VIII-epbem
Desenvolvendo o Pensamento Matemático em Diversos Espaços Educativos
27 a 29 de Novembro
UEPB Campina Grande, Paraíba.
SBEM PB
2014

ADIÇÃO DE NÚMEROS DECIMAIS: O QUE A TUA ESCRITA ME DIZ?

GT 07 – Avaliação em Educação Matemática

Rosinalda Aurora de Melo TELES
Universidade Federal de Pernambuco
rosinaldateles@yahoo.com.br

RESUMO

Este texto tem como foco a análise da produção escrita de 33 graduandos em Pedagogia ao interpretarem o procedimento de resolução de uma criança no 3º ano do Ensino Fundamental, num problema de estrutura aditiva, do tipo composição, envolvendo números racionais na forma decimal. São identificados, nesta produção escrita, indícios de conhecimento do Conteúdo Específico, de acordo com L. Shulman (1987). Em relação à estratégia utilizada pela criança, a análise da produção escrita dos graduandos, apontou que ratificam dificuldades na ampliação dos domínios numéricos, especialmente na passagem dos números naturais para os racionais. Apontam para o fato dos alunos vislumbrarem o número com vírgula como sendo dois números distintos: um antes da vírgula e outro depois. Em relação à interpretação das hipóteses, destacam a ausência de conhecimento relacionado aos números decimais, ou dificuldades específicas relacionadas ao uso da vírgula pela criança.

Palavras- chaves: graduandos em pedagogia, conhecimento do professor, números decimais.

Introdução:

A partir da análise da produção escrita graduandos em Pedagogia, ao interpretarem o procedimento de resolução de uma criança no 3º ano do Ensino Fundamental, num problema de estrutura aditiva, envolvendo números racionais na forma decimal, identificamos indícios de conhecimento do Conteúdo Específico, de acordo com L. Shulman (1987). Assumimos neste texto, a avaliação como uma prática educacional e didática, um julgamento qualitativo sobre o processo de ensino e de aprendizagem. Este julgamento existe para auxiliar o professor na tomada de decisão quanto ao seu trabalho. Com base nestas reflexões, o profissional pode decidir se manterá o mesmo caminho em sala de aula ou se mudará o rumo de seu trabalho. Outro aporte é o da prática de ensino de matemática nos anos iniciais e as especificidades do conteúdo número racional. Pesquisadores e Educadores matemáticos concordam que a origem dos números racionais está relacionada a problemas de medida. Suas diferentes representações – fracionária, decimal ou percentual – também possuem razões históricas justificadas pelo desenvolvimento da matemática enquanto ciência e enquanto a ferramenta para resolução de problemas práticos. Neste trabalho, discutimos um pequeno recorte neste campo fértil, tendo como foco uma questão que envolve "representação decimal" dos números racionais, os procedimentos de resolução utilizados por uma criança do 3º ano do EF e como estudantes de Pedagogia interpretam este procedimento.

Discutiremos, a partir da análise da produção escrita destes graduandos, ou seja, professores em formação inicial, indícios de conhecimentos próprios do professor. Os diferentes tipos de conhecimentos necessários ao professor conforme L. Shulman (1987) são: conhecimento do conteúdo específico, conhecimento pedagógico do conteúdo e conhecimento pedagógico geral. Nosso foco é o Conhecimento do Conteúdo Específico, que conforme o autor refere-se ao conhecimento dos conteúdos específicos da matéria que o professor leciona. Inclui tanto as compreensões de fatos, conceitos, processos, procedimentos etc. de uma área específica de conhecimento quanto aquelas relativas à construção dessa área (MIZUCAMI, 2004,p.4).

1. Fundamentação Teórica

1.1. Número Decimal: um par de números?

Partimos do pressuposto que os domínios numéricos, sejam eles natural, inteiro ou racional, tratados em cada situação, demandam complexidades diferentes e crescentes, do pontos de vista epistemológico, conceitual e didático. No caso dos racionais e suas diferentes representações, a história da evolução do conceito aponta indícios e continuidades e rupturas. Sabe-se, por exemplo, que representações fracionárias (ou de frações ordinárias) são utilizadas e conhecidas deste os primórdios da civilização. O homem introduziu o uso de frações quando começou a medir e representar medidas, no entanto, no ensino, a passagem do domínio natural para o racional resulta em muitas dificuldades. Os racionais em sua representação decimal, por muito tempo foram empregados apenas para cálculos astronômicos em virtude da precisão proporcionada. No entanto, com aprimoramento das notações, simplificaram muito os cálculos e passaram a ser usados com mais ênfase após a criação do sistema métrico decimal.

