



A IMPORTÂNCIA DO DESENHO COMO RECURSO PARA O ENSINO E

APRENDIZAGEM EM TRIGONOMETRIA

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio – GT 10

Delany Matias SOUZA
Universidade Estadual da Paraíba
dellanny@gmail.com

Maria Betânia Fernandes VASCONCELOS
Universidade Federal da Paraíba
maria_bfv@Yahoo.com.br

Maria da Conceição Vieira FERNANDES
Universidade Estadual da Paraíba
mdevf2013@gmail.com

RESUMO

Esta pesquisa teve como objetivo investigar em que medida os livros didáticos apresentam situações que evidenciem as contribuições do desenho geométrico para os conceitos de Trigonometria. Adotamos os estudos de Marcia Fonseca Raymundo e Luciane Garcia como centrais em nosso referencial teórico, além de trazeremos as contribuições de outros autores. O estudo de natureza qualitativa foi norteado por questões que abrangiam o uso do desenho nas demonstrações de Trigonometria; a aplicabilidade do desenho como recurso importante para o ensino e aprendizagem de Trigonometria, a partir dos livros didáticos analisados; verificar a contribuição do desenho para a resolução de situações-problema envolvendo a Trigonometria. O estudo foi realizado a partir da análise do tema Trigonometria nos livros: Matemática: uma nova abordagem de Giovanni & Bonjorno (2010) e Matemática: contexto & aplicações de Luiz Roberto Dante (2003). A análise dos livros possibilitou-nos constatar que estes apresentam situações que evidenciam a importância do desenho nas aulas de Matemática como uma ferramenta indispensável para que os alunos compreendam conceitos da Trigonometria.

Palavras-Chave: Desenho, Trigonometria, ensino e aprendizagem.

1. Introdução

A partir do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), realizado na Universidade Estadual da Paraíba no ano de 2010, onde desenvolvemos com os alunos do 2º ano do Ensino Médio, a construção de um material concreto para auxiliar na aprendizagem das Razões Trigonométricas, surgiu a curiosidade pelo ensino através do desenho e o desejo de pesquisar sobre o desenho no ensino e aprendizagem dos conceitos trigonométricos e também, a forma como os livros didáticos evidenciam as contribuições do desenho geométrico nos conceitos de Trigonometria.

As atividades desenvolvidas no PIBID serviram como suporte para iniciar o trabalho de conclusão de curso na Graduação. Ao ingressar na Especialização visualizamos a

possibilidade de interligar o ensino-aprendizagem de Trigonometria com o recurso do desenho, considerando que esta poderia ser importante ferramenta para auxiliar a aprendizagem dos conceitos trigonométricos, tendo em vista que o professor se utiliza de muitos gráficos e rabiscos para explicar as ideias pertencentes a este conteúdo.

Uma pesquisa envolvendo a importância do desenho geométrico na Matemática, tal como a realizada por Raymundo (2010) na dissertação intitulada: *Construção de Conceitos Geométricos: investigando a importância do ensino de Desenho Geométrico, nos anos finais do Ensino Fundamental*, levaram a autora a afirmar que:

O Desenho Geométrico pode ser considerado como a linguagem gráfica da Matemática. Com exceção dos aspectos aritméticos mais simples, as relações do Desenho Geométrico e a Matemática são tão intrínsecas que, na maioria dos casos, é impossível entender as leis matemáticas sem os recursos gráficos oferecidos pelo Desenho Geométrico. Sem ele seria impossível aprender os conceitos, as definições e as demonstrações indispensáveis ao entendimento das relações geométricas. Ele ainda exerce papel de facilitador na compreensão de muitos conteúdos de aritmética e álgebra (RAYMUNDO, 2010).

