

CONCEITOS PARA O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO LÓGICO MATEMÁTICA

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio – GT 10

Daniele Aparecida Bezerra TAVARES
Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão-FaintVisa
dannyelaaparecida@hotmail.com

Pablo Egidio Lisboa da SILVA
Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão-FaintVisa
pabloegidio@gmail.com

RESUMO

Trataremos, inicialmente, de alguns aspectos da lógica, no que tange à sua caracterização e pontos históricos, e de demonstrações, na Matemática e na Educação Matemática. O pensamento humano trabalha com conceitos e definições, chegando a convicções, raciocínios e outros conceitos. Estudiosos do psicologismo afirmam que a lógica seria a ciência das leis do pensamento, como aponta Rosa (2010) “elas representariam operações básicas da mente humana, descreveriam empiricamente o modo como nós pensamos e seriam, portanto, leis do nosso pensamento ou raciocínio.” O raciocínio se desenvolve por meio de um processo argumentativo para se chegar a uma conclusão partindo de premissas e seguindo regras definidas para lógica formal podemos verificar se essas inferências são válidas ou não válidas. Deste modo a lógica promove a correção do processo do raciocínio humano, sendo um instrumento para a construção do conhecimento.

Palavras- chaves: Lógica, Raciocínio Lógico Matemático, Resolução de Problemas.

1. INTRODUÇÃO

O artigo em pauta tem por objetivo apresentar um modelo de desenvolvimento para a aprendizagem do raciocínio lógico matemático, na tentativa de estabelecer uma ideia onde se possibilite chegar à construção deste pensar lógico matematicamente.

Acredita-se que é necessário para que ocorra uma boa aprendizagem, que o aluno saiba pensar logicamente. Mais como desenvolver esse raciocínio nos alunos se desde pequenos eles não são ensinados corretamente, não são ensinados a pensar de maneira lógica.

O pensamento humano trabalha com conceitos e definições, chegando a convicções, raciocínios e outros conceitos. Estudiosos do psicologismo afirmam que a lógica seria a ciência das leis do pensamento. Rosa (2010, p.1) aponta que “elas representariam operações

básicas da mente humana, descreveriam empiricamente o modo como nós pensamos e seriam, portanto, leis do nosso pensamento ou raciocínio”.

O raciocínio se desenvolve por meio de um processo argumentativo, para se chegar a uma conclusão partindo de premissas e seguindo regras definidas. Para a lógica formal pode-se verificar se essas inferências são válidas ou não válidas. Deste modo, a lógica promove a correção do processo do raciocínio humano, sendo um instrumento para a construção do conhecimento.

A Matemática não é uma ciência cristalizada e imóvel; ela está afetada por uma contínua expansão e revisão dos seus próprios conceitos. Não se deve apresentar a Matemática como uma disciplina fechada, homogênea, abstrata ou desligada da realidade. Ao longo do tempo, ela esteve ligada a diferentes áreas do conhecimento, respondendo a muitas questões e necessidades do homem, ajudando-o a intervir no mundo que o rodeava. Porém, mesmo com tal importância, a disciplina da Matemática tem às vezes uma conotação negativa que influencia os alunos, alterando mesmo o seu percurso escolar. Eles sentem dificuldades na aprendizagem da Matemática e muitas vezes são reprovados nesta disciplina, ou então, mesmo que aprovados, sentem dificuldades em utilizar o conhecimento “adquirido”, em síntese, não conseguem efetivamente terem acesso a esse saber de fundamental importância. (SANTOS, et al. 2007).

2. LÓGICA CONTEMPORÂNEA

Historicamente, a primeira alusão sobre o termo raciocínio é feita pelo filósofo grego Aristóteles, através de uma conexão de proposições estabelecida através de raciocínios que ele chamou de *silogismo*.

