



**CRIANÇAS DO 1º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL RESOLVENDO
PROBLEMAS DE PRODUTO CARTESIANO**

Educação Estatística (EE) – GT 03

Fabiola Santos M. de A. OLIVEIRA
EDUMATEC - UFPE
fabiprestativa@hotmail.com

Betânia EVANGELISTA
EDUMATEC - UFPE
mbevnagelista@hotmail.com

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo investigar como 26 alunos de 1º ano do Ensino Fundamental resolveram a uma questão de combinatória, mais especificamente envolvendo o produto cartesiano. Para isso solicitamos os participantes que montassem alguns animais malucos, todos receberam um envelope com figuras dos animais para que formassem as combinações possíveis, essas combinações poderiam chegar a 9 possibilidades. Os resultados mostraram que, apesar dos alunos não esgotarem as combinações desejadas, por outro lado, estes conseguiram compreender a questão e fazer ricas relações na resolução deste tipo de problema, tendo em vista que todos os alunos responderam a questão. Acreditamos que o ensino de combinatória no início da escolarização é importante para desenvolver os raciocínios sobre o tema e obter avanços nos anos escolares seguintes.

Palavras-chaves: Combinatória, Problemas de Produto Cartesiano, Ensino Fundamental.

1. Introdução

A Combinatória está presente no nosso cotidiano, desde a ação de escolher uma roupa, de uma senha de um banco, emplacamento de carros, escolha do tipo de sucos ou de sorvete, estamos combinando os elementos.

O trabalho com conteúdos relacionados a Combinatória são indicados desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Médio de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997). Entretanto, apesar dessa recomendação, na prática de sala de aula, a maioria dos problemas de raciocínio combinatório (Arranjo, Combinação e Permutação) só é introduzida formalmente na escola a partir do 2º ano do Ensino Médio. Apenas o do tipo Produto Cartesiano é trabalhado explicitamente nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Pessoa e Borba (2009) mostram que é possível desenvolver compreensões sobre estes tipos de problemas antes de sua introdução formal na escola e que os alunos são capazes de desenvolver estratégias para resolver problemas combinatórios dos diferentes tipos. É muito importante promover o raciocínio combinatório de crianças pequenas, pois mesmo que eles não consigam esgotar todas as possibilidades, é de fundamental importância trabalhar este conteúdo com as mesmas, tendo em vista que compreender as estratégias utilizadas na resolução dos problemas pode levar a reflexão do que precisa ser aprofundado (PESSOA e BORBA, 2009). Segundo as autoras para resolver problemas combinatórios, existem diversas estratégias, tais como árvore de possibilidades, listagem, desenhos, diagramas, quadros, tabelas, o Princípio Fundamental da Contagem (PFC) ou as fórmulas.

Matias, Santos e Pessoa (2011) mostram que é possível trabalhar com os tipos de problemas combinatórios desde a Educação Infantil e que os mesmos conseguem compreender os invariantes.

Embora os livros didáticos propostos aos anos iniciais do Ensino Fundamental já apresentem diversificados problemas de raciocínio combinatório (como evidenciado por Barreto e Borba, 2010) os mesmos não fazem uma distinção desses tipos, ou seja, não há um trabalho sistemático com o raciocínio combinatório antes do 2º ano do Ensino Médio.

Diante disto, este estudo investigou como os alunos de 1º ano do Ensino Fundamental resolvem problema de combinatória envolvendo o produto cartesiano e quais as estratégias utilizadas pelos alunos.

2. Referencial Teórico

2.1 Aprendizagem de Combinatória

Segundo Merayo (2001) a *Análise Combinatória* é a técnica de saber quantos objetos há em um conjunto sem realmente ter que contá-los, porque essa técnica não necessita listar ou enumerar todos os elementos que formam o conjunto. É importante destacar que nos problemas de envolvendo Combinatória a ordem e a escolha dos elementos influenciam na resolução dos problemas.

