

**A UTILIZAÇÃO DE UNIDADES DE MEDIDAS NÃO PADRONIZADAS  
ENVOLVENDO A GRANDEZA COMPRIMENTO: UM ESTUDO DE CASO EM  
TURMAS DOS 6º E 7º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

**Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Médio - GT - 10**

Daniele Aparecida Bezerra TAVARES  
Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão ( FaintVisa)  
*dannyelaaparecida@hotmail.com*

Pablo Egidio Lisboa da SILVA  
Faculdades Integradas da Vitória de Santo Antão (FaintVisa)  
*pabloegidio@gmail.com*

**RESUMO**

Este trabalho buscou investigar, a partir de um questionário diagnóstico, as dificuldades que um grupo de estudantes do 6º e 7º Anos, de três escolas de Pernambuco, apresenta diante de situações onde o cálculo do comprimento de figuras planas é proposto sem que haja a utilização de unidades de medidas padronizadas. Como aporte teórico, fundamentou-se nos Campos Conceituais de Vergnaud e nas Situações Didáticas de Brousseau (2008). Quanto aos aspectos metodológicos, a pesquisa teve como propósito identificar de que maneira as variáveis de mudanças de unidade de medida, a disposição das figuras dentro e fora da malha e o campo visual da figura na malha interferem nos esquemas de ação dos sujeitos enquanto invariantes operatórios. Após as análises da investigação pôde ser observado que grande parte dos estudantes envolvidos na pesquisa não compreendem o conceito de comprimento (perímetro).

**Palavras- chaves:** Unidades de Medidas não Padronizadas, Grandezas e Medidas, Invariantes Operatórios.

**1 Introdução**

As grandezas e medidas estão muito presentes em nosso cotidiano, mas em geral não nos damos conta desse fato. A comparação de uma grandeza com certa unidade dessa mesma grandeza é tão remota na história da humanidade como a necessidade de contar. Em 1997, com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), as Grandezas e Medidas foram eleitas como um dos quatro grandes blocos de conteúdo que permeiam a formação escolar matemática no Ensino Fundamental - os outros três blocos foram assim determinados: Números e Operações, Espaço e Forma e Tratamento da Informação. Essa reorganização curricular, proposta pelos Parâmetros, representou um avanço, mas – na

tentativa de alavancar do segundo plano nas salas de aula brasileiras o estudo das grandezas – o que se observa no dia-a-dia letivo é que a compreensão do conceito de grandeza de acordo com Lima & Bellemain (2002, p.8), “reveste-se de inevitáveis dificuldades”, que ocasionam uma abordagem medíocre e superficial desse assunto nas aulas, acarretando aos estudantes, dificuldades em compreender que medir é comparar e que há a necessidade de uma unidade padrão para o cálculo. Diferentes avaliações do ensino realizadas no Brasil mostram que o desempenho dos estudantes é particularmente insatisfatório quando se trata de questões relativas a este campo. Tal fato, também observado em outros países, indica que ainda há um bom caminho a ser percorrido até podermos compreender melhor todos os aspectos associados ao estudo das grandezas e medidas no Ensino Fundamental. (LIMA e BELLEMAIN, 2010). De acordo com Brasil (1997), o trabalho com medidas dá oportunidade para abordar aspectos históricos da construção desse conhecimento, uma vez que, desde a Antiguidade, praticamente em todas as civilizações, a atividade matemática dedicou-se à comparação de grandezas. O estudo das medidas de comprimento, em particular, além de compor o acervo de conhecimento necessário ao exercício da cidadania, tem também um papel relevante dentro da própria matemática.

No ensino é importante que se dê oportunidade ao estudante de efetuar medições de forma intuitiva, com o emprego de unidades não-convencionais e próximas de seu dia a dia. No âmbito teórico pedagógico a proposta foi norteadada pela Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, enquanto que no didático pela teoria das situações Didáticas de Guy Brousseau e trabalhos de Douady e Perrin-Glorian, tais teorias juntamente com as grandezas e medidas constituem os pilares para o desenvolvimento deste trabalho.

