ANÁLISE DE PROBLEMAS RESOLVIDOS POR ALUNOS DO ENSINO MÉDIO ENVOLVENDO A GRANDEZA VOLUME: UM ESTUDO SOB A ÓTICA DA TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio – GT 10

Ana Paula Nunes Braz FIGUEIREDO
Universidade Federal de Pernambuco
apnbf@yahoo.com.br

Leonardo Bernardo de MORAIS
Instituto Federal do Sertão Pernambucano/Campus Salgueiro
leonardob.morais@gmail.com

RESUMO

Este trabalho consistiu de uma investigação exploratória, cujo objetivo foi identificar elementos mobilizados por 15 alunos do Ensino médio de uma escola particular do município do Recife referentes ao conceito de volume. Adotamos como aporte teórico a Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida por Gérard Vergnaud e colaboradores. Analisamos como os alunos do ensino médio lidam com situações de volume, aplicando três atividades com 15 alunos de uma escola da rede particular. Percebemos lacunas e entraves com respeito às relações entre volume e outros conceitos como o de massa e de área. Dentre os resultados, constatou-se que os alunos não se apropriaram do conceito de volume e dão ênfase à medida, evidenciando a importância de se trabalhar outros tipos de situações envolvendo a grandeza volume.

Palavras- chaves: Grandezas e medidas; Teoria dos Campos Conceituais; Volume.

1. Introdução

O campo das grandezas e medidas tem inúmeras aplicações na vida social, tanto em situações presentes no dia-a-dia como em atividades profissionais. Por outro lado, pesquisas anteriores (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989; BALTAR, 1996; BELLEMAIN; LIMA, 2002; ARAÚJO; CÂMARA, 2009) evidenciam e analisam dificuldades de aprendizagem apresentadas por alunos dos vários níveis de escolaridade e modalidades de ensino, não só no Brasil, mas também em outros países, ao lidar com problemas relativos às grandezas geométricas (comprimento, área, volume e ângulo).

Nosso trabalho analisa questões de volumes que foram aplicadas a alunos do Ensino médio de uma escola particular da cidade do Recife-PE.

2. Referencial teórico

Segundo Vergnaud (1990) o conhecimento está organizado em campos conceituais cujo domínio, por parte do sujeito, ocorre ao longo de um largo período de tempo, através de experiência, maturidade e aprendizagem. Um campo conceitual para Vergnaud (1990) é um conjunto de situações que requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão.

Para Vergnaud (1990), a constituição de um conceito depende de três dimensões do conhecimento, os quais estão inter-relacionados. O conceito é então definido por:

$C= \{S, IO, \Sigma\}$

Em que:

S = conjunto de situações que dão sentido ao conceito (a referência);

IO = conjunto de invariantes operatórios, mecanismos utilizados pelo sujeito na resolução do problema (teoremas-em-ação e conceitos-em-ação), sobre os quais se apóiam a operacionalidade dos esquemas (variável psicológica);

Σ= conjunto de representações simbólicas utilizadas/possíveis, tanto para apresentação quanto para resolução do problema (possibilidade de representação simbólica do conceito).

Destamaneira, o conceito é um conjuntoconstituídoporsituações de referência, porinvariantesoperatórios e sistemas de representaçãosimbólica.

Isso implica que para estudar o desenvolvimento e uso de um conceito, ao longo da aprendizagem ou de sua utilização, é necessário considerar esses três conjuntos simultaneamente, não se pode reduzir o significado nem aos significantes nem às situações. Assim, um único conceito não se refere a um só tipo de situação e uma única situação não pode ser analisada com um só conceito.

Segundo Vergnaud (1990) esquema é aorganização da conduta para umacertaclasse de situações. Teoremas-em-ação e conceitos-em-açãosãoinvariantesoperatórios, logo, sãocomponentesessenciais dos esquemas, sãoosconhecimentoscontidosnosesquemas. Teorema-em-ação é umaproposiçãoconsideradacomoverdadeirasobre o real. Conceito-em-ação é um objeto, um predicado, ouumacategoria de pensamentotidacomopertinente, relevante.

A presença do campo conceitual de volume tanto em atividades cotidianas quanto no ensino escolar justifica a sua importância no ensino e na aprendizagem. Sob a ótica do ensino, há um modelo didático para o tratamento das grandezas geométricas. Esse modelo consiste em dissociar a medida (número real positivo), a figura (superfícies planas, sólidos geométricos, linhas, entre outras) e a grandeza (classes de equivalência de superfícies/sólidos de mesma área/volume). Esse modelo inspirado nos trabalhos de Douady e Perrin-Glorian (1989) e posteriormente em Baltar (1996) e Bellemain e Lima (2002), os quais propõem uma abordagem para o tratamento de área como uma grandeza. Pesquisas posteriores ampliaram esse modelo para outras grandezas como comprimento (BARBOSA, 2007) e volume (OLIVEIRA, 2002; BARROS, 2002).