Algumas questões interessantes e profundas poderiam ser tratadas neste texto: a representação decimal para frações decimais, quando foram criadas? Como chegou ao conhecimento do público em geral, extrapolando os muros das academias e os apontamentos de ilustres matemáticos? Qual a relação conceitual e histórica da notação decimal com o sistema decimal de medidas? No entanto, limitamo-nos a trazer apenas uma rápida reflexão, situando alguns aspectos históricos e didáticos.

Do ponto de vista histórico, os egípcios, usavam apenas frações que possuíam numerador 1 e denominador inteiro, por exemplo: 1/2, 1/3, 1/4, 1/5. No entanto, a fração 2/3 era considerada a fração geral representada pelo sinal hierático, utilizada como base para as operações fracionárias, não como uma regra elementar, mas sim como parte de um processo, que sem o uso da mesma seria incompleto. Então, para se obter um terço de um número, os egípcios primeiramente encontravam os dois terços, para em seguida, calcular a metade do valor obtido (BOYER, 2009).

Tais frações eram denominadas frações egípcias e ainda hoje têm muitas aplicações práticas. Outras frações foram descobertas pelos mesmos egípcios as quais eram expressas em termos de frações egípcias, como: 5/6=1/2+1/3.

Os babilônios usavam especialmente frações com denominador 60. É provável que o uso do número 60, e também da base sexagesimal, se deve ao fato deste número ser o menor do que 100 com maior quantidade de divisores inteiros. A quantidade de dias que correspondem a um ano, a quantidade de horas que formam um dia, os minutos, e segundos, possuem uma estreita relação com esta base. Os romanos, por sua vez, usavam constantemente frações com denominador 12, por ser um número que embora pequeno, possui um número expressivo de divisores inteiros, justificativa também aplicada à noção de dúzia, ícone da base duodecimal.

Sabe-se que os números decimais têm origem nas frações decimais. Historiadores destacam que a preocupação de matemáticos como Bürgi, Galileu e Stevin, com aspectos práticos da matemática, ou seja, a aplicabilidade da matemática em seus problemas, muitas vezes oriundos de suas práticas profissionais, ajudou o desenvolvimento das frações decimais.

No século XVI, François Viéte, embora se dedicando à matemática apenas como lazer, destacou-se pelo apelo a favor do uso de frações decimais em lugar de sexagesimais. De acordo com Boyer (2009), em 1579 Viète escreveu: *sexagesimais e múltiplos de sessenta devem ser pouco, ou nunca, usados, e milésimos e milhares, centésimos e centenas, décimos e dezenas, usadas frequentemente ou exclusivamente.*

Em 1585, uma recomendação ainda mais forte que a de Viète em favor da escala decimal para frações, tanto como para inteiros foi feita pelo principal matemático dos Países Baixos, Simon Stevin de Bruges (BOYER, 2009). Stevin sugeriu simplificações de cálculos e medidas através da utilização de números decimais. Seu livro "*A Disme*" ("O Décimo") apresenta uma nova notação para a representação decimal dos números, a qual permite efetuar todas as operações com frações decimais como se fossem números inteiros. A notação abaixo foi introduzida por Stevin e adaptada por John Napier, grande matemático escocês.

$$\frac{1437}{1000} = 1,\overset{1}{4}\,\overset{2}{3}\,\overset{3}{7}$$

Figura 1: notação de Stevin

Fonte: http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/fracoes/fracdec.htm

A representação dos algarismos decimais, provenientes de frações decimais, recebia um traço no numerador indicando o número de zeros existentes no denominador.

$$\frac{437}{100} = 4,\underline{37}$$

Figura 2:representação de algarismos decimais

FONTE:http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/fracoes/fracdec.htm

Este método foi aprimorado e em 1617 Napier propôs o uso de um ponto ou de uma vírgula para separar a parte inteira da parte decimal.