## 2 Breve Relato Histórico Sobre Grandezas e Medidas

As grandezas e medidas aparecem como um dos “blocos” de conteúdos denominados pelos Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática, BRASIL/MEC (1998, p. 51). Esse bloco – grandezas e medidas - é considerado não só como o articulador dos conteúdos matemáticos, mais também como aquele que faz a relação da matemática com o cotidiano. O tema Grandezas e Medidas desempenha papel importante nas Diretrizes Curriculares de Matemática e permeia todas as séries dos ensinos Fundamental e Médio. Segundo Silva

(2004), desde as primeiras civilizações, as medidas se tornaram a linguagem fundamental à realização dos negócios no mundo do comércio. Elas podem ser consideradas um dos principais fatores que sustentaram e fortaleceram as sociedades pelas relações estabelecidas por meio das compras e vendas, pela criação dos padrões que mensuram a produção e pelo suporte dimensional para as ciências e a tecnologia. Godoi e Guirado (2009) relatam que a padronização das medidas aconteceu durante a Revolução francesa.

### 3 Abordagem sobre a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud

A Teoria dos Campos Conceituais, elaborada pelo professor e pesquisador francês Gerard Vergnaud, é uma teoria cognitivista, que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas. Essa teoria busca fornecer um quadro teórico para analisar a formação e o funcionamento dos conceitos.

Para dar sustentação ao pressuposto tratado a seguir buscou-se aporte na referida teoria de Vergnaud (*apud* Moreira, 2002) por considerar que esta teoria melhor se enquadra nos propósitos e preocupações didáticas deste estudo, ou seja, entender melhor as dificuldades dos estudantes no progressivo domínio de um dado campo conceitual.

Há de se considerar que no ato da aquisição de uma dada ideia existem outros fatores que não estão vinculados apenas a estrutura do conhecimento propriamente dito, mas também a aspectos relacionados a natureza do pensamento do aprendiz, como por exemplo, as relações de significação que ele constrói e que são geralmente guiadas por hipóteses, analogias, metáforas estabelecidas a partir do reconhecimento das ideias que já se possuía e que por isso interferem sobremaneira na compreensão de novos conhecimentos. Segundo Moreira (2002, p. 8), de acordo Vergnaud, um Campo Conceitual é um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição. Dentro da referida teoria Vergnaud define um conceito como sendo uma tríade de três conjuntos, composta de um conjunto de *Situações* (S) que dão sentido ao conceito, de um conjunto de *Invariantes* (I) (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a

operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e denominar as situações do primeiro conjunto e o conjunto de *Representações Simbólicas* (R) (linguagem natural, gráficos e diagramas, sentenças formais, tec.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (MOREIRA, 2011, p. 210). De acordo com a teoria dos campos conceituais, considerou-se o conceito de comprimento como tríade de acordo com Brito e Bellemain (2004), ou seja:

- i) S: Conjunto de situações que dão sentido ao conceito de comprimento - a referência;
- ii) I: Conjunto dos invariantes operatórios subjacentes à ação dos sujeitos no tratamento de situações envolvendo comprimento - o significado;
- iii) R: Conjunto das representações Linguísticas e não Linguísticas usadas para representar simbolicamente o conceito de comprimento, suas propriedades, as situações associadas a ele e os procedimentos de tratamento dessas situações - o significante.

Isso significa que para estudar o desenvolvimento e uso de um conceito, ao longo da aprendizagem ou de sua utilização, é necessário considerar esses três conjuntos simultaneamente, razão essa pela qual Vergnaud fala em campo conceitual.