Objetivo Geral

- Analisar a compreensão de volume como grandeza por alunos do ensino médio, sob a ótica da teoria dos campos conceituais.

Objetivos Específicos

- Identificar como os alunos do ensino médio lidam com situação de medida para a compreensão de volume como grandeza;
- Investigar nas situações de cálculo do volume, as estratégias utilizadas pelos alunos do Ensino Médio;
- Investigar a compreensão dos alunos do ensino médio na distinção e articulação entre os quadros da modelização didática propostos por Douady e Perrin-Glorian (1989) e Bellemain e Lima (2002);

3. Metodologia

Devido esta pesquisa ser de caráter qualitativo, optamos por realizar um estudo de caso, na qual trabalhamos com um grupo de alunos do ensino médio previamente selecionados, de uma escola da rede particular de ensino da cidade de Recife-PE.

Para o estudo de caso, a pesquisa foi dividida em três etapas:

-Seleção da escola e dos alunos a serem pesquisados,

-Aplicação e resolução do questionário pelos alunos selecionados;

-Análise das respostas obtidas dos alunos.

Para construção do questionário, levamos em consideração os estudos de Barros (2002), Oliveira (2002) e Anwandter-Cuellar (2008) a partir dos quais refletimos a respeito das situações que dão sentido ao conceito de volume, focando situação de medida e de comparação, e como os alunos do ensino médio lidam com ela.

Desta forma, agrupamos as atividades que foram aplicadas aos alunos de acordo com o tripé de Vergnaud (1990) para a obtenção de um conceito (situações, invariantes operatórios e representações simbólicas) e levando em consideração a articulação entre os quadros geométrico, numérico e das grandezas construídos por Douady e Perrin-Glorian (1989).

A escola foi selecionada por estar à disposição deste estudo, ter colegas professores de matemática como professores atuantes nas salas de aula do ensino médio e desta forma foi facilitada a aplicação do questionário, por mostrar tempo disponível para a sua realização.

Como o tema volume só é ensinado no fim do ano letivo do segundo ano do ensino médio ou no início do terceiro ano, decidimos realizar nosso estudo exploratório nesta última série do ensino médio.

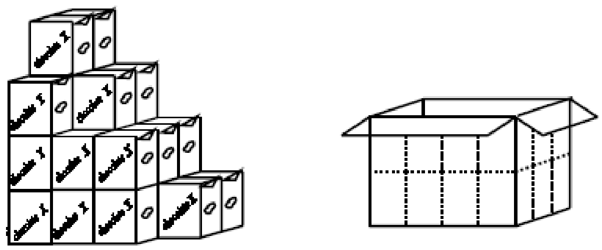
O teste foi composto de quatro questões, sendo a primeira questão conceitual, as duas seguintes de situação de medida, e a última questão abordando uma situação de comparação, conforme a seguir:

1) Para você, o que é volume?
2) A base de uma pirâmide é um quadrado de lado 5 cm. Sabendo-se que a altura da pirâmide mede 6 cm, calcule o volume dessa pirâmide. Dado a fórmula do volume da pirâmide:

   $V = \frac{1}{3} \cdot S_b \cdot h$. (onde: S_b é a área da base e h é a altura)

   Justifique sua resposta:

3) Um tanque em forma de paralelepípedo tem altura de 2 m e por base um retângulo, na posição horizontal, de lados 8 m e 4 m. Qual o volume desse tanque? Justifique sua resposta:
4) Quantas caixas de chocolate sobrarão após encher a caixa maior?



4. Dados e resultados

Tabela 1 - Resultados da questão 1

Total de alunos	Acertos	Erros	Não respondeu
15	2	13	0

A finalidade desta primeira questão é tornar explícito o conhecimento do aluno sobre volume como grandeza, para tornar verdadeiros os teoremas-em-ação e os conceitos-em-ação que poderão ser identificados nas respostas dos alunos, de acordo com Moreira (2002).

Vergnaud apud Barros (2002) obteve respostas variadas de uma questão semelhante a esta em seu trabalho com 80 alunos entre 11 e 15 anos, como: "é o lugar ocupado por...", "é comprimento x largura x altura", "é a quantidade que cabe numa coisa", "é uma quantidade de água", "é o peso", "é todo o contorno".