Boyer (2009) explica que Stevin não foi, em nenhum sentido, o inventor das frações decimais, nem o primeiro a usá-la sistematicamente. Na China antiga encontra-se um uso mais do que incidental de frações decimais, como também na Arábia medieval e na Europa do Renascimento. Quando Viète as recomendou diretamente em 1579 elas já eram geralmente aceitas pelos matemáticos que se encontravam nas fronteiras da pesquisa. Entre o povo em geral, no entanto, e mesmo entre praticantes de matemática, as frações decimais só se tornaram amplamente conhecidas quando Stevin se dispôs a explicar o sistema de modo elementar e completo. Ele queria ensinar a todos "como efetuar, com facilidade nunca vista, todas as computações necessárias entre os homens por meio de inteiros sem frações" (BOYER, 2009).

O uso da **vírgula** decimal para separatriz é atribuído a um cartógrafo chamado Giovani Antonio Magini em 1592, mas o ponto decimal só se tornou popular quando Napier o usou mais de vinte anos depois(BOYER, 2009). Na tradução em inglês de 1616 da *Descriptio* de Napier as frações decimais aparecem como hoje, com um ponto separando a parte inteira da fracionária. Em 1617, Napier propôs o uso de um ponto ou de uma vírgula como separatriz decimal. Dois anos depois, 1m 1619, o ponto decimal se tronou o padrão na Inglaterra.

De acordo com Boyer (2009), Stevin também chegou recomendar, sem triunfo na Inglaterra e na América do Norte, a adoção de um sistema decimal de pesos e medidas. Felizmente, ao longo dos anos, a contribuição de outros matemáticos mostrou que a utilização das notações decimais permite a utilização de algoritmos tão extraordinariamente simples que popularizaram totalmente a compatibilidade comercial do sistema métrico decimal.

Do ponto de vista didático, Brousseau (1981), diz que na edição de 1784 de determinada enciclopédia sobre matemática, o Padre Bossut apresenta os decimais como um par de números inteiros: "*ce sont des entiers avec une virgule servant représenter les mesures*". O aspecto fração decimal é relegado a um "apêndice". Uma quebra anuncia-se entre as frações decimais e os "decimais populares". Têm-se algoritmos tão extraordinariamente simples que vão permitir popularizar totalmente a compatibilidade comercial do sistema métrico decimal. No entanto, a concepção de número decimal como um par de números inteiros separados por uma vírgula conduz a numerosos erros como: 3,7 + 2,8 = 5,15 ou então: "o sucessor de 3,7 é 3,8" (BROUSSEAU, 1981).

Também conforme Cunha e Magina (2004), o número decimal é, em geral, trabalhado apenas quanto ao seu aspecto operacional em detrimento ao aspecto conceitual, ou seja, desvinculado da noção de medida. Deste modo os números racionais não são corretamente interpretados ou associados como resultado de medida discreta ou contínua, por exemplo, 8,4 m; 8º 24'; 8 h 36 min não são interpretados como sendo medida de comprimento, de tempo. Instrumentos importantes no processo de ensino aprendizagem, os livros didáticos relacionam a representação decimal com a divisão entre dois inteiros, denominando-os, em alguns casos, "números com vírgula". Para estas autoras (ibid), os alunos parecem entender número decimal como números naturais separados por vírgula, no entanto, esta compreensão não impede ao aluno a operacionalização com número decimal. Por outro lado, o entendimento do número decimal pelas crianças dá-se em função do contexto, por exemplo, o da medida, onde o racional tem sua origem histórica. Uma explicação para as dificuldades encontradas possivelmente deve-se ao fato de que a aprendizagem dos números racionais supõe rupturas com as ideias construídas para os números naturais e, portanto, demanda tempo e uma abordagem adequada.

2. **Procedimentos Metodológicos:**

Sabemos que a atribuição de notas ou conceitos é uma característica marcante das avaliações somativas, cujo objetivo é quantificar o conhecimento do aluno. Os instrumentos utilizados são aqueles que permitem identificar o erro ou o acerto, afinal, de acordo com Malheiros (2012), a ideia de quantificar conhecimentos construídos deve se refletir em um modelo que permita sua contagem.