Os problemas envolvendo a Combinatória, segundo Pessoa e Borba (2009) podem ser de quatro tipos, sendo eles: **produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação.**

- ✓ Produto Cartesiano - Tem-se dois ou mais conjuntos distintos, que, ao ser combinado um elemento de cada conjunto, será formado um novo conjunto.
- ✓ Permutação - Tem-se um conjunto e utilizam-se todos os elementos desse conjunto para formar subconjuntos diferentes. Os subconjuntos se diferenciam quanto à disposição dos elementos, ou seja, a ordem dos elementos gera novas possibilidades.
- ✓ Arranjo- Tem-se um conjunto do qual são extraídos subconjuntos. A ordenação de elementos de um mesmo conjunto gera novas possibilidades.
- ✓ Combinação - Tem-se apenas um conjunto do qual são extraídos subconjuntos e a ordenação de elementos de um mesmo conjunto não gera novas possibilidades.

Uma característica comum a todos os tipos de problemas é a necessidade de esgotar todas as possibilidades para se chegar à resposta. Os problemas de permutação, arranjo e combinação se assemelham ou se diferenciam pela forma de escolher os elementos e pela forma de ordená-los (PESSOA, 2014). Veremos a seguir estas características e exemplos dos problemas combinatórios, que foram retirados da mesma autora.

Produto Cartesiano

Para a festa de São João, na escola, tem 2 meninos (Pedro e João) e 4 meninas (Maria, Luiza, Clara e Beatriz) que querem dançar quadrilha. Se todos os meninos dançarem com todas as meninas, quantos pares diferentes poderão ser formados?

Neste exemplo envolvendo produto cartesiano a resposta encontra-se a seguinte situação: todos os elementos de um grupo devem ser combinados com todos os elementos do outro grupo, sendo assim a ordem não é determinante. A resposta correta deste problema seria: Maria e Pedro, Luiza e Pedro, Clara e Pedro, Beatriz e Pedro; Maria e João, Luiza e João, Clara e João, Beatriz e João. Sendo oito combinações.

Permutação

Na estante da minha casa há fotos do meu pai, da minha mãe e do meu irmão, sendo um total de 3 porta-retratos. De quantas formas diferentes posso organizar esses porta-retratos de modo que eles fiquem lado a lado?

Neste exemplo temos um conjunto do qual são usados todos os elementos para serem

organizados de formas diferentes. Assim, a ordem dos elementos gera novas possibilidades. A resposta deste exemplo é: mãe, pai, irmão; mãe, irmão, pai; pai, irmão, mãe; pai, mãe, irmão; irmão, mãe, pai; irmão, pai, mãe. Sendo seis combinações.

Arranjo

Para representante de turma de sala de aula, candidataram-se 3 pessoas (Joana, Mário e Vitória). De quantas maneiras diferentes poderão ser escolhidos o representante e o vice representante?

No exemplo acima, do grupo maior (Joana, Mário e Vitória) são formados subgrupos e a ordem neste caso interfere, no caso Joana representante é diferente de Joana ser vice-representante. A resposta deste exemplo é: Joana- representante e Mário- vice, Joana-representante e Vitória –vice, Mário- representante e Joana-vice, Mário- representante e Vitória- vice, Vitória- representante e Joana-vice, Vitória-representante e Mário-vice; sendo seis combinações diferentes.

Combinação

No pula-pula do parque podem entrar duas crianças de cada vez. Amanda, Lívia e Gisele estão aguardando a vez. De quantas maneiras diferentes elas podem formar grupos para brincar no pula-pula?

No exemplo acima, também temos um conjunto, na qual para a escolha é preciso formar subgrupos e neste problema a ordem não gera novas possibilidades/combinações. A resposta deste exemplo é: *Amanda e Lívia, Lívia e Gisele e Gisele e Amanda*. Por que Amanda e Lívia=Lívia e Amanda, como também: Lívia e Gisele= Gisele e Lívia, Gisele e Amanda= Amanda e Gisele.

Lembramos que os problemas podem ser resolvidos através de diferentes representações (desenhos, listagens, árvores de possibilidades, tabelas, dentre outras), devido ao fato de serem crianças pequenas, sendo assim mais fácil esta representação.