Diante dessas colocações, trazemos ao menos duas reflexões que a nosso ver são fundamentais para a definição do nosso objeto de estudo: primeiro que a Trigonometria apresenta um nível de aprendizagem insuficiente e segundo pela sua vasta aplicação no dia a dia como afirma Brasil (2007):

A trigonometria possui diversas aplicações práticas. Encontramos aplicações da Trigonometria na Engenharia, na Mecânica, na Eletricidade, na Acústica, na Medicina, na Astronomia e até na Música. Por exemplo, a trigonometria do triângulo retângulo nos permite realizar facilmente cálculos como: altura de um prédio através de sua sombra; distância a ser percorrida em uma pista circular de atletismo; largura de rios, montanhas etc; medida do raio da Terra, distância entre a Terra e a Lua.

Além disso, o desenho pode funcionar como um instrumento que auxilia o aluno a conhecer conceitos de maneira objetiva, uma vez que a visualização permitiria a compreensão de conceitos abstratos em alguns conteúdos de Matemática. Como recurso didático, o desenho pode ser uma forte contribuição para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo do aluno, contribuindo, então para uma possível melhoria no processo de ensino-aprendizagem de Trigonometria, uma vez que este auxilia na aprendizagem dos conceitos de forma mais clara.

Pelas razões citadas, surge o interesse de saber como estão sendo desenvolvidas as atividades relacionadas ao ensino de Trigonometria, a partir do seguinte questionamento: Até

que ponto os livros didáticos apresentam situações que evidenciem as contribuições do desenho geométrico para os conceitos de Trigonometria?

Nesse sentido, o estudo teve como objetivo geral investigar a utilização do desenho geométrico nas situações de Trigonometria presentes nos livros didáticos.

Para alcançarmos esse objetivo, estabelecemos alguns objetivos específicos, a saber:

- ❖ Identificar o uso do desenho nas definições de Trigonometria;
- ❖ Discutir a aplicabilidade do desenho como recurso importante para o ensino e aprendizagem de Trigonometria, a partir dos livros didáticos analisados;
- ❖ Verificar a contribuição do desenho para a resolução de situações-problema envolvendo a Trigonometria.

Nossa intenção envolveu, a partir destas leituras e da análise dos livros didáticos, verificar até que ponto os livros didáticos apresentam situações que evidenciem as contribuições do desenho geométrico para os conceitos de Trigonometria, bem como a sua importância a ser empregado como recurso didático.

2. Percurso metodológico

Quanto ao percurso metodológico trilhado, iniciamos a nossa pesquisa com algumas leituras de dissertações e de artigos que pudessem fornecer informações importantes para o nosso estudo com o intuito de identificar as pesquisas já realizadas tanto sobre o uso do desenho quanto no que se refere ao uso do desenho na trigonometria, tais como: Construção de Conceitos Geométricos: investigando a importância do ensino de Desenho Geométrico, nos anos finais do Ensino Fundamental (RAYMUNDO, 2010); Dificuldades no Processo Ensino Aprendizagem de Trigonometria por meio de atividades (GARCIA, 2006), entre outras.

Em seguida, realizamos também uma análise do capítulo referente a Trigonometria dos livros **Matemática: uma nova abordagem**, de Giovanni e Bonjorno (2010) e **Matemática: contexto & aplicações** de Luiz Roberto Dante (2003), com a finalidade de obter dados para o nosso estudo.

Nossa intenção envolveu, a partir destas leituras e da análise dos livros didáticos, verificar até que ponto os livros didáticos apresentam situações que evidenciem as

contribuições do desenho geométrico para os conceitos de Trigonometria, bem como a sua importância a ser empregado como recurso didático.

3. O desenho na Matemática

Matemática se define como uma ciência exata, formal, composta por axiomas, postulados, teoremas, corolários, lemas e proposições. É uma ciência que explora padrões. Em virtude de tanta formalidade, buscamos trazer para sala de aula recursos que auxiliem na exploração dos conceitos e que permitam aos alunos visualizar, na medida do possível, os objetos matemáticos. De acordo com Garcia (2006, p. 1).

A fórmula favorece o processo mecânico de resolução de problemas, porém pouco favorece a compreensão de conceitos. A visualização torna-se uma forma mais efetiva para uma melhor compreensão da matemática apesar da língua verbal e escrita ser a mais utilizada em sala de aula.