Foram analisadas 33 produções escritas de graduandos em Pedagogia de uma universidade pública federal, resultantes de uma atividade na qual foram solicitados a analisar o processo de resolução de um problema envolvendo operação de adição com números racionais na forma decimal e arredondamento do resultado.

Na questão que analisamos, o professor atribui nota 0 (zero) à resolução do aluno. Embora não tenha sido proposta num instrumento de múltipla escolha, ou de questões de V ou F, parece não haver observação em relação ao raciocínio da criança. Por isso, como Malheiros (2012), questionamos

> Considerando que a solução de um determinado problema (qualquer problema) é fruto de um raciocínio específico, e que o objetivo de uma avaliação no contexto do ensino é identificar o nível de aprendizagem,

> seria possível avaliar apenas o resultado final, sem considerar o modelo de raciocínio utilizado? (MALHEIROS, 2012. P. 185)

Enquanto a avaliação somativa atribui uma nota ao desempenho do aluno, quantificando conhecimentos construídos, a avaliação formativa qualifica o que foi aprendido, ou seja, se preocupa em analisar os processos mais complexos da aprendizagem. Neste sentido, embora a questão que tomaremos como "objeto de análise" tenha sido proposta num teste com o objetivo de testar e medir (MALHEIROS, 2012), a aprendizagem de crianças num 3º ano do Ensino Fundamental, neste trabalho analisamos esta mesma atividade numa perspectiva diagnóstica, ou seja, analisamos como estudantes de Pedagogia identificam ou não, na estratégia utilizada pelo aluno, sua compreensão (ou não) sobre números racionais.

Foi apresentado aos graduandos o protocolo a seguir, selecionado em função de conter indícios da compreensão equivocada do número decimal como um par de números, evidenciada pelo procedimento de cálculo utilizado por um estudante do 3º ano do Ensino Fundamental. Queríamos, na perspectiva da avaliação como um diagnóstico, analisar como graduandos em Pedagogia identificam ou não, na estratégia utilizada pela criança, sua compreensão (ou não) sobre números racionais.

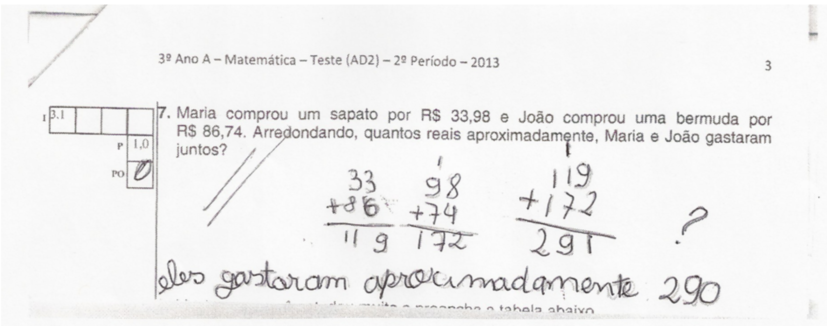


Figura 3: protocolo proposto para análise

A questão consiste num problema de estrutura aditiva do tipo composição envolvendo números racionais na forma decimal e solicita, além da adição, o arredondamento do resultado obtido. O contexto do problema – compra e venda de produtos – pode ser interpretado como um pretexto, uma vez que os preços atribuídos aos produtos são fictícios e por vezes impraticáveis socialmente, especialmente em relação aos trocos.

Os graduandos em Pedagogia foram solicitados a responder os seguintes questionamentos:

- Como você interpretaria a estratégia utilizada pelo estudante? Quais hipóteses você acha que ele formulou ao utilizar esta estratégia?

A etapa seguinte da pesquisa consistiu na análise das respostas dadas a estes questionamentos. Para analisá-las utilizamos a noção de análise do conteúdo de Bardin (2000), que consiste em

> "Um conjunto de técnicas de análise das comunicações, visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores quantitativos ou não, que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens" (p. 42).

Bem como o aporte da análise da produção escrita, pois segundo Cury (2007) "a análise das soluções apresentadas por estudantes pode ser tratada [...] como metodologia de pesquisa e de ensino".