Sobre esse aspecto Chauí (2003) coloca que Aristóteles elaborou uma teoria do raciocínio como inferência, sendo que: Inferir é tirar uma proposição como conclusão de uma outra ou de várias outras proposições que a antecedem e que são sua explicação ou sua causa. (p. 187)

Através dessa tese, podemos ver, de imediato, a relação existente entre raciocínio e lógica, pois Chauí (2003) coloca que o raciocínio é uma operação de pensamentos por meio de juízos, anunciada linguisticamente e logicamente pelas proposições encadeadas, formando os silogismos.

Quanto à relação entre a lógica e a matemática esta parece ser de uma obviedade tão forte que poderia se dizer desnecessário justificar-se a importância de tal relação. No entanto Chauí (*op.cit*) assinala que as bases históricas mostram que a lógica proporcionou uma

mudança de direção na concepção do conhecimento matemático, passando este de uma ciência baseada na intuição intelectual de verdades absolutas, existentes em si e por si mesmas, sem depender de qualquer interferência humana, para uma concepção de ciência resultante da construção intelectual elaborada pelo espírito humano.

Além disso, a referida autora acrescenta que a relação entre a lógica e a matemática compõe o que se pode chamar de lógica contemporânea passando essa a ser entendida como avaliadora da verdade ou falsidade do pensamento concebido como uma construção intelectual.

Ao que parece, a própria expressão raciocínio lógico matemático demarca uma intrínseca relação entre a tríade raciocínio-lógica-matemática, que se trata de uma atividade mental que os estudantes devem ser capazes de elaborar seguindo determinadas regras, regras essas estabelecidas pela lógica, as quais os alunos precisam saber aplicar para chegar a conclusões válidas.

Nesse sentido é importante que se diga que durante a construção do seu conhecimento matemático, cada pessoa utiliza-se de diferentes formas de raciocínio, é o que alerta Murrie (2002, *apud* Pires) colocando que a intuição, a dedução e a analogia são algumas dessas formas.

Já do ponto de vista de Bagazgoitia et al., (1997) os modos de raciocínio matemático são o raciocínio por analogia, o raciocínio indutivo e o raciocínio dedutivo, e em acréscimo coloca que os únicos que são tidos como conhecimentos científicos são os raciocínios dedutivo e indutivo. Assim, pode-se dizer que o conhecimento matemático pode até se apoiar em algumas analogias, porém apoia-se em sua pluralidade nas demonstrações e generalizações.

Seguindo esse entendimento, para que se possa refletir mais sobre a importância e o sentido do raciocínio dedutivo, em detrimento das outras formas de raciocínio, para a lógica contemporânea e conseqüentemente para a matemática se fará uma breve apresentação de alguns exemplares segundo alguns autores:

- Raciocínio por analogia

No que se refere a esse tipo de raciocínio, Murrie (*op. cit.*) citando Aristóteles coloca que a analogia consistia em “transportar” para uma dada coisa, um nome que designava

outra coisa (p. 38). Seguindo nesse contexto, explica ainda que muitos fenômenos da natureza e a criação de diferentes teorias tomaram como base o estabelecimento de analogias, dentre as quais se citam a estrutura do átomo com o sistema solar, o braço humano à alavanca e o funcionamento de uma máquina ao do corpo humano, como as mais clássicas.

Outra interessante analogia é trazida por Moreira e Greca (1999) que apareceu na psicologia por volta dos anos cinquenta dando origem a chamada Ciência Cognitiva, e que consiste em considerar a mente humana como um sistema simbólico que computa representações de forma análoga a um computador.

Na matemática, por exemplo, Pires (2002) argumenta que um bom exemplar de raciocínio por analogia é a teoria das proporções proposta por Euclides na qual a partir de quatro grandezas representadas por a, b, c e d se pode expressar a seguinte analogia “ a está para b , assim como c está para d ” sendo representada por: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

No dia-a-dia, muitas vezes lançamos mão de expedientes analógicos, do tipo que propõe Bagazgoitia et al., (1997): *Os pais de Pedro pensam que Pedro pode ser um bom corredor de fundo porque seu irmão maior também o foi*. No entanto, diante desse exemplar, esses autores fazem uma breve análise referindo-se que este é um raciocínio que não é muito confiável.