Segundo Almouloud (apud Facco, 2003) um teorema-em-ação designa as propriedades tomadas e utilizadas pelo aprendiz, em situação de solução de problema sem que ele esteja necessariamente capaz de explicá-las ou justificá-las. Não obstante, há uma relação dialética entre conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, uma vez que conceitos são ingredientes de teoremas e teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Mas seria um erro confundi-los. Conceitos-em-ação são ingredientes necessários das proposições. Mas conceitos não são teoremas, pois não permitem derivações (inferências ou computações); derivações requerem proposições. Proposições podem ser verdadeiras ou falsas; conceitos podem ser apenas relevantes ou irrelevantes. Ainda assim não existem proposições sem conceitos (MOREIRA, 2011).

Reciprocamente, não há conceitos sem proposições, pois é a necessidade de derivar ações das representações do mundo e de ter concepções verdadeiras (ou pelo menos adequada) do mundo que tornam necessários os conceitos. No entanto, em geral, os estudantes não são capazes de explicar ou mesmo expressar em linguagem natural seus teoremas e conceitos-em-ação. Na abordagem de uma situação, os dados a serem trabalhados e a sequência de cálculos a serem feitos dependem de teoremas-em-ação e da identificação de diferentes tipos de elementos pertinentes. A maioria desses conceitos e teoremas-em-ação permanecem totalmente implícitos, mas eles podem também ser explícitos ou tornarem-se explícitos e aí entra o ensino: ajudar o estudante a construir conceitos e teoremas explícitos, e cientificamente aceitos, a partir do conhecimento implícito. Daí a importância do papel do professor enquanto mediador no longo processo progressivo de domínio de um campo conceitual pelo estudante, o que também caracteriza a forte influência vygotskyana nesse marco teórico.

#### **4 Breve Caracterização das Situações Didáticas de Brousseau**

Na perspectiva da didática da matemática, a aquisição de conhecimentos depende essencialmente das características das situações nas quais os sujeitos são colocados. Cada conhecimento matemático tem pelo menos uma situação que o caracteriza e o diferencia dos demais (BROUSSEAU, 2008, apud PESSOA, 2010). A teoria das Situações Didáticas reflete sobre a forma com que se pode conceber a apresentar o conteúdo matemático ao estudante, visando uma educação mais significativa para este. Uma situação didática é formada pelas relações pedagógicas estabelecidas em sala de aula entre o professor, o estudante e o conhecimento matemático. Com as situações adidáticas, por outro lado, pode-se compreender a interação entre o ambiente escolar e o espaço maior da vida, quando um resolve de forma independente uma situação que foge ao controle do professor. A forma didática com a qual o conteúdo é apresentado ao estudante influencia fortemente o significado do saber escolar matemático que este terá. Neste sentido, temos a noção de situação didática, fundamental na teoria de Brousseau (FREITAS, 2002, p.67).

No que diz respeito às variáveis, um diagnóstico importante para identifica-las em uma pesquisa é determinar quais valores pode assumir e que consequências pode haver sobre

estratégias possíveis. Valores atribuídos à determinada variável podem conduzir o estudante a procedimentos corretos e/ou favorecer o aparecimento de conhecimentos fora de seu domínio de validade. Entende-se que as variáveis didáticas (e seus respectivos valores) constituem importantes ferramentas que auxiliam na análise das situações de aprendizagem. São consideradas variáveis didáticas aquelas nas quais, a alteração de seus valores proporciona modificações nas estratégias consideradas ótimas utilizadas pelo estudante, para resolver problemas. O termo variável didática na Teoria das Situações Didáticas proposta por Brousseau pode ser entendido como aquele com qual a mudança de valores provoca modificações nos procedimentos ótimos o que a torna um ponto importante no estudo de modelos de aprendizagem (ALMOULOU, 2007). Para Brousseau (2008, p. 35), variável cognitiva é aquela que se encontra em uma situação tal que, pela escolha de valores diferentes, pode alterar o conhecimento ótimo e entre as variáveis cognitivas aparecem, as variáveis didáticas que são as que o professor pode determinar.

