionado aos livros didáticos utilizados para o planejamento das aulas de geometria. Esse foi um ponto retomado algumas vezes, não necessariamente falando sobre planejamento, mas discutindo sobre o livro didático, porque a partir de comentários feitos pelos professores, e até mesmo vendo os livros que alguns deles trouxeram podemos confirmar o que já havíamos discutido em outros momentos, o livro de matemática não traz mais o conteúdo de geometria lá no final como era na década de 1990, época em que Lorenzato (1995) escreve sobre sua pesquisa e menciona este fato como sendo o que tornava maiores as chances de não ser vista e estudada por falta de tempo letivo. Neste ponto vale a pena destacarmos que de acordo com as normas do Plano Nacional do Livro Didático – PNLD, essa realidade de muitos anos já vem mudando. Logo a justificativa de que os professores não ensinam geometria porque seus conteúdos só aparecem no final do livro didático não é mais válida.

Com relação ao primeiro ponto, nenhum dos professores do curso nega que o ensino de geometria seja realmente importante, no entanto um deles, afirma “Não sei bem em que utilizar, apenas na questão de perímetro e área...”. O que nos mostra claramente o porquê de os professores ensinarem apenas o básico, o mais simples, como mencionamos anteriormente, muitas vezes o não saber ensinar do professor não é culpa dele, mas por não ser trabalhado em sua formação.

Com relação às dificuldades encontradas para ensinar geometria, os professores falam sobre a falta de interesse dos alunos, mas este não é o mais destacado, o que os professores colocam como fatores fundamentais é mostrado quando esclarecem que eles mesmos têm várias dificuldades, pois sempre tiveram dificuldade com a matemática, o conhecimento que têm é somente o básico, o livro é resumido, ou ainda que a dificuldade do professor está em



assimilar o conteúdo. Vale lembrar que os cursistas são professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, sendo, em sua maioria, formados em Pedagogia.

Este curso de ensino de geometria compõe apenas uma das partes do projeto que fizemos, mas que nos mostrou muito sobre a realidade do ensino de geometria na região da cidade de Monteiro.

## 5. Referencias

ALMEIDA, J. J. P., SILVA, R. C. J., e ANDRADE, S. Matemática na Educação Infantil: O Campo Geométrico, Grandezas e Medidas. In: Rita de Cássia Jerônimo da Silva. **Matemática na Educação Infantil**, João Pessoa; Editora da UFPB, 2012.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2ª ed. São Paulo: Edgar Blucher, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Referencial curricular nacional para a educação infantil**. v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1998.

\_\_\_\_\_. **Parâmetros curriculares nacionais**. Matemática. 1.ª a 4.ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1997.

LACROIX, Sylvestre-François. **Ensaio sobre o Ensino em Geral e o de Matemática em particular**. I. ed. São Paulo: Editora Unesp, 2013.

LORENZATO, SERGIO. Por Que Não Ensinar Geometria? In: A Educação Matemática em Revista – SBEM, 1995.

MACHADO, Nílson J. e CUNHA, Marisa O. Geometrias não-euclidianas: uma abordagem ingênua. In: Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologia e didática / org. Nílson José Machado, Marisa O. Cunha. São Paulo: Escrituras Editora, 2003. – (Coleção ensaios transversais, 23)

SABBA, Claudia Georgia. **A Gestalt e o Ensino de Geometria**. In: Linguagem, conhecimento, ação: ensaios de epistemologia e didática / org. Nílson José Machado, Marisa O. Cunha. – São Paulo: Escrituras Editora, 2003. – (Coleção ensaios transversais, 23).

PAVANELLO, R. M. **O abandono do ensino da Geometria: Uma visão histórica**. Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 1989. Dissertação de Mestrado.