▪ Raciocínio por indução

De acordo com Chalmers (1993) este é um tipo de raciocínio que nos leva de uma lista finita de afirmações singulares para a justificação de uma afirmação universal. Ou seja, levamos do particular para o todo.

O exemplo abaixo proposto por Bagazgoitia et al., (*op. cit.* p. 17) parece ilustrar bem esse tipo de raciocínio:

- *A experimentação demonstra que o ferro, o cobre e o azeite aumentam de tamanho ao ser aquecido, portanto podemos enunciar que todas as substâncias se dilatam a ser aquecidas.*

▪ Raciocínio por dedução

Trazendo Chalmers (*op. cit*) novamente é possível entender que este é um tipo de raciocínio no qual é factível derivar a partir de leis e teorias universais, consequências que servem como explicações e previsões. Factível por que é um raciocínio que se emprega inclusive para verificar ou comprovar a verdade de um conhecimento já adquirido. Como exemplo pode-se citar:

- *Se aceitamos como verdade que todos os esquimós têm o pelo negro e que Nauk é um esquimó, então Nauk tem de ter o pelo negro* (Bagazgoitia et al., 1997, p. 17).

Já Mortari (2001) coloca que é costume diferenciar argumentos indutivos de dedutivos dizendo que os argumentos indutivos seriam ampliativos, ou seja, a conclusão diz mais, vai além, do que o afirmado nas premissas, enquanto os dedutivos são *não-ampliativos*, isto é, num argumento dedutivo, tudo o que está dito na conclusão já foi dito, ainda que implicitamente, nas premissas.

Embora Bagazgoitia et al., (*ibid.*) assinalem que os tipos fundamentais de raciocínio científico são os raciocínios indutivos e os dedutivos, é importante ressaltar o que assinala Chalmers (*op. cit*), quando lembra que o raciocínio indutivo não é muito confiável, uma vez que é possível sim que a conclusão de um argumento indutivo seja falsa embora as premissas sejam verdadeiras e, ainda assim não haja contradição envolvida. Coisa que, como já será visto, nos argumentos dedutivos válidos não poderá ocorrer, pois se as premissas do argumento são verdadeiras, a conclusão deve ser necessariamente verdadeira.

Tal argumento justifica porque a lógica contemporânea utiliza dentre as formas de raciocínio a dedução. Tal ideia encontra respaldo na afirmação de Mortari (2001, p. 25):[...] a lógica contemporânea é dedutiva. Afinal, estamos interessados, ao partir de proposições que sabemos ser verdadeiras, em atingir conclusões das quais tenhamos uma garantia de que também sejam verdadeiras.

Além disso, é importante frisar como lembra ainda Mortari (2001) que na matemática, para mostrar que uma proposição é verdadeira (um teorema) não se recorre à experiência ou à observação, como em várias outras ciências. Na matemática a verdade de uma proposição é estabelecida por meio de uma demonstração dela, isto é, uma sequência argumentativa

(dedutiva) mostrando que ela se segue logicamente de outras proposições aceitas (ou já mostradas verdadeiras).

Porém tal demonstração nem sempre foi fácil, e frequentemente os matemáticos cometiam erros em suas demonstrações. Cabendo a Gottlob Frege corrigir isso (em 1879) formalizando as regras de demonstração com o uso de linguagens artificiais, à maneira da matemática, sobre cuja aplicação não houvesse dúvidas. O resultado foi a criação do chamado cálculo de predicados dando um novo sentido e um novo tratamento ao predicado, revolucionando assim a lógica clássica aristotélica.

Entretanto o objeto de estudo desse trabalho não está centrado nos cálculos de predicados por se tratar de um cálculo lógico mais sofisticado. O que se propõe é uma iniciação a regras elementares básicas, cuja aplicação simples, sirva de iniciação na identificação das formas válidas de um argumento com vistas a se construir um conjunto de instrumentos lógicos que aqui os classificaremos como princípios gerais o qual será apresentado como resultado da pesquisa que hora está se pretendendo construir.