Barros (2002) em sua pesquisa também obteve respostas semelhantes ao perguntar aos alunos de sétima série do ensino fundamental o que é volume para eles, observando que a maioria dos alunos associa volume à capacidade, revelando entrelaçamento entre esses dois conceitos.

Desta forma podemos esperar respostas semelhantes ao trabalho de Vergnaud (1990) e de Barros, caso os alunos ainda tenham dificuldades na compreensão do conceito de volume, não compreendendo-o como uma grandeza ou confundindo com outras grandezas como massa, área, perímetro...

Diante das respostas dos alunos, podemos identificar conceitos-em-ação do tipo: "volume é o lugar ocupado por..." em nove protocolos de alunos, por exemplo: "algo que ocupa lugar no espaço", "É o espaço ocupado por um corpo"; Outro teorema-em-ação observado "É a quantidade de massa que cabe em alguma coisa", presente em dois protocolos de alunos, por exemplo: “É a quantidade de massa que um indivíduo , objeto ou coisa possui a cada metro cúbico”;Podemos observar também teoremas-em-ação relacionando volume quanto a sua fórmula, “é comprimento x largura x altura”, presente em dois protocolos de alunos, por exemplo: “É a medida de três dimensões, ou seja, base(b), lado (l), e altura (h), onde o volume é a multiplicação de um pelo outro.”, e teorema-em-ação relacionando volume com capacidade e a medida de líquidos, presente em dois protocolos, como por exemplo: “É a forma de medir líquidos”.

Tabela 2 - Resultados da questão 2

Total de alunos	Acertos	Erros	Não respondeu
15	5	10	0

Nesta segunda questão a fórmula está representada, a natureza dos números são fáceis de se trabalhar (números naturais) e há homogeneidade da unidade.

Objetivo: observar se o aluno sabe interpretar a fórmula de volume para o cálculo do mesmo e se o aluno identifica a unidade de medida do volume obtido.

Esta questão não mostra a representação simbólica da pirâmide, mas apresenta a fórmula do seu volume, assim, caso os alunos consigam articular os quadros geométrico, numérico e das grandezas, conseguirão resolver a questão corretamente. Porém, para resolução desta questão, fica evidente a independência da representação simbólica do sólido geométrico, pois se trata exclusivamente da interpretação da fórmula de volume e do uso correto das unidades de medida.

A estratégia utilizada pelos alunos para resolução desta questão é o emprego da fórmula de volume da pirâmide. Se o aluno consegue empregar corretamente a fórmula dada, chegará ao resultado de $50cm^3$, correspondendo ao volume da pirâmide em questão. Porém, se desconhece a fórmula da área da base da pirâmide, poderá considerar apenas o lado e a altura, ficando desta forma: $V = \frac{1}{3} \cdot 5.6 = 10$. Essa resposta foi observada em dois alunos, embora um deles atribuiu a unidade de medida corretamente.

Dentre as respostas erradas, oito não atribuíram a unidade de medida, por isso erraram a questão.

Tabela 3 - Resultados da questão 3

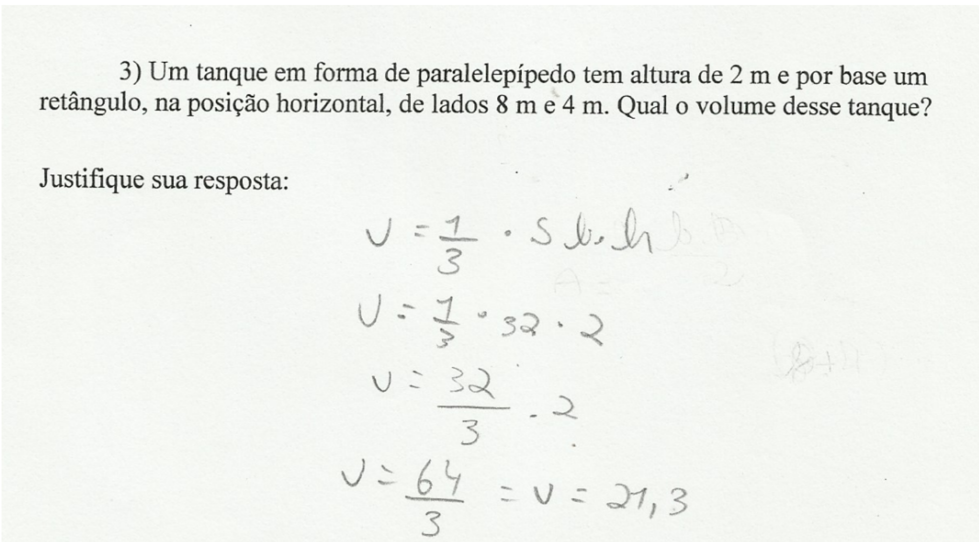
Total de alunos	Acertos	Erros	Não respondeu
15	11	5	0

A terceira questão trata-se de uma questão sem presença da figura, de fórmula fácil de ser reconhecida, apresentando uniformidade das unidades de medida e utilizando medidas inteiras.