Os desenhos são instrumentos indispensáveis nas aulas de Matemática, uma vez que, eles ajudam no desenvolvimento do raciocínio, contribuindo no encadeamento de ideias e argumentos para o entendimento de enunciados, de explicações, de demonstrações, na perspectiva de Filho (2007).

Na Geometria, o desenho é uma ferramenta essencial para a construção de conceitos; explicação dos conteúdos; demonstração de propriedades, solução de problemas. Possibilita também, enxergar um objeto matemático, enquanto o professor explica algo em Geometria, buscando facilitar a aprendizagem nesse ramo da Matemática.

Para Raymundo (2010), o desenho ajuda a desenvolver também o raciocínio lógico dedutivo, resolver problemas, demonstrar propriedades, definir conceitos e desenvolver a capacidade de agregar conhecimentos.

A imagem, utilizada para ensinar conceitos matemáticos e abstratos, simplifica a aprendizagem dos conceitos tanto em Geometria como em outras áreas da Matemática. Visualizar o objeto é fundamental na construção de conceitos, (GARCIA, 2006).

4. O ensino de Trigonometria

A aprendizagem da Trigonometria, geralmente, é tratada como algo abstrato e de difícil aplicação onde são enfatizadas apenas as resoluções de cálculos algébricos e o excesso de formalismo, promovendo assim uma aula cansativa e pouco satisfatória por parte dos alunos que não pretendem seguir carreira nas ciências tecnológicas. Entretanto, é uma abordagem

crucial para a aprendizagem dos alunos. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNEM):

tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações [...] (BRASIL, 1999, p. 257).

Em contrapartida, quando exploramos na sala de aula as utilidades que a Matemática nos propõe no dia-a-dia, as aulas se tornam mais leves e passam a ser algo prazeroso para o alunado. Além de implementarmos nas aulas de Matemática às possibilidades de aplicação da Trigonometria no cotidiano, podemos inserir outros métodos didáticos que auxiliem na aprendizagem dos alunos.

É importante ressaltar que tais conteúdos em Trigonometria não devem deixar de lado a forma como foram construídos os conceitos e como se pode explorar as propriedades usando demonstrações, uma vez que, a Matemática dispõe desse mecanismo para encadear ideias e desenvolver a construção de outros conceitos matemáticos.

E ainda conforme os PCN,

Numa outra direção, as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1999, p. 44).

Portanto, aliar as habilidades e os conteúdos do desenho ao ensino da Geometria contribui para a compreensão de ideias e definições, bem como, também, torna o aluno capaz de interpretar uma demonstração e aplicar na resolução de exercícios e na resolução de problemas em Trigonometria.

5. O desenho na Trigonometria: uma análise

Ao analisar os livros didáticos percebemos que os autores apresentam o conteúdo de Trigonometria no ciclo trigonométrico em séries diferentes. Em Giovanni & Bonjorno (2010) o assunto é estudado no 1º ano do Ensino Médio, já Dante (2003) apresenta o conteúdo no 2º ano do Ensino Médio.

Os PCNEM (2002), documento orientador do Ensino Médio, apresenta uma orientação para que o estudo da Trigonometria seja trabalhado articulando-se os conceitos envolvidos às

aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico, enfatizando-se os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos. Segundo o PCNEM (2002):

Outro tema que exemplifica a relação da aprendizagem de Matemática com o desenvolvimento de habilidades e competências é a Trigonometria, desde que seu estudo esteja ligado às aplicações, evitando-se o investimento excessivo no cálculo algébrico das identidades e equações para enfatizar os aspectos importantes das funções trigonométricas e da análise de seus gráficos.

No documento, podemos observar que o texto trata apenas do desenvolvimento das habilidades e competências que o estudo da Trigonometria deve proporcionar ao aluno, nele não encontramos nenhuma especificação dos anos em que devem ser iniciados seus estudos.