O pensamento humano trabalha com conceitos e definições, chegando a convicções, raciocínios e outros conceitos. O raciocínio se desenvolve por meio de um processo argumentativo para se chegar a uma conclusão partindo de premissas, e seguindo regras da lógica formal, podemos verificar se essas inferências são válidas ou não válidas. Desta forma a lógica promove a correção do processo do raciocínio humano, sendo um instrumento para a construção do conhecimento.

A inferência consiste em manipular as informações, fazendo conexões com as informações pré-existentes e as novas, é estruturar a ordem dos pensamentos criando linhas de informações, hierarquizando e fazendo análises que apresentam resultados concebidos como informações novas (Mortari, 2001). Em resumo, o conceito anterior fala que raciocinar é pensar logicamente, o que nos remete a outro conceito, o da lógica.

3. ENSINO APRENDIZAGEM – RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Os parâmetros curriculares nacionais (PCN, 1998), nos alerta para a importância do desenvolvimento da matemática no ensino fundamental, destacando dois aspectos importantes para a construção da cidadania, sendo eles o relacionamento de observações do mundo real

com suas representações e o relacionamento dessas representações com princípios e conceitos matemáticos.

De acordo com Dante (1989), a Resolução de Problemas vem se destacando como um método ideal para desenvolver o raciocínio e para motivar os alunos para o estudo da Matemática. Pode-se perceber nos livros didáticos de Matemática, listas intermináveis de problemas, quase sempre do mesmo tipo e que podem ser resolvidos “conforme o modelo”. Com certeza, isto não propicia o desenvolvimento do raciocínio dos alunos e, ao invés de motivá-los, cria, neles, atitudes negativas em relação à Matemática.

Partindo de uma visão cognitivista, pode-se argumentar que os próprios conceitos matemáticos formam-se a partir da resolução de problemas (VERGNAUD, 1995). Ou ainda, pode-se defender a posição de que o aprendizado das ideias matemáticas faz-se dentro de uma “dualidade ferramenta-objeto” (DOUADY, 1983). Isto é, um conceito matemático é utilizado inicialmente como uma ferramenta para resolver um problema, surgindo contextualizado e amarrado a uma situação concreta dada. Em seguida, esse conceito se transforma em objeto, ou seja, em saber matemático descontextualizado e abstrato. É a partir dessa descontextualização que ele passa a poder ser aplicado a novos problemas e novas situações, e a servir de objeto para futuros estudos.

Dante (1988) aponta que um dos objetivos mais importantes do ensino da Matemática é desenvolver o pensamento produtivo do aluno, o seu raciocínio. Segundo ele, ao trabalhar para se conseguir isso, enfoca-se diretamente aspectos do pensamento criativo. Desse modo, ao pensar num problema e resolvê-lo por seus próprios métodos, ao descobrir e estabelecer relações com suas próprias palavras, entre outras, o aluno está tendo experiências iniciais em pensamento criativo. Naturalmente, uma sala ambiente ou um laboratório de ensino que tenha materiais didáticos, jogos, problemas curiosos, desafios, material de leitura, quebra-cabeças, criptogramas, paradoxos e outros, forma um ambiente propício para as redescobertas do aluno. E, o redescobrir, o recriar, é uma experiência tão válida para o estudante, quanto foi o ato criativo do matemático que descobriu aquilo pela primeira vez. Qualquer descoberta feita pelo aluno, por mais simples que seja, deve ser reconhecida e valorizada pelo professor.

Pode-se perceber então, que o ensino da Matemática oferece oportunidades para o desenvolvimento do pensamento criativo e original, contrariando o que muitos leigos pensam: “ $2 + 2$ são 4 e não há o que pensar, discutir ou criar”. Assim, a prática educativa matemática pode valorizar a imaginação criativa do aluno, através de situações de aprendizagem onde ele possa expressar suas ideias e formular suas hipóteses.