Santos e Bellemain (2007, apud PESSOA, 2010) destacam a importância da variável didática na categorização de problemas matemáticos apontando que:

“... a variável didática é uma ferramenta importante na categorização dos problemas matemáticos a serem propostos aos alunos, na elaboração de problemas adaptados para desestabilizar regras de ação errôneas, na escolha de problemas que contribuam significativamente para a aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, inclusive nos erros cometidos” (SANTOS e BELLEMAIN, 2007, apud PESSOA, 2010).

## 5 Objetivo Geral

Analisar a partir de um questionário diagnóstico, aplicado no 6º e 7º Ano do Ensino Fundamental, que fatores dificultam no cálculo e/ou comparação do comprimento (contorno) de figuras planas, através dos procedimentos utilizados pelos estudantes na resolução de atividades que utilizam unidades de medidas não padronizadas.

## 5.1 Objetivos Específicos

- \* Analisar as dificuldades apresentadas pelos estudantes na resolução de atividades com a influência das variáveis envolvidas;
- \* Compreender que tipos de contribuições as unidades de medidas não padronizadas proporcionam ao ensino e a aprendizagem de medidas de comprimento de figuras planas;
- \* Identificar os procedimentos utilizados por estudantes do 6º e 7º Ano do ensino fundamental na resolução de atividades de cálculo e/ou comparação do contorno de figuras planas com unidades de medidas não padronizadas.

## 6 METODOLOGIA

Esse estudo foi dirigido a estudantes do 6º e 7º Ano do Ensino Fundamental, com o intuito de investigar fatores que dificultam no cálculo e/ou comparação do comprimento (perímetro) de figuras planas, através dos procedimentos utilizados pelos estudantes na resolução de atividades que utilizam unidades de medidas não padronizadas. O Instrumento de pesquisa aplicado, para levantamento do diagnóstico foi composto por oito itens que contemplam as diferentes variáveis relacionadas ao cálculo e/ou comparação do comprimento (contorno) de figuras planas, as quais foram aplicadas distribuídas em três folhas, numa sequência crescente de dificuldades. O campo de pesquisa envolveu três escolas da rede Privada de Ensino, localizadas na cidade de Vitória de Santo Antão. Tais Escolas agregam turmas do 1ª ao 9ª Ano do Ensino Fundamental, bem como, do 1º ao 3º Ano do Ensino Médio. O critério de escolha das escolas se deu, pelo motivo de uma melhor acessibilidade. A pesquisa mobilizou 100 (cem) estudantes dos 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental, distribuídos nas três escolas (escola A– 37 estudantes do 6º Ano; escola B – 30 estudantes dos 6º e 7º Anos juntos; escola C – 33 estudantes do 7º Ano). Em uma das turmas escolhidas, o conteúdo de comprimento ainda não havia sido trabalhado (e neste Ano ainda não havia sido trabalhado em nenhuma das três), mas este fato não contribuiu para que os estudantes se negassem a realizar a atividade. Vale salientar que durante os procedimentos metodológicos foram ditas algumas regras básicas como: - os estudantes deveriam responder as questões

individualmente, sem consulta quer seja em livro, caderno, colegas ou professores; - aos professores, observador e da sala, ficou vetado à possibilidade de responder às dúvidas dos estudantes diretamente, a não ser retornando com outras indagações do tipo “Você acredita que seja essa a resposta correta?”, “Como você imagina que seja essa resposta?” entre outras. Os estudantes levaram, em média, 1 hora para responder o instrumento diagnóstico.