5.1. Arco de Circunferência

Antes de iniciarmos a análise da definição de **arco de circunferência**, é importante definirmos circunferência e círculo, uma vez que os conceitos são diferentes e muitas vezes são confundidos como sendo conceitos iguais. Para Dante (2005, p. 214) no livro Tudo é Matemática, uma circunferência é "formada por todos os pontos de um plano cuja distância à um ponto dado (centro) é sempre a mesma". Neste mesmo livro o autor não define círculo, apenas representa a figura geometricamente.

Para Giovanni Jr. & Castrucci (2009, p. 327), no livro A conquista da Matemática, circunferência é "a figura geométrica formada por todos os pontos de um plano que distam igualmente de um ponto fixo desse plano" e círculo é "a reunião da circunferência com sua região interna", enquanto que para o Aurélio (2000, p. 156) "a circunferência é a linha curva que contorna uma área" e círculo é "o corte de uma esfera por um plano".

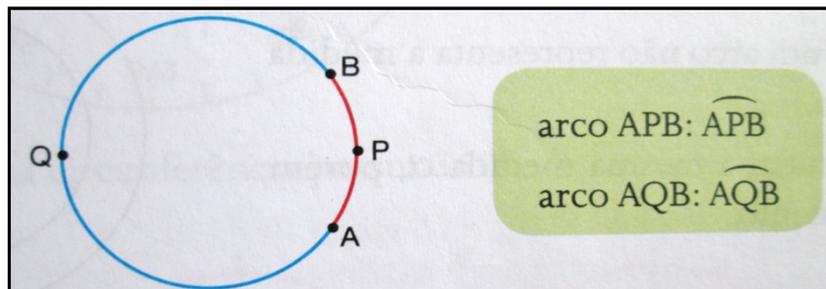
Notemos que as definições de círculo e circunferência apresentadas são definidas de maneiras distintas, mas que representam o mesmo objeto.

É importante ressaltar que o nosso estudo será voltado à circunferência e os demais elementos que são: arco, ângulo central, radiano e razões trigonométricas – seno, cosseno e tangente.

Como citamos na introdução deste capítulo, analisaremos elementos que consideramos relevantes para a aprendizagem de Trigonometria. Nessa direção, iniciaremos a análise destacando como os autores definem arco de circunferência.

Arco de circunferência, segundo Giovanni & Bonjorno (2010), no livro **Matemática: uma nova abordagem** “é cada uma das partes em que uma circunferência fica dividida por dois de seus pontos, sejam eles coincidentes ou não”. Após esta definição, o autor representou a definição citada conforme a figura abaixo (Figura 1).

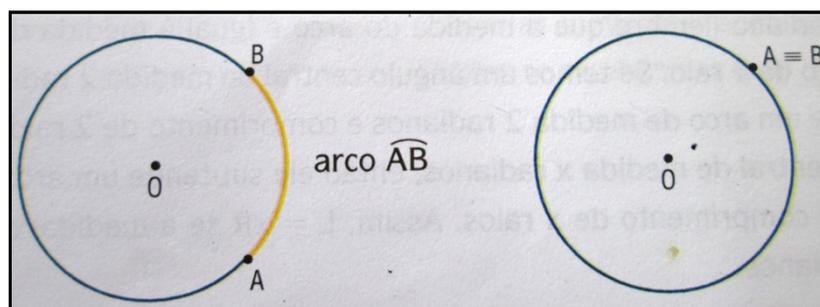
Figura 1- Arco de circunferência



Fonte : Matemática: uma nova abordagem, p. 313

Arco de circunferência ou arco geométrico, para Luiz Roberto Dante (2003, p. 27), no livro **Matemática: contexto & aplicações** “é uma das partes da circunferência delimitada por dois pontos, inclusive. Se os dois pontos coincidirem, teremos arco nulo ou arco de uma volta”. Em seguida, o autor representa a definição como mostra a Figura 2.

Figura 2 - Arco de circunferência e arco nulo



Fonte: Matemática: contexto e aplicações, p. 27

Observando a definição de **arco de circunferência** dado por Giovanni & Bonjorno, perguntamos: é possível entender essa definição apenas lendo-a?