Os estudos de PIAGET (1977) explicam o desenvolvimento cognitivo pela abstração reflexionante – uma ação de busca, pelo próprio sujeito, da matéria-prima da organização cognitiva. Para Piaget, a inteligência é o resultado de construções ou de gêneses que se sucedem por reequilibrações majorantes e que ao se analisar as condutas cognitivas das crianças através de provas operatórias, pode-se deduzir com quais instrumentos cognitivos ela está operando.

No ensino da Matemática, essa ideia pode ser aplicada na viabilização da aprendizagem de estruturas lógicas, através da observação, do acompanhamento e a análise do processo de aprendizagem, levando o professor a uma condição de mediador no sentido de intervir no nível operatório do aluno, o que resultaria em progressos cognitivos permanentes.

4. METODOLOGIA

O professor de matemática deve conhecer cada tipo de aluno que forma seu público para que possa ter uma visão de todos os tipos de linguagem e expressões.

Acredita-se que o gosto pela matemática não se circunscreva à imagem, mas que se aprofunde pelo seu conteúdo e aprendido. A resolução de problemas e desafios, com liberdade e respeito aos procedimentos adotados, encaminha naturalmente para o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno, além de ampliar seus recursos disponíveis para a resolução de problemas.

Considerando-se que o aluno pode vivenciar vários tipos de situações do cotidiano que o façam a refletir sobre a matemática, o professor deve apresentar-lhes situações significativas que representem alguns desafios em sua solução, no sentido prático ou teórico e não problemas que exijam simplesmente situações do dia a dia cotidiano da criança, pois isto

limitaria os desenvolvimentos matemáticos mais ricos, que proporcionam não só a aprendizagem de mais matemática, mas também um maior desenvolvimento cognitivo.

Para a grande maioria dos alunos, resolver uma situação problema significa fazer cálculos com os números que aparecem no enunciado, ou seguir um modelo que lhes foi ensinado para resolver certos tipos de problemas. Ao contrário, um problema deve representar uma situação que requer uma sequência de ações de raciocínio e operações para que seja solucionada. A solução do problema não deve estar disponível, mas deve ser construída.

Os problemas devem ser utilizados para orientar a aprendizagem, proporcionando a apreensão de conceitos e o desenvolvimento de procedimentos e atitudes matemáticas; isto só será possível se o aluno for levado a interpretar a situação problema e procurar, de forma organizada, recursos para resolvê-la.

Assim, a partir de todas as informações coletadas, nos concentramos em delinear um meio para se desenvolver o raciocínio lógico matemático, e este deve ser concebido a partir da resolução de problemas, onde essa resolução de problemas deve ser feita de maneira a fazer o aluno pensar, descobrir, inventar, reinventar, ligar conceitos antigos com novas descobertas.

Pensando de maneira semelhante, Nasser (1988) justifica a importância da resolução de problemas, afirmando que:

“... A Resolução de Problemas desenvolve o raciocínio dos estudantes; ... A Resolução de Problemas ajuda a desenvolver a criatividade; ... A Resolução de Problemas motiva os estudantes a aprender Matemática; ... A Matemática só tem sentido se é usada para resolver problemas reais; ... A Resolução de Problemas é uma boa maneira de avaliar a aprendizagem; ... Através da Resolução de Problemas, os alunos aprendem a trabalhar em grupos”.

De acordo com os PCN de Matemática, um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, a formular problemas a partir de determinadas informações, a analisar problemas abertos – que admitem diferentes respostas em função de certas condições –, evidencia uma concepção de ensino e

aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida que constrói conhecimentos.

5. CONSIDERAÇÕES

Embora em pleno século XXI observa-se existir ainda um grande confronto entre a matemática e o jovem de hoje, e infelizmente o hábito de calcular tornou-se escasso. As tecnologias, a televisão e as diversões eletrônicas (Vídeo games) ocupam quase, para não dizer que toda a maioria do tempo dos jovens, até mesmo a preguiça de pensar.

Nas escolas de forma generalizada, dar aulas de matemática nos dias atuais tornou-se tarefa árdua e longa, mas que deve ser cumprida e ainda é obrigatória. Estas palavras que aparecem negras, obscuras, ainda são a mais pura das realidades no contexto escolar brasileiro.