## 7 Descrição das Análises e Resultado da Investigação

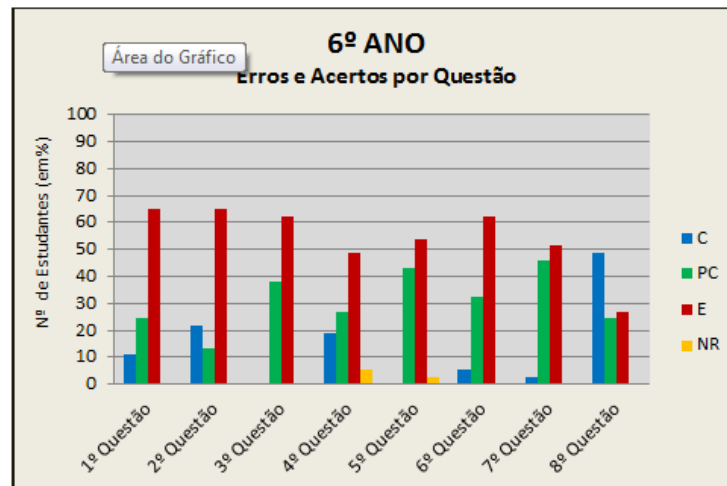
A pesquisa que realizamos contou com a colaboração de três escolas que denominamos de A, B e C. Cada estudante foi identificado por um código formado por uma letra (referente a escola) e um número de ordem, por exemplo A16, refere-se ao décimo - sexto estudante da escola A. Não houve pretensão de comparar os resultados obtidos entre as escolas nem generalizar os resultados deste estudo. A opção por mais de uma escola teve por objetivo diversificar a amostragem dos sujeitos.

Nos gráficos abaixo estão sendo apresentados os índices de acertos por questão do questionário investigativo em relação aos dos estudantes dos 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental. Tais procedimentos se deram, pela necessidade de uma maior possibilidade dos alunos em sua maioria terem estudado o referido assunto.

O gráfico abaixo apresenta os índices de acertos em forma percentual por questão dos estudantes do 6º Ano do Ensino Fundamental.



Gráfico 1: Referente aos dados obtidos, pelos estudantes do 6º Ano, no instrumento diagnóstico.



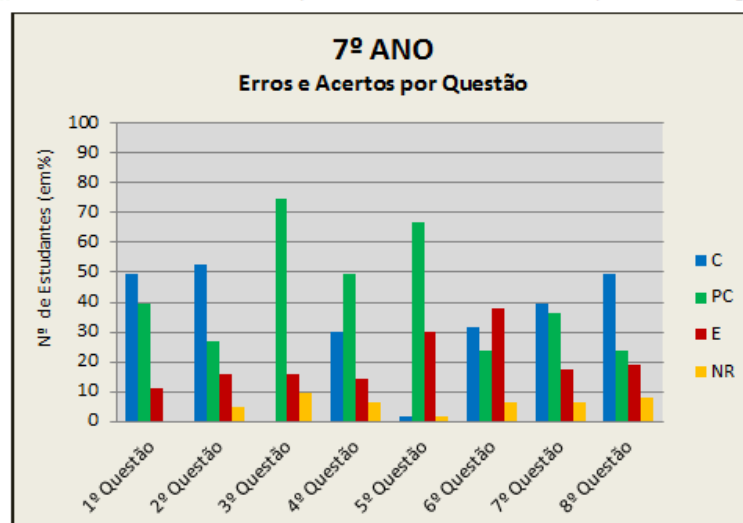
Fonte: Construído pelo autor.

Legenda: C: resposta correta      PC: resposta parcialmente correta  
E: resposta errada      NR: não respondeu

A partir da análise do **Gráfico 1** é possível verificar que um alto índice de erros nas sete primeiras questões e um bom percentual de acertos na oitava questão e de forma geral quase não houve ausência de respostas por parte dos estudantes do 6º Ano.

O **Gráfico 2** abaixo apresenta os índices de acertos em forma percentual por questão dos estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental

Gráfico 2: Referente aos dados obtidos, pelos estudantes do 7º Ano, no questionário diagnóstico.

