

## BREVE ANÁLISE NO OPERAR AS QUATRO OPERAÇÕES MATEMÁTICAS E PONTENCIAÇÃO POR VESTIBULANDOS

### RESUMO

Este artigo discute resultados de Questionários desenvolvidos por quatro alunos da Universidade Estadual da Paraíba, sendo realizado no Pré-Vest, atualmente Pró-Enem da mesma. Buscando entender a dificuldade que os vestibulandos demonstravam ter, desenvolvemos dois questionários, Questionário I e II. Questionário I aborda questões referentes às quatro operações básicas da Matemática, potenciação, equação e inequação; e Questionário II questões sobre radiciação e expressão numérica. Os Questionários contêm três questões e três subquestões. Focaremos na questão dois do Questionário I e na questão um do Questionário II e, a partir delas observarmos os erros cometidos pelos vestibulandos. Além disso, interpretar as respostas das subquestões mencionadas, para termos um melhor entendimento das respostas das questões. Observamos, após análise dos Questionários que, as dificuldades apresentadas pelos vestibulandos nas aulas de conteúdos do Ensino Médio se dão pelo fato dos mesmos não terem compreendido os conteúdos básicos do Ensino Fundamental.

Palavras-chaves: Educação Matemática. Análise de Erros. Operações Básicas.

### 1. Introdução

Este artigo foi realizado pelos quatro alunos que estão lecionando no Pro-Enem (cursinho preparatório para a prova do Enem), organizado pela Universidade Estadual da Paraíba. Ao nos depararmos com as dificuldades apresentadas pelos vestibulandos, desenvolvemos dois Questionários visando investigar as possíveis defasagens da aprendizagem dos mesmos.

As questões elaboradas foram divididas em dois Questionários - I e II - uma vez que seriam aplicados numa turma de vestibulandos com duração da aula de 50 minutos e não daria para os alunos resolvê-las por completo. Das seis questões elaboradas, três foram para o Questionário I, questões relacionadas com as quatro operações básicas, potências e equações e inequações, e as outras três para Questionário II, questões referentes à fatoração e expressão numérica.

Neste artigo analisamos a questão dois do Questionário I referente a equações e inequações e a questão um do Questionário II que se trata de fatoração. Como afirma Cury (2007, p. 50), “o objetivo da investigação, além de analisar e classificar os erros apresentados pelos alunos participantes é desenvolver estratégias de ensino que possam auxiliá-los em suas dificuldades”.

Nossa discussão focará nos erros matemáticos cometidos pelos vestibulandos, compartilhando a visão de Del Puerto et al. (2006, p. 42) que apontam que “biblioteca de

erros típicos pode ajudar o professor a planejar atividades que auxiliem os alunos em suas dificuldades”. Sendo assim, discutimos a seguir a noção sobre erro e trabalhos correlatos.

## 2. Referencial Teórico

Os questionários aplicados no Curso Pré-Vest buscaram os assuntos matemáticos que apresentavam possíveis dificuldades e erros cometidos pelos vestibulandos. Para Brousseau (1983, p. 171):

O erro é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

E como as operações básicas são de fundamental importância para o desenvolvimento da Matemática, procuramos explorar esses conteúdos nos questionários, nos apoiando nas convicções de Bachelard (1996, p. 17):

Uma observação que se faz importante para a análise das dificuldades de conhecer um determinado conteúdo, independentemente de quaisquer imperativos de idade, sexo, nível de escolaridade, assunto: No fundo, o ato de conhecer dá-se contra um conhecimento anterior, destruindo conhecimentos mal estabelecidos.

Conhecer as dificuldades dos alunos possibilita aos professores condições de melhor analisar o desempenho de seus alunos, a fim de proporcionar alternativas para superar esse obstáculo. Conforme Cury (2007, p. 35), "o obstáculo é um conhecimento. Assim sendo, o aluno constrói esses conhecimentos relacionando-o com outros, em diferentes contextos, tentando adaptá-lo às novas situações e resistindo em abandoná-lo".

Os erros cometidos pelos alunos é um conhecimento que ele possuiu e que pode juntamente com o professor promover o aprendizado. Segundo Cury (2007, p. 79-80) “quando um erro é usado como fonte de novas descobertas, está sendo considerada a possibilidade de que este se transforme em um problema para que os alunos (e o professor) se debrucem sobre ele e tentem inventar soluções que promovam o aprendizado”.

Para que isso ocorra, devemos aprimorar nossos conhecimentos ao longo da nossa formação, baseando-nos nas afirmações de Cury (2007, p. 93):

As pesquisas sobre os erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores, pois, ao investigar erros, ao observar como os alunos resolvem um determinado problema, ao discutir as soluções com os estudantes, os licenciados em Matemática estarão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre as possíveis metodologias de ensino que vão implementar no início de suas práticas, podendo ajudar seus alunos logo que detectarem alguma dificuldade.