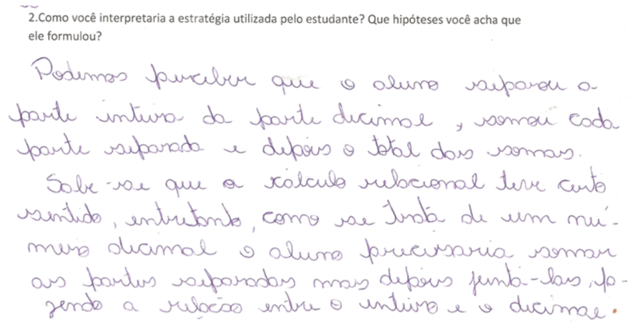
Foram construídas duas categorias básicas para análise das respostas:

- Interpretação das estratégias da criança
- Interpretação das hipóteses da criança

3.Resultados Obtidos:

Três atores foram essenciais para realização deste estudo: a criança, estudante do 3º ano do EF, que respondeu a questão proposta pelo professor numa avaliação de matemática; o professor, que corrige e atribui nota 0 (zero), à criança; e os graduandos em pedagogia, que analisam os procedimentos de resolução utilizados pela criança. Em relação à estratégia utilizada pela criança, a análise da produção escrita dos graduandos que, em sua maioria, já atua como professor, apontou que, ao interpretarem a estratégia da criança, ratificam dificuldades na ampliação dos domínios numéricos, especialmente na passagem dos números naturais para os racionais. Apontam para o fato dos alunos vislumbrarem o número com vírgula como sendo dois números distintos: um antes da vírgula e outro depois.

Das 33 produções analisadas 13 (39,4% do total) reconhecem que o estudante do 3º ano do ensino fundamental considerou a representação inteira e a decimal como duas representações diferentes, embora alguns deles sugiram que isto não está totalmente equivocado ou errado:



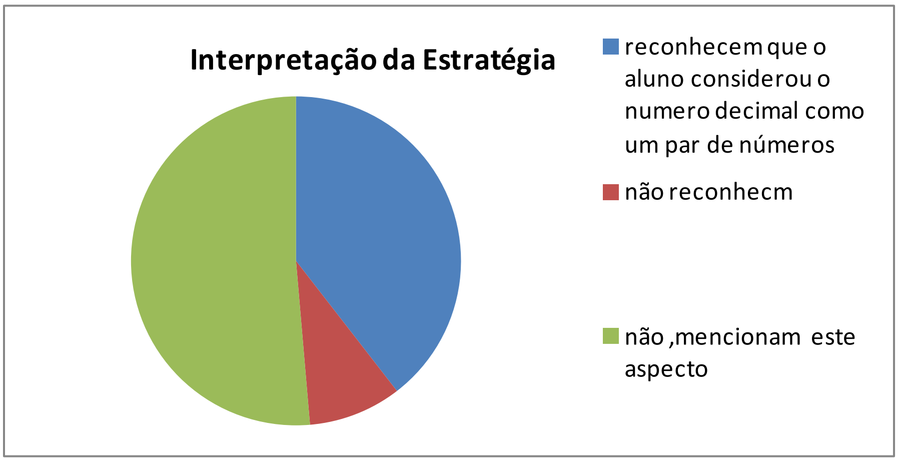
2.Como você interpretaria a estratégia utilizada pelo estudante? Que hipóteses você acha que ele formulou?

Podemos perceber que o aluno separou a parte inteira da parte decimal, somou cada parte separada e depois o total das somas.
Sabe-se que o cálculo relacional tem certo sentido, entretanto, como se trata de um número decimal o aluno precisaria somar as partes separadas mas depois juntá-las, fazendo a relação entre o inteiro e o decimal.

Figura 4: Produção escrita graduando pedagogia

Por outro lado, apenas 3 (9,1%) estudantes de Pedagogia não fazem este reconhecimento. Os outros 17 (51,2%) não mencionaram em suas análises este aspecto. O gráfico a seguir ilustra estes percentuais e acentua nossa preocupação em relação aos conhecimentos dos futuros professores sobre números decimais.