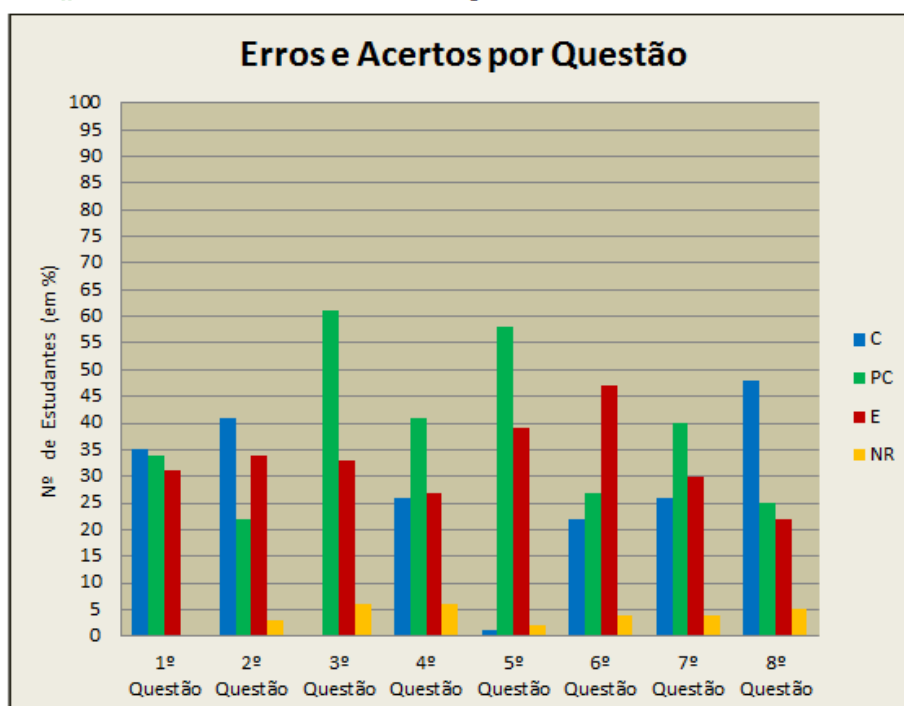


Fonte: Construído pelo autor.

A partir da análise do **Gráfico 2** é possível verificar que apenas na sexta questão o índice de erros foi maior que o índice de acertos ou acertos parciais, ou seja, os estudantes do 7º Ano obtiveram um melhor desempenho em relação aos estudantes do 6º Ano.

No gráfico abaixo são apresentados em forma percentual os índices de acertos por questão.

Gráfico 3: Refere-se aos dados do instrumento diagnóstico.



Fonte: Construído pelo autor.

A partir das análises dos resultados foi possível identificar que em nenhuma das escolas o percentual das questões corretas foi superior ou igual a 50% e no que diz respeito a incidência de ausência de respostas em um universo de 800 (oitocentas), 15% dos estudantes não responderam as questões, ou seja, no ato da investigação ficaram 30 questões sem respostas, onde três estudantes não responderam a questão 4, um não respondeu a questão 5, um não respondeu a questão 6, um não respondeu a questão 8, um não respondeu as questões 2 e 3, um não respondeu as questões 3 e 4, um não respondeu as questões 3 e 7, um não respondeu as questões 4 e 8, um não respondeu as questões 6, 7 e 8, um não respondeu as questões 3, 6, 7 e 8 e um estudante não respondeu as questões 2, 3, 4, 5,