Já se busca há muito tempo, alternativas para que a torne algo agradável para estes estudantes, utilizando os recursos audiovisuais como forma de estímulo para a lógica.

Contudo, conclui-se afirmando que o que estamos precisando para que estes jovens possam se interessar pelo hábito e o gosto de calcular resume-se em uma só palavra: motivação. Por meio de jogos, palavras cruzadas e entre muitas outras atividades similares talvez possam fornecer a eles o prazer de calcular. O desencontro entre a lógica e o jovem pode partir do próprio professor por não se interessar em mudar seu ritmo em sala de aula.

Pela nossa experiência profissional acreditamos que os problemas lógicos matemáticos deveriam ser inseridos logo no início de cada conteúdo, fazendo com que o aluno buscasse sua resolução para então despertar a discussão dos conceitos, desenvolverem os procedimentos e as atitudes matemáticas. Verifica-se também, que diante de um problema, após os conceitos apresentados, o aluno busca focar as técnicas apresentadas como modelo, deixando de utilizar seu raciocínio lógico para a solução dos mesmos.

Certamente outros objetivos da Matemática devem ser procurados, mesmo para atingir o objetivo da competência em resolução de problemas. Desenvolver conceitos matemáticos, princípios e algoritmos através de um conhecimento significativo e habilidoso são importantes. Mas o significado principal de aprender tais conteúdos matemáticos é ser capaz de usá-los na construção das soluções das situações-problema.

6. REFERÊNCIAS

BAGAZGOITIA, A., CASTAÑEDA, F., FERNÁNDEZ S. & PERAL, J. C. *La Resolución de Problemas em lãs Matemáticas del Nuevo Bachillerato: Libro del Profesor*. País Vasco: Universidad del País Vasco, 1997.

BASTOS, Cleverson; KELLER, Vicente. *Aprendendo Lógica*. 1. ed. Rio de Janeiro, RJ: Vozes, 1991.

BRASIL - Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática ciclos do Ensino Fundamental*. Brasília: SEF/MEC, 1998.

BRASIL. LDB - Lei 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União, ano CXXXIV, n. 248, 23/12/1996, p. 27833-27481.

CHALMERS, Alan F.. *O que é ciência afinal?* Tradução: Raul Fiker. São Paulo: Brasiliense, 1993.

CHAUI, M. H. *Convite à Filosofia*. São Paulo: Ática, 2003.

DANTE, L. R. *Criatividade e Resolução de Problemas na Prática Educativa Matemática*. Tese de Livre-Docência, UNESP, Rio Claro, 1988.

_____. *Didática da Resolução de Problemas de Matemática*. Ed. Ática, São Paulo, 1989.

DOUADY, R. *“La Dualité Outil-Object”*, These de Doctorat.: Paris VII, 1983.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO/SECRETARIA DO ENSINO FUNDAMENTAL. *Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática* (terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental), 1998.

MORTARI, Cezar A. *Introdução à lógica*. 1. ed. São Paulo, SP: UNESP, 2001.

NASSER, L. *Resolução de Problemas – Uma Análise dos Fatores Envolvidos*. **Boletim GEPEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática**, Rio de Janeiro, nº 22, 1988.

PIAGET, Jean. *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo: Pioneira, 1977.

PIRES, C.M.C. *A arte de raciocinar*, In: *Ciências da Natureza e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Fundamental – Coordenação Zuleika de Felice Murrie*. Brasília: Mec:INEP, 2002.



ROSA, M. H. (2010). Frege, Wittgenstein e a Normatividade da Lógica. *Revista Índice*, vol. 02, n. 01.

SANTOS, Josiel Almeida, Kleber Vieira França e Lúcia S. B. dos Santos. Dificuldades na Aprendizagem de Matemática. Centro Universitário Adventista de São Paulo, São Paulo, 2007.

VERGNAUD, G. **Estruturas aditivas e complexidade psicogenética**. Tradução de Reyes de Villalonga. *Revue Française de Pédagogie*, 1995.