Objetivo: observar se o aluno conhece a fórmula de volume do paralelepípedo retângulo, se sabe empregá-la e a unidade de medida correspondente ao volume obtido.

Pode haver respostas sem a unidade de medida, ou com unidade de medida de área (m^2) ou de comprimento (m), indicando que não há passagem do quadro numérico para o quadro das grandezas. Dentre os quatros erros, um aluno não atribuiu a unidade de medida e outro reconheceu o sólido, a fórmula, a unidade correspondente, porém errou o cálculo.

O aluno pode ter dificuldade em reconhecer um paralelepípedo retângulo, o que mostra dificuldades em relação ao quadro geométrico. Esse fato foi observado em três alunos no qual confundiram o paralelepípedocom uma pirâmide, o que dá indícios de que tais alunos desconhecem a fórmula de volume de um paralelepípedo retângulo, e por estar a fórmula de volume da pirâmide descrita na questão anterior, tais alunos consideraram ser a mesma fórmula de volume para o paralelepípedo retângulo.


3) Um tanque em forma de paralelepípedo tem altura de 2 m e por base um retângulo, na posição horizontal, de lados 8 m e 4 m. Qual o volume desse tanque?

Justifique sua resposta:

$V = \frac{1}{3} \cdot S b . h$

$V = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot 2$

$V = \frac{32}{3} \cdot 2$

$V = \frac{64}{3} = V = 21,3$

Figura 1

Podemos observar também no protocolo anterior a ausência da unidade de medida, o que dá indícios da não compreensão de volume como uma grandeza.

Em relação aos acertos, podemos observar que seis se apoiam na figura e que seis registraram a fórmula correta. Das respostas obtidas, todas apresentavam a fórmula como estratégia.

Tabela 4 - Resultados da questão 4

Total de alunos	Acertos	Erros	Não respondeu
15	6	2	7

O procedimento correto para a resolução desta quarta questão seria a determinação da quantidade de caixas em cada um dos grandes blocos e a comparação dos resultados obtidos, para chegar ao resultado de 3 caixas. Para tal procedimento, é necessário que o aluno tenha noção de perspectiva cavaleira, para levar em consideração, na contagem, as caixas que não estão visíveis no desenho, estão ocultas. Além disso, considerar a caixa como uma unidade de medida da grandeza volume possibilita a articulação entre os quadros geométrico e numérico.

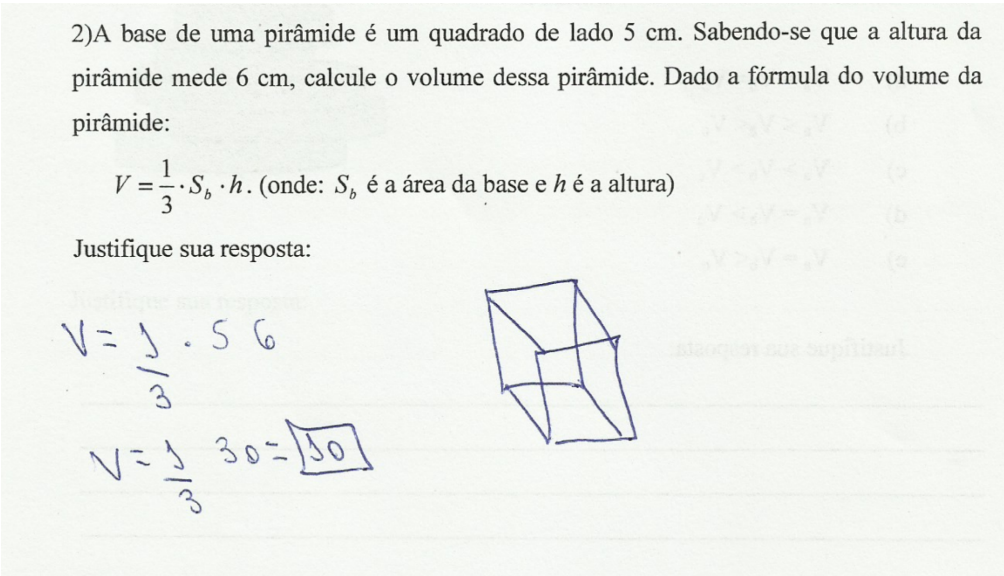
Possíveis erros que podemos verificar são cálculo nas adições e multiplicações empregadas para encontrar o valor exato de caixas, a contagem de apenas as caixas visíveis ou contar duas vezes a "caixa do canto".