GRÁFICO 1: número decimal como dois números distintos



Em relação à interpretação das hipóteses, ao analisarmos quais hipóteses os estudantes de Pedagogia acham que a criança do 3º ano é capaz de formular, verificamos que 9 (nove) (27%) dos estudantes destacam claramente a ausência de conhecimento por parte da criança em relação aos números decimais:

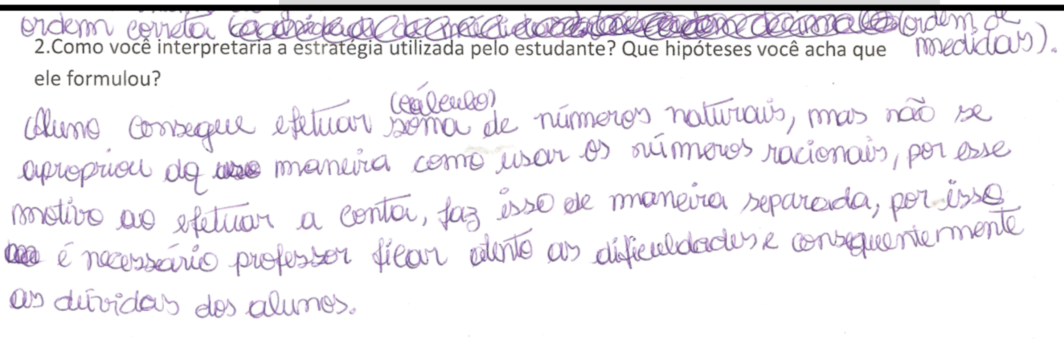

ordem correta (ordem de medidas).
2.Como você interpretaria a estratégia utilizada pelo estudante? Que hipóteses você acha que ele formulou?
Aluno consegue efetuar (cálculo) soma de números naturais, mas não se apropriou da maneira como usar os números racionais, por esse motivo ao efetuar a conta, faz isso de maneira separada, por isso é necessário professor ficar atento as dificuldades e consequentemente as dúvidas dos alunos.

Figura 5: Produção escrita graduando pedagogia

Como também dificuldades específicas relacionadas ao uso da vírgula:

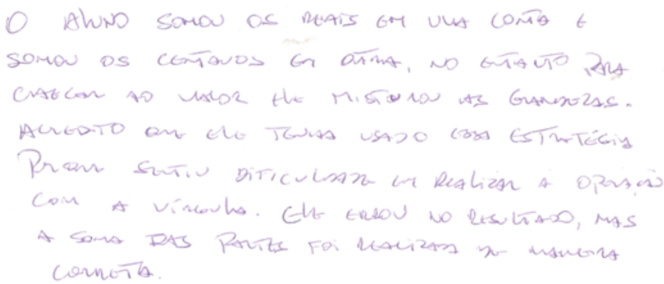

O ALUNO SOMOU OS REAIS EM UMA CONTA E SOMOU OS CENTAVOS EM OUTRA, NO ENTANTO PARA CHEGAR AO VALOR ELE MISTUROU AS GRANDEZAS. ACREDITO QUE ELE TENHA USADO ESSA ESTRATÉGIA PORQUE SENTIU DIFICULDADE EM REALIZAR A OPERAÇÃO COM A VÍRGULA. ELE ERROU NO RESULTADO, MAS A SOMA DAS PARTES FOI REALIZADA DE MANEIRA CORRETA.

Figura 6: Produção escrita graduando pedagogia

No entanto alguns estudantes de Pedagogia não demonstram conhecimentos sobre números decimais, inclusive considerando o resultado obtido pela criança "correto":