Tendo em vista que o erro pode ser usado como uma ferramenta no auxílio da aprendizagem dos alunos, procuramos no primeiro momento verificar quais seriam essas dificuldades, para depois realizar uma revisão do conteúdo, para voltarmos ao conteúdo que estava sendo aplicado anteriormente.

A partir de várias leituras sobre análise de erros em Matemática, podemos citar alguns autores que realizaram pesquisas sobre essa temática. Entre eles, destacamos a pesquisa de Cury (2007, p. 80), afirmando que o erro:

Constitui como um conhecimento, é um saber que o aluno possui, construído de alguma forma, e é necessário elaborar intervenções didáticas que desestabilizem as certezas, levando o estudante a um questionamento sobre as suas respostas.

As primeiras pesquisas realizadas nesta temática “trazem a ideia de contagem de erros, e os resultados das pesquisas mostram extensas tabelas com percentagem de erros de cada tipo detectado” (CURY, 2007, p. 40).

Publicado em 1992, a pesquisa de Moren, David e Machado retrata um teste sobre a operação da subtração aplicado em onze escolas públicas do Rio de Janeiro e Belo Horizonte com alunos do 4º ao 7º ano, totalizando 1.270 alunos para a pesquisa. Seus dados foram transformados em dados estatísticos, trazendo como resultado dois momentos, “a análise das variáveis embutidas na amostra (estado, escola, série) e, num segundo momento, a análise das questões do teste” (MORE, DAVID e MACHADO, 1992, p. 45).

Em contrapartida, Kent (1978) procura não quantificar os erros. Para ele o importante seria “discutir com os estudantes as razões pelas quais os erros foram cometidos”, pois como relatam Galleti e et al. (1989, p. 42) “erros ocultos levam a conclusões contraditórias”.

Já Freitas (2002, p. 109), apoiando-se em autores que apresentam concepções e erros em Álgebra, “analisa as resoluções de equações de 1º grau de alunos de 1ºano do Ensino Médio, categorizando os erros encontrados” (p.46). Neste trabalho, Freitas obteve “um grande número de erros, na ordem de 68% nas equações aritméticas e 52% nas equações algébricas”.

Guillermo (1992, p. 42) classificou erros de alunos de 14 a 20 anos em exercícios que envolvem propriedades das operações algébricas, encontrando problemas que vão repetir-se em outros estudos, como as falsas regras para operar com racionais, as dificuldades com produtor notáveis, entre outros.

A pesquisa desenvolvida por Cury (2007, p. 50) tem como objeto de estudo 368 alunos novatos de nove instituições do Ensino Superior no Brasil. "O objetivo da investigação, além de analisar e classificar os erros apresentados pelos alunos participantes, é desenvolver estratégias de ensino que possa auxiliá-los em suas dificuldades".

Cury retrata vários autores que desenvolveram trabalhos sobre análise de erros em Matemática. A autora traz dois quadros, classificados por trabalhos de autores brasileiros e trabalhos de autores estrangeiros em seu livro. Todos os autores são favoráveis às pessoas que pretendem escrever sobre análise de erros.

### 3. Metodologia

Como mencionamos anteriormente, foram 173 questionários respondidos pelos vestibulandos, sendo 103 de Questionário I.

Dos 103 Questionários I respondidos, analisamos 44, os quais mostravam erros e os mais graves erros. Cada dos 4 autores analisou detalhadamente 11 Questionários. Após a primeira análise individual, discutimos grupalmente os 44 Questionários I. Com isso, dos 44, selecionamos 8 para analisarmos de forma mais profunda, sendo eles 2 de cada dos 11 Questionários. Os 8 Questionários selecionados foram os que apresentaram erros mais graves.

Desta forma, para a organização da análise dos dados (Questionário I), utilizamos o aporte Análise de Conteúdo que fala que, "a análise de conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações". "(...) qualquer comunicação, isto é, qualquer transporte de significações de um emissor para um receptor controlado ou não por este, deveria poder ser escrito, decifrado pelas técnicas de análise de conteúdo" (BARDIN, 1977, p. 32).

As propriedades das operações básicas (adição, subtração, divisão e multiplicação) e as propriedades de potenciação foram as categorias de análise, sendo elas imbuídas nas questões 1 e 3 do Questionário I. Sendo assim, a seguir apresentamos resultados a partir das propriedades mencionadas e chamaremos os 8 vestibulandos, pertinentes aos 8 Questionários I de Vestibulando A à H.