Pessoa e Borba (2009) realizaram um estudo sobre o raciocínio combinatório em alunos do 2º ao 5º ano do Ensino Fundamental. Cada participante resolveu, individualmente, uma ficha contendo oito problemas de combinatória, dois de cada tipo existente (produto

cartesiano, permutação, arranjo e combinação). Os alunos foram informados que poderiam responder as questões da maneira que eles quisessem, usando tabelas, cálculos, desenhos ou outras da preferência deles.

As pesquisadoras perceberam, com base nos resultados obtidos, que mesmo não esgotando todas as possibilidades nos problemas propostos, alunos do 2º ano do Ensino Fundamental, ou seja, crianças com idades em torno dos sete anos conseguem demonstrar compreensão do problema. A partir do 3º ano do Ensino Fundamental (com idades em torno de 8 anos) parte dos alunos pesquisados consegue acertar os problemas propostos, apresentando diversas formas de representação para a sua resolução.

Matias, Santos e Pessoa (2011) realizaram um estudo com crianças da Educação Infantil na qual teve como objetivo analisar como crianças de Educação Infantil resolvem um problema combinatório do tipo arranjo; analisar os invariantes por elas percebidos ao resolverem o problema; e analisar suas estratégias na solução do problema. Participaram do estudo 22 alunos do Grupo V da Educação Infantil de duas escolas públicas do Recife. Estes alunos responderam uma entrevista clínica individual. Os resultados apontam para a possibilidade de compreensão dos invariantes do arranjo pelos alunos pesquisados. As autoras concluíram que mesmo na Educação Infantil os alunos são capazes de estabelecer ricas e interessantes relações para a resolução de problemas, especificamente, neste caso, de problema combinatório.

Souza e Lopes (2012) observaram uma professora da Educação Infantil trabalhando com ideias de Combinatória com 24 alunos com idades entre 4 e 5 anos. Na qual a professora trabalhou combinações de peças de roupas feitas de emborrachado, na qual foram dois tipos de cores de bermudas e camisetas masculinas. Todos os alunos conseguiram fazer as combinações possíveis com as peças de roupa. Os autores concluíram as possibilidades de trabalho com ideias matemáticas, particularmente com Combinatória, desde a Educação Infantil e que esse fato permite indicar a necessidade de ruptura com algumas concepções de aulas de Matemática.

Vale destacar que é importante trabalhar todos os tipos de problemas que envolvem a Combinatória desde os anos iniciais, tendo em vista que pesquisas conforme já mencionado, vêm confirmando que crianças com cinco, seis, sete e oito anos de idade já demonstram que

são capazes de compreender total ou parcialmente o que os problemas solicitam, como também estratégias interessantes.

3. Método

O estudo foi elaborado para saber o que as crianças do 1º ano sabiam sobre Combinatória. A questão foi retirada do Caderno do PNAIC (Pacto Nacional de Alfabetização na Idade Certa) ano de 2014. O contexto envolvia o problema de produto cartesiano, Animal Maluco. O teste foi aplicado coletivamente numa turma com 26 alunos de 1º ano do Ensino Fundamental da rede pública do município do Moreno/PE. A questão solicitava “quantos animais diferentes eu posso construir?” formando assim os animais malucos, conforme a figura 1 (BRASIL, 2014) abaixo.

Figura 1. Desenho da atividade.

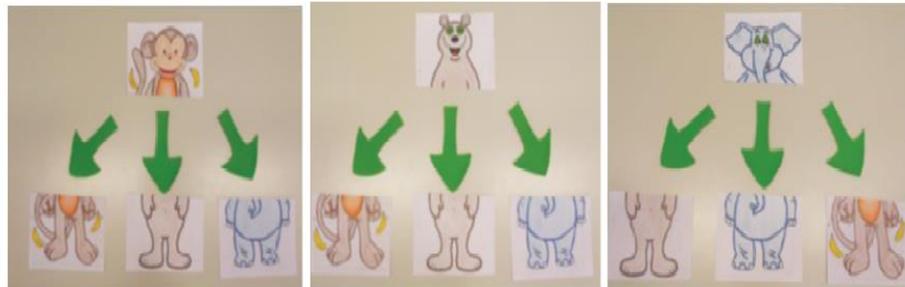


Fonte: BRASIL, 2014.