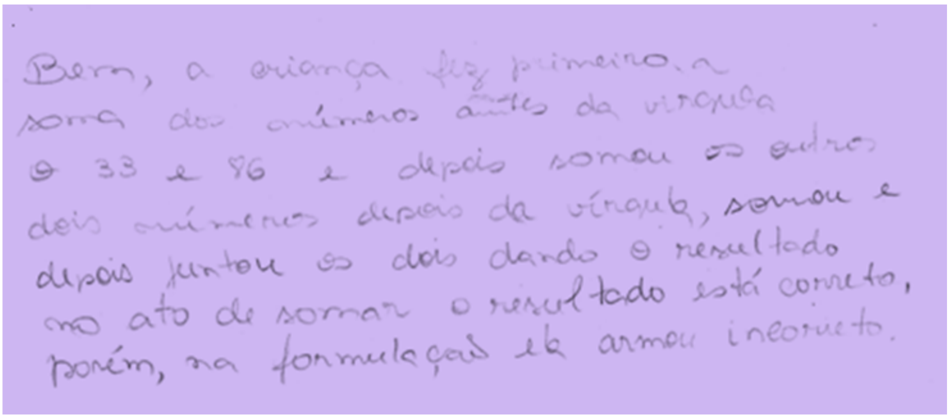

Bem, a criança fez primeiro a soma dos números antes da vírgula o 33 e 96 e depois somou os outros dois números depois da vírgula, somou e depois juntou os dois dando o resultado no ato de somar o resultado está correto, porém, na formulação ele armou incorreto.

Figura 7: Produção escrita graduando pedagogia

Também associam as hipóteses formuladas pela criança à compreensão da mesma em relação ao arredondamento.Outros atrelam as hipóteses que a criança formula a noção de arredondamento.

De modo geral, os resultados mostram que, embora os sujeitos reconheçam a dificuldade da criança no conteúdo específico número racional, eles mesmos demonstram dificuldades parecidas ao tentar interpretar as estratégias e hipóteses formuladas por ela, denotando ausência de conhecimento do conteúdo específico.

4.Considerações Finais:

Neste estudo poderíamos ter analisado a produção da criança em outras direções, por exemplo, na direção das dificuldades e obstáculos epistemológicos e didáticos relacionados ao conceito de números racionais na forma decimal, tendo como ator principal a criança; também poderíamos discutir a perspectiva da avaliação realizada pelo professor daquele 3º ano. No entanto, decidimos olhar para o conhecimento do graduando em pedagogia, ao analisar o protocolo. Pensamos que esta opção nos ajuda a refletir, tanto na direção da Educação Matemática, quanto na direção da Didática, como uma atividade que estrutura o trabalho docente, tendo, portanto, a avaliação um papel importante nesta perspectiva. Estudos como este podem, a nosso ver, contribuir para reflexão de professores e formadores de professores em processos de formação inicial e continuada e também na elaboração de propostas didáticas a serem efetivadas em salas de aula.

Apesar dos conteúdos matemáticos previstos para serem ensinados por estes pedagogos em formação, parecerem elementares para quem está cursando um curso superior e, por isto, claro, já vivenciou toda escolaridade básica, muitas dificuldades resistem. Pensamos que podem estar associadas, por um lado a uma escolaridade básica deficiente, onde conceitos e princípios matemáticos não são bem construídos, por outro à ausência de conhecimentos didáticos e pedagógicos, na linguagem de SHULMAN (1986): o conhecimento do conteúdo; o conhecimento pedagógico do conteúdo e o conhecimento curricular. Assim, não pode ser responsabilidade exclusiva de uma disciplina ou de uma carga horária resolver ou suprir este déficit de conhecimentos dos formandos.

5.Referências Bibliográficas:

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 2000.

BOYER, C.. História da Matemática. 3ª Edição. São Paulo: Editora Blucher, 2009.

BROUSSEAU, G. Problèmes de didactique des décimaux. Recherches en Didactique des Mathématiques, Grenoble, v..2, n. 1, 1981.

CUNHA, M. R. K.; MAGINA, S. M. P. A medida e o número decimal: um estudo sobre a elaboração de conceito em crianças do nível fundamental. Anais do VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. UFPE: Recife, 2004.

CURY, H. de N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos**. 2007. Coleção Tendências em Educação Matemática – Autêntica Belo Horizonte – MG.

MALHEIROS, B. T. Didática Geral. Série Educação. Org. Andrea Ramal. Rio de Janeiro: LTC, 2012.

MIZUKAMI, M. da G. N. **Aprendizagem da docência: algumas contribuições de L. S. Shulman.** in. Revista do Centro de Educação da UFMS. Vol. 29 n. 2, p 1-11, 2004

SHULMAN, L. S. **Knowledge and teaching: foundations of the new reform**. Havard Educational Review n. 57 (1), 1987. p. 1- 22.

http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/fracoes/fracdec.htm