Após lermos a definição, tentamos imaginar como seria representado um **arco de**

circunferência, desenhando uma circunferência e sobre esta situando os pontos. Concluímos que seria uma dificuldade compreender a definição apresentada sem o recurso do desenho, visto que o leitor não consegue visualizar o objeto definido sendo necessário usar a ilustração para compreendermos o que o autor quer dizer na definição citada. Daí a importância do desenho para representar esta definição.

Percebemos, a partir do desenho (Figura 1) que o arco foi dividido em duas partes, obtendo-se dois arcos de circunferência: **o arco APB e o arco AQB**. Desse modo, é possível perceber o que a definição quer dizer, quando fazemos alguma ilustração que represente algo que queremos mostrar.

Comparando a mesma definição de arco de circunferência apresentada pelo autor Luiz Roberto Dante, no livro **Matemática: contexto & aplicações** (2003), destacamos que é possível que o leitor imagine uma circunferência e faça as divisões delimitando os dois pontos que determinarão os dois arcos. Em seguida, como mostra a Figura 2, o autor constrói a definição utilizando o recurso do desenho.

Percebemos que a definição apenas lida não permite uma compreensão imediata, uma vez que, na Matemática os objetos são abstratos e quanto mais utilizarmos diferentes ferramentas para ajudar na compreensão, melhores serão os resultados para o entendimento do conceito estudado. Segundo Sant'anna & Sant'anna (2004, p. 19):

Recursos didáticos se constituem por materiais instrucionais que atuam positivamente na aprendizagem, são estimuladores e reforçadores da mesma. São elementos que instrumentalizam o aluno favorecendo o processo de assimilação, a criatividade, o desenvolvimento cognitivo, adaptando-o ao meio e à sua própria realidade.

Diante disso, entendemos que o desenho é um recurso metodológico, visto que promove o desenvolvimento cognitivo, a criatividade, a imaginação. Além disso, os recursos didáticos são ferramentas que podem proporcionar uma melhoria no ensino tanto da Trigonometria quanto de outros conteúdos em Matemática.

De acordo com Oliveira (2005), no contexto geométrico, a habilidade da visualização assume importância fundamental, pois, quando visualizamos os objetos geométricos passamos a ter controle sobre o conjunto das operações mentais tratados na Geometria ou na Trigonometria, não só no que se refere a resolução de exercícios, mas também, na compreensão de conceitos e definições.

Ao expressarmos nossos pensamentos no desenho estamos mostrando que o desenho

não é um recurso apenas visual, porém uma ferramenta que busca auxiliar na interpretação de enunciados, teoremas e outros. O desenho não é somente uma ilustração, mas algo de onde podemos retirar informações importantes para a aprendizagem.

5. Dados e resultados

No decorrer do nosso estudo, pudemos observar o porquê do desenho está inserido na Matemática, na Geometria e no nosso objeto de estudo que é a Trigonometria. O desenho ou até mesmo o esboço, possibilita a interpretação de dados e a condução do raciocínio.

As considerações feitas ao longo deste trabalho tinham a intenção de destacar até que ponto os livros didáticos apresentavam situações que evidenciassem as contribuições do desenho geométrico frente aos conceitos de Trigonometria, como forma de enfatizar a importância do desenho como recurso para o ensino e aprendizagem deste conteúdo.

Diante disso, analisamos os livros didáticos **Matemática: uma nova abordagem** de Giovanni & Bonjorno (2010) e **Matemática: contexto & aplicações** do autor Luiz Roberto Dante (2003) e observamos que os autores exploram o desenho para explicar as definições nos conteúdos de Trigonometria. Notamos também que em alguns casos o desenho se torna um recurso importante na resolução de um problema e em outros casos ele não é importante.