Esta atividade continha três bichos (um macaco, urso e elefante) em duas partes: a de cima e a de baixo. Cada aluno recebeu um envelope com as figuras recortadas (as quantidades de figuras passavam da quantidade de possibilidades existentes, pois queríamos verificar se os alunos esgotariam todas as possibilidades com peças a mais do que a questão solicitava) e uma folha de ofício para que colagem dos bichos (poderiam formar até 9 possibilidades/cominações) e cola. Foi solicitado para que os estudantes tentassem resolver o problema do jeito que achassem melhor.

Ao final da atividade realizamos uma sistematização, figura 2, em que buscamos chamar a atenção dos alunos com relação às possíveis combinações existentes, conforme é possível observar abaixo. E que apesar de termos mais figuras do que as possíveis combinações a resposta esperada seria nove combinações e que não precisaríamos de todas as figuras que existiam no envelope.

Figura 2. Sistematização da atividade.



Fonte: BRASIL, 2014.

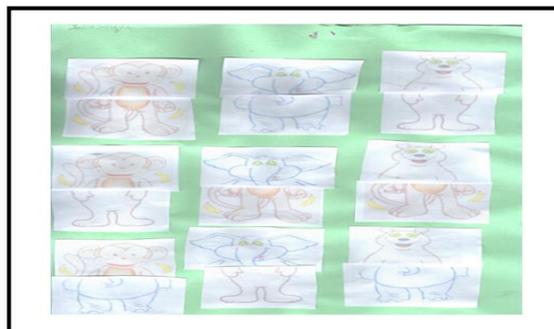
4. Dados e Resultados

Podemos perceber que os alunos apesar de estar 1º ano do Ensino Fundamental conseguem entender as possibilidades de combinação, ou seja, já vem desenvolvendo o raciocínio combinatório. Apesar de a grande maioria dos alunos não terem esgotado todas as possibilidades (9), pois, apenas três alunos tiveram sucesso em todas as suas respostas. Devemos levar em consideração que os alunos resolveram a questão, entretanto, apenas não esgotaram as possibilidades/combinações solicitadas tendo em vista que nenhum estudante deixou de responder a atividade.

Estes resultados reforçam o que Matias, Santos e Pessoa (2011) apresentam no seu estudo de que as dificuldades existem, mas isto não significa que os alunos não consigam solucionar os problemas ou que o raciocínio combinatório não esteja presente neles. Apenas mostram que as crianças conseguem perceber algumas das características dos problemas, demonstrando compreensão por meio das suas estratégias de solução. A seguir apresentaremos os protocolos como alguns alunos responderam a atividade.

Soluções corretas

Figura 3. Solução correta de um aluno que esgota as possibilidades.



Fonte: Oliveira e Evangelista, 2014.

A figura 3 acima apresenta a solução de um aluno, na qual na primeira linha representa os animais com seus corpos corretos, em seguida, monta os outros bichinhos na segunda linha: macaco em cima e urso embaixo, elefante em cima e macaco embaixo, urso em cima e macaco embaixo; na terceira linha: macaco em cima e elefante embaixo, elefante em cima e urso embaixo e urso em cima e elefante embaixo.

Figura 4. Solução correta da aluna que esgota as possibilidades.



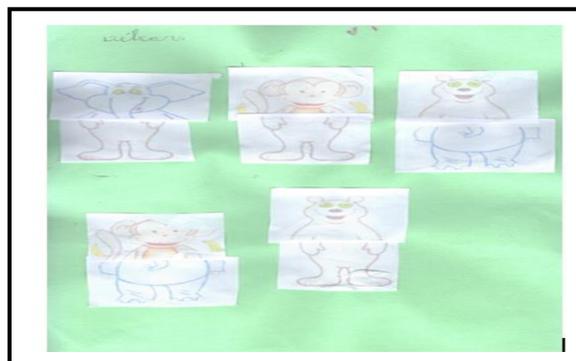
Fonte: Oliveira e Evangelista, 2014.