#### 4. Resultados e Discussão

A primeira questão foi formulada como mostra a Figura 1:

Figura 1: Questão 1 do Questionário I

1) Calcule:

a)  $(-2)^3$       b)  $-\frac{1}{2}^5$       c)  $(\frac{1}{3})^{-1}$       d)  $[(\frac{1}{5})^2]^{-2}$

Você conseguiu resolver todas as alternativas? SIM \_\_\_\_\_ NÃO \_\_\_\_\_  
 Entre **fácil**, **médio** e **difícil** que nível você daria às questões? \_\_\_\_\_  
 Você teve dificuldade em alguma alternativa? Se sim, em qual(is) e por quê?

---



---



---

Na questão um percebemos que os alunos se confundiram nas relações de sinais. Em alguns casos, ao resolver uma potência multiplicavam a base pelo expoente. Dentre os vestibulandos de A à H, destacamos a resposta do Vestibulando C, que não soube desenvolver corretamente potências com expoentes negativos, ao afirmar nas subquestões que teve dificuldade no item (c).

O Vestibulando D respondeu os itens (c) e (d) da mesma forma, pois não sabia se um número elevado a outro negativo era 0 ou 1, como vemos abaixo, respectivamente:

Figura 2: Resposta do Vestibulando C

1) Calcule:

a)  $(-2)^3$   
a) -6

b)  $(-\frac{1}{2})^5$   
b)  $-\frac{5}{10}$

c)  $(\frac{1}{3})^{-1}$   
c)  $\frac{1}{-3}$

d)  $[(\frac{1}{5})^2]^{-2}$  d) não lembro

Você conseguiu resolver todas as alternativas? SIM \_\_\_\_\_ NÃO

Entre **fácil**, **médio** e **difícil** que nível você daria às questões? médio

Você teve dificuldade em alguma alternativa? Se sim, em qual(is) e por quê?  
Eu sabia, mas esqueci por não praticar mais me lembro não.

Figura 3: Resposta do Vestibulando D

1) Calcule:

a)  $(-2)^3$

b)  $(-\frac{1}{2})^5$

c)  $(\frac{1}{3})^{-1}$

d)  $[(\frac{1}{5})^2]^{-2}$

Você conseguiu resolver todas as alternativas? SIM  NÃO \_\_\_\_\_

Entre **fácil**, **médio** e **difícil** que nível você daria às questões? médio

Você teve dificuldade em alguma alternativa? Se sim, em qual(is) e por quê?  
Sim, na alternativa (c) e (d) porque eu não sei com dificuldade se  $(\frac{1}{3})^{-1} = 1$  ou 0.



No item (c), apesar de ser uma questão simples de fração com soma no numerador e subtração no denominador dos números 72 e 28, alguns vestibulandos cometeram graves erros ao tentar desenvolver tal item. Dentre os oito analisados, apenas o Vestibulando F acertou o item (c).

A resposta do Vestibulando B para esse item nos chamou atenção, ao tentar resolver  $(72+28)/(72-28)$  deu como resposta 1. A resolução para esse item feito pelo Vestibulando B poderia ser dada como resposta se os números 72 e 28 fossem um produto.

Outra resposta que nos chamou atenção foi do Vestibulando C, que ao resolver o item (c) deu como resposta 0, mesmo procedimento utilizado pelo Vestibulando B (cortar os números iguais do numerador com o do denominador).

Diante das respostas dos Vestibulandos B e C podemos concluir que eles têm dificuldades em operar com fração e as quatro operações básicas da Matemática. A resposta dada pelo Vestibulando C ainda foi mais grave que do Vestibulando B, pois diante da resposta do Vestibulando C podemos concluir que ele não tem conhecimento de que a divisão entre dois números iguais é 1 e não 0. Os outros Vestibulandos ou não responderam esse item ou cometeram erros tolos, por falta de atenção.

Já no item (d), dos 8 Vestibulandos apenas 3 tentaram responder. Desses 3, apenas o Vestibulando C acertou. O Vestibulando G, ao resolver a soma das frações  $5/2$  e  $3/2$ , somou a fração tanto no numerador quanto no denominador. Como comenta Cury (2007, p. 82), “um exemplo de erro bastante comum no Ensino Fundamental, mas também encontrado em respostas de alunos universitários” é também encontrado em alunos pré-universitários. O Vestibulando G respondeu corretamente o produto das outras duas frações do item (d), que mostra ele ter dificuldade em resolver os itens da questão 3, como ele mesmo afirma:

**Figura 7: Resposta do Vestibulando G**

Você teve dificuldade em alguma alternativa? Se sim, em qual(is) e por quê?

Tive um pouco de dificuldade sim, tentei fazer mas não sei se está certo. O maior problema também foi o esquecimento.