O desenho nas aulas de Matemática, se mostra uma ferramenta indispensável para que os alunos visualizem conceitos que foram ditos ou até para ilustrar uma demonstração de fórmulas trigonométricas ou de qualquer outro conteúdo tanto na Trigonometria, Geometria como também na Álgebra.

O desenho na Trigonometria pode não solucionar um problema, às vezes irá somente ilustrar ou poderá fornecer algum detalhe para solucionar um exercício, por outro lado ajudará na interpretação de definições ou conceitos. Nesse estudo, vemos que é importante o desenho ao se tratar de Trigonometria, uma vez que ele possibilita analisar tabelas, gráficos e circunferências. E ainda segundo Filho (2007, pág. 163),

Em diversas circunstâncias, reconhecemos o fato das figuras poderem “dizer” mais do que as palavras. Entretanto, é bom ficar atento, pois desenhos são apenas dispositivos usados para auxiliar, eles sozinhos não podem demonstrar coisa alguma. É necessário extrair deles as informações que precisamos.

É importante ressaltar que ao usar o desenho para demonstrar ou até mesmo orientar na resolução de algum problema, é imprescindível que este esteja bem realizado, pois uma

vez mal desenhado pode induzir ao erro. Não é necessário que seja um desenho artístico, mas que os elementos estejam bem dispostos. O desenho não só é aplicável na Trigonometria como também é indispensável, pois todo o seu estudo é representado por figuras geométricas e estas são necessárias para a construção do conhecimento geométrico, trigonométrico e matemático.

Observando a importância do desenho nos conteúdos de Matemática, em especial, na Trigonometria, acreditamos que seu uso pode ser eficiente para a compreensão de conteúdos em muitos outros ramos da Matemática, como por exemplo, a Álgebra. O grande desafio é tornar o desenho uma ferramenta que venha ser utilizada nas aulas de Álgebra, visto que por muitas vezes, seu ensino é baseado no excesso de cálculos algébricos.

Em síntese, partindo da observação feita nas análises dos livros didáticos, acreditamos que ao propor a inserção do desenho geométrico tanto na Trigonometria como em todos os conteúdos em Matemática, quando possível, ao invés de cálculos puramente cansativos, as aulas de Matemática podem tornar-se mais proveitosas e significativas ao alunado.

6. Referências

BRASIL. **Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Secretária de Educação Tecnológica – Brasília: MEC; SEMTEC. 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o ensino médio: Matemática.** Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 1999.

DANTE, Luiz Roberto Dante. **Matemática: contexto & aplicações.** 2 ed. v. 2. Editora Ática. São Paulo – SP, 2003.

DANTE, Luiz Roberto Dante. **Tudo é Matemática.** 2 ed. v. 2. Editora Ática. São Paulo – SP, 2005.

FILHO. Daniel Cordeiro de Moraes. **Um convite à Matemática.** EDUFCG – Campina Grande, 2007.

GARCIA, Luciane Maia Insuela. **A Visualização e a Representação Geométrica de Conceitos Matemáticos e suas Influências na Constituição do Conceito Matemático.** IGCE/UNESP – Rio Claro, 2006.

GIOVANNI, José Ruy; BONJORNO, José Roberto. **Matemática: uma nova abordagem.** 2 ed. v. 1. FTD: São Paulo, 2010.



GIOVANNI JÚNIOR, José Ruy; CASTRUCCI, Benedicto. **A Conquista da Matemática**. Ed. renovada. FTD: São Paulo – SP, 2009.

RAYMUNDO, Márcia Fonseca Soutello Moreira. **Construção de Conceitos Geométricos: investigando a importância do ensino de Desenho Geométrico, nos anos finais do Ensino Fundamental**. Dissertação de Mestrado. Universidade Severino Sombra. Vassouras, 2010.

RIVED. **Trigonometria**. Disponível em: <<http://rived.mec.gov.br/>>. Acesso em: 12 nov. 2013.

SANT'ANNA, Ilza Martins & SANT'ANNA, Victor Martins. **Recursos Educacionais para o Ensino: Quando e por quê?** Ed. Vozes, Petrópolis –RJ, 2004.