Apenas dois alunos erraram essa questão, considerando as caixas visíveis na contagem, dando como respostas 2 e 16.

Podemos observar que a maioria dos alunos compreende volume como grandeza, apesar de apresentarem erros consideráveis nas questões, mas relacionados ao cálculo e não quanto a transferência dos quadros geométrico, numérico e da grandeza.

Quanto aos invariantes, a fórmula foi o mais recorrente, sendo usada na maioria das vezes de modo correto, embora em alguns casos ainda exista conflito em a fórmula da área e a de volume.

As representações simbólicas são, de fato, importantes, pois muitos nas resoluções das questões, mesmo na ausência da figura, desenhavam o sólido. E onde não havia a figura, podemos observar em alguns protocolos que os alunos não reconhecem o sólido ou confundem com outro, conforme exemplo abaixo:



2)A base de uma pirâmide é um quadrado de lado 5 cm. Sabendo-se que a altura da pirâmide mede 6 cm, calcule o volume dessa pirâmide. Dado a fórmula do volume da pirâmide:

$V = \frac{1}{3} \cdot S_b \cdot h$. (onde: S_b é a área da base e h é a altura)

Justifique sua resposta:

$V = \frac{1}{3} \cdot 5\ 6$

$V = \frac{1}{3}\ 30 = \boxed{10}$

Figura 2

Considerações finais

Nossa pesquisa buscou identificar os procedimentos dos alunos do Ensino Médio ao resolverem questões envolvendo a grandeza geométrica volume.

A partir da análise dos dados verificamos que os alunos apresentam dificuldades subjacentes ao conceito de volume, conforme mostram a revisão de literatura. Constatou-se que alguns sujeitos não representam volume adequadamente, confundem volume com o próprio objeto e não reconhecem a fórmula apropriada para o cálculo de volume de um dado sólido.

De um modo geral, os resultados mostram a necessidade de se trabalhar o conceito de volume no ensino médio a partir da modelização didática proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989) para que haja uma maior compreensão de volume enquanto grandeza no contexto investigado.

5. Referências

ANWANDTER-CUELLAR, N. Etude de conceptions d'élèves à propos duconcept de volume. Mémoire de master - 2 HPDS (HistoirePhilosophieetDidactiquedesSciences) - Université Montpellier 2, 2008.

ARAUJO, A.; CÂMARA, M. Avaliação Externa do Projovem: O Caso de Áreas e Volumes. BOLEMA - Boletim de Educação Matemática, Rio Claro (SP).Bolema. Boletim de Educação Matemática (UNESP. Impresso), V Ano 22 p. 23-50, 2009.

BALTAR, P. M. Enseignementetapprentissage de la notion d'aire de surfaces planes : une étude de l'acquisitiondesrelations entre les longueurs et les aires au collège. Tese de Doutorado. Université Joseph Fourier. Grenoble, 1996.

BARBOSA, P. R. Efeitos de uma sequência de atividades relativas aos conceitos de comprimento e perímetro no Ensino Fundamental. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, UFPE, 2002.

BARROS, J. S. Investigando o conceito de volume no ensino fundamental: um estudo exploratório. Recife, 2002. Dissertação (Mestrado em Educação), Programa de Pós-Graduação em Educação, Centro de Educação, UFPE, 2002.

BELLEMAIN, P. M. B. & LIMA, P. Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental. Natal: SBHMat, 2002.

BRASIL. Presidência da República. Lei 11.129 de 30 de junho de 2005. Regulamento do programa Nacional de Inclusão de Jovens PROJOVEM;

_______. Presidência da República. Lei 11.692 de 10 de junho de 2008. Regulamento do programa Nacional de Inclusão de Jovens PROJOVEM;

DOUADY R.; PERRIN-GLORIAN M.-J. Un processus d'apprentissageduconcept d'aire de surface plane. In: EducationalStudies in Mathematics. vol.20, n. 4, p. 387-424, 1989.

OLIVEIRA, G. R. F. Construção do Conceito de Volume no Ensino Fundamental: um estudo de caso. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós Graduação em Educação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2002.

VERGNAUD, G. La théoriedeschampsconceptuels. Recherches em DidactiquedesMathématiques – RDM, v. 10, nº 2, 3. pp. 133 – 170, Grenoble, 1990.