Já o Vestibulando F, ao tentar resolver o item (d) cometeu o mesmo erro do Vestibulando G com as frações  $5/2$  e  $3/2$ ,  $(8/4)$ , porém o que mais nos chamou atenção na resolução do Vestibulando F foi a resposta dada pelo produto entre as frações  $2/3$  e  $3/5$ . Ao

analisarmos a resposta para esse produto, pudemos constatar que o mesmo fez meio pelos extremos com as frações  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{3}{5}$ , dando como resposta  $\frac{9}{10}$ . O erro cometido pelo Vestibulando F é bastante grave, e diante da resposta dada às subquestões, podemos concluir que tal forma de resolução feita para o produto entre duas frações é um conhecimento que faz parte do saber desse Vestibulando:

Figura 8: Resposta do Vestibulando F

Entre fácil, médio e difícil que nível você daria às questões? FACIL ATE D+  
 Você teve dificuldade em alguma alternativa? Se sim, em qual(is) e por quê?  
Nenhuma dificuldade

Na continuação da resolução do item (d) do Vestibulando F, no produto entre as frações  $\frac{8}{4}$  e  $\frac{9}{10}$  o mesmo deu como resposta  $\frac{80}{32}$ , repetindo o mesmo procedimento que fez no produto entre as frações  $\frac{2}{3}$  e  $\frac{3}{5}$ . Diante da resolução para o item (d) do Vestibulando F podemos concluir que para o produto entre quaisquer duas frações. Esse Vestibulando sempre fará meio pelos extremos entre elas, achando que esse é o procedimento correto para resolver:

Figura 9: Resposta do Vestibulando F

Figura 10: Resposta do Vestibulando F

Cury enfatiza que (2007, p.92):

Discutir erros não é tarefa fácil, mas nem por isso se deve evitar o assunto, pois é responsabilidade dos formadores de professores quebrar essa cadeia de mal-entendidos e proporcionar aos futuros docentes de Matemática a oportunidade de olharem seus próprios erros [...]

Diante de toda análise apresentada, pudemos constatar que o ensino está cada vez mais deteriorado, o que faz com que os alunos sejam os mais prejudicados. Percebemos o quanto é importante as escolas oferecerem uma base de qualidade aos seus alunos, para que, em um futuro próximo, os alunos possam evoluir em sua educação e não regredir. Também percebemos que o ensino de Matemática nas escolas públicas está piorando a cada ano, tanto por falta de interesse dos alunos, quanto pela desmotivação, má formação e pela acomodação do professor de Matemática em não procurar fazer com que os alunos prestem atenção em suas aulas. Em prol de uma melhor educação, necessitamos, por obrigação, sempre tentar evoluir, buscando uma melhor capacitação, para que com isso possamos chegar a melhores aprendizagens e, quem sabe, futuros educadores.

## 5. Referências

- BOGDAN, Robert; BIKLEN, Sari . **Investigação qualitativa em Educação: fundamentos, métodos e técnicas**: Investigação qualitativa em educação. Portugal: Porto Editora, p. 15-80, 1994.
- BROUSSEAU, Guy. **Les obstacles épistémologiques et les problèmes em mathématiques. Recherches em didactique des Mathématiques**. RDM, Grenoblev. 4, n.2, p. 165-198, 1998.
- BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996.
- CURY, H. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. Belo Horizonte: Autêntica, p. 116, 1997.
- Del Puerto, S.M. ; Minnaard, C. L.; Seminara, S. A. **Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas**. Revista Ibero-Americana de Educación, v.38, n.4, 2006. Disponível em:< <http://www.rieoei.org/1285.htm>> Acesso em 15 abr. 2006.
- FREITAS, Marcos A. de. **Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no ensino médio**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2002.
- GUILLERMO, M. A. S. **Problemas algebraicos de los egresados de educación secundaria. Educación Matemática**, v.4, n.3, p. 43-50 dic. 1992.
- GALLETTI L. et al. **La “streategia dell”errore”. L’ insegnamento della Matematica e delle Scienze integrate**. v.12, n. 8, p. 971-1001, 1989.
- KENT, David. **Some process through which mathematics is lost**. Educational Research, v. 21, n. 1, p. 27-35, 1978.



**Desenvolvendo o Pensamento Matemático  
em Diversos Espaços Educativos**

27 a 29 de Novembro

*UEPB Campina Grande, Paraíba.*



**2014**

MOREN, E. B. da S.; DAVID, M. M. S.; MACHADO, M. da P. L. **Diagnóstico e análise de erros em matemática: subsídios para o processo ensino-aprendizagem.** Cadernos de Pesquisa, n.83, p. 43-51, 1992.

BARDIN, Laurence. **Análise de conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 1979.