Conforme apresentado na figura 4, acima, a aluna esgotou as possibilidades, entretanto, não leva em consideração uma organização na colagem das figuras utilizadas.

Soluções que não esgotaram as possibilidades

Apresentaremos dois exemplos de estudantes que não esgotaram as possibilidades. Na figura 5, abaixo, a aluna não esgota colocando apenas cinco combinações.

Figura 5. Solução de uma aluna que não esgota as possibilidades.



Fonte: Oliveira e Evangelista, 2014.

Vale também ressaltar que esta aluna apenas completou a figura do urso e não fez o

macaco e o elefante. Já na figura 6, o aluno fez oito combinações, diferente da aluna acima, repete duas vezes a mesma combinação (elefante em cima e urso em baixo).

Figura 6. Solução de um aluno que repete as combinações.



Fonte: Oliveira e Evangelista, 2014.

Na figura 7, podemos observar que a criança fez nove combinações, entretanto, podemos verificar que a mesma repetiu a colagem dos bichinhos. Acreditamos que por falta de atenção da criança.

Figura 7. Solução de um aluno que repete as combinações dos animais.



Fonte: Oliveira e Evangelista, 2014.

Conforme observado acima, o aluno repete a figura do urso e em cima o urso e embaixo macaco, como também cola duas cabeças (urso e elefante),

Na resolução das crianças observa-se que as maiores dificuldades é a contagem de todas as possibilidades, fato este que acontece devido a falta de um trabalho com a Combinatória específico (PESSOA, 2014).

5. Considerações

Sabemos que o desenvolvimento do raciocínio combinatório é um processo longo e que é necessário assim, que se trabalhe desde os anos iniciais, por acreditamos ser possível trabalhar com a Combinatória desde o início do ciclo da alfabetização, tendo em vistas as ricas estratégias utilizadas por estes alunos para a resolução dos problemas. Apesar de neste artigo aqui apenas termos analisado problema envolvendo produto cartesiano.

Não obstante a dificuldade encontrada pelos alunos em esgotar as possibilidades, como também a calma na hora de utilizar as figurinhas na colagem, que poderia ser melhorado se a condição da estrutura da escola ajudasse, pois a sala de aula na qual aconteceu a aplicação do teste é bastante apertada dificultando a manipulação na mesa escolar. Apesar deste fato acreditamos que é possível trabalhar com a Combinatória, não a resposta correta, mas sim, se que o aluno compreenda as possibilidades que possa existir neste tipo de problema. O material concreto utilizado nesta pesquisa teve como objetivo auxiliar as crianças tendo em vista que são pequenas, tornando assim a aprendizagem favorável.

6. Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação Básica. **Pacto Nacional da Idade Certa: Educação Estatística**. Caderno 7. Ministério da Educação, 2014.

BARRETO, Fernanda; BORBA, Rute. **Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais**. Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática. X ENEM: Salvador, 2010.

MATIAS, Patrícia; SANTOS, Missilane; PESSOA, Cristiane. **Crianças de Educação Infantil resolvendo problemas de arranjo**. In: Anais da XIII Conferência Interamericana de Educação Matemática. XIII Ciaem, Recife, 2011.

MERAYO, Felix. **Matemática Discreta**. Madri: Editora Thomson Paraninfo S.A., 2001.

PESSOA, Cristiane; BORBA, Rute. **Quem Dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série**. ZETETIKÉ. Campinas, v.17, n.31, jan/jun 2009.

PESSOA, Cristiane. **Pacto Nacional da Idade Certa: Educação Estatística**. Caderno 7. Ministério da Educação, 2014.



Desenvolvendo o Pensamento Matemático
em Diversos Espaços Educativos

27 a 29 de Novembro

UEPB Campina Grande, Paraíba.



2014

SOUZA, Antônio Carlos; LOPES, Celi E. **Combinando roupas e vestindo bonecos:** ideias de combinatória no desenvolvimento profissional de uma educadora da infância. Revista Eletrônica de Educação. Volume 6, n 1, 2012.