6, 7 e 8. Vale salientar que, em nenhum momento foi mencionado, ou nos referimos a unidades de medidas convencionais, mesmo assim 13 estudantes usando inadequadamente a unidade de medida convencional “centímetro”. Na presente pesquisa foi possível identificar também que de um total de 34 questões com o uso inadequado do centímetro como unidade de medida, nove sujeitos utilizaram o centímetro na questão 1 e desses nove, seis desenvolveram o cálculo de forma correta, mas, erraram por utilizarem inadequadamente o centímetro como unidade de medida.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente pesquisa, dentro dos objetivos buscou-se alcançar cada questão presente no instrumento diagnóstico, isso possibilitou o entendimento de que os estudantes obtiveram um desempenho satisfatório, apesar da grande demanda de erros cometidos pelo mesmo. A forma didática com a qual o conteúdo foi apresentado aos sujeitos pesquisados influenciou no significado do saber escolar matemático que obtiveram. Foi percebida ainda, a existência de um alto grau de dificuldades dos estudantes em compreender que medir é comparar e que para isso, se faz necessário uma unidade padrão para efetuar a mensuração de uma determinada grandeza. Dentre os erros mais frequentes cometidos pelos estudantes destacam-se os equívocos entre área e perímetro, tais equívocos são demarcados por Perrot et al (1998, apud SILVA, 2004, p. 19) e Bellemain (2004). Quanto ao uso das variáveis foi percebido que vários dos sujeitos ainda não conseguem identificar o conceito de comprimento como grandeza (a ideia de perímetro enquanto grandeza), onde os valores atribuídos as variáveis apresentadas conduziram os estudantes a procedimentos corretos (ou incorretos) e/ou favoreceram ao aparecimento de conhecimentos fora de seus domínios de validade. A partir dos resultados obtidos na investigação é possível afirmar que o trabalho com unidades de medidas não padronizadas mostrou-se um recurso eficiente para o aumento do conhecimento dos conceitos de comprimento e perímetro durante o processo ensino aprendizagem de medidas de comprimento de figuras planas. Foi também possível perceber que o olhar sobre os dados obtidos, despertou o interesse em novas explorações no decorrer da investigação.

Isto se apoia nas concepções de Albuquerque (2011), em todo trabalho científico, ao término de uma etapa, o olhar sobre os dados obtidos, desperta o interesse em novas

explorações e ampliações dos problemas. Portanto, no presente estudo sugere-se que um estudo futuro envolva a busca pela caracterização dos problemas que causam as dificuldades do entendimento entre os conceitos de área e perímetro apresentados pelos estudantes do 6º e 7º Anos do Ensino Fundamental, visando o aprofundamento causas que acarretam tais dificuldades ou suas influências no que diz respeito ao desenvolvimento da pesquisa.

## REFERÊNCIAS

ALBUQUERQUE, Ademilton Gleison de. **A ideia de Semelhança nas Associações Entre Entidades da Geometria, em Livros de Matemática para o Ensino Fundamental.**

Dissertação (Mestrado em educação), 184 f. UFPE, Recife, 2011.

ALMOULOUD, SaddoAg . **Fundamentos da didática da matemática.** Paraná. Ed. UFPR, 2007.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: Matemática /Secretaria de Educação Fundamental.** – Brasília: MEC /SEF, 1998.

BRITO, Alexandra Felix de. BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Influência do Uso de Materiais Manipulativos na Construção da Grandeza Comprimento.** VIII ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. UFPE. EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Um compromisso social. Recife, 15 a 18 de julho de 2004.

BROUSSEAU, Guy. **Introdução ao Estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** São Paulo: Ática, 2008.

FACCO, Sonia Regina. **Conceito de área uma proposta de ensino-aprendizagem.** PUC, São Paulo, 2003.

FREITAS, José Luiz Magalhães. Situações Didáticas. In: MACHADO, Silva Dias A. **Educação Matemática: uma introdução.** 2ª Ed. São Paulo: EDUC, 2002, 65-87.

GODOI, Ângela Maria da Silva e GUIRADO, João César. **Grandezas e Medidas do Cotidiano no Contexto Escolar.** Maringá, 2008.

LIMA, Paulo Figueiredo. BLLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Coleção Explorando o Ensino. Matemática: Ensino Fundamental / Coordenação João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho.** - Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Volume 17, 2010.



MOREIRA, Marco Antônio, 1942. **Teorias de Aprendizagem / Marco Antônio Moreira.** – 2. ed.ampl. – São Paulo: EPU, 2011.

MOREIRA, Marco Antônio. Investigações em Ensino de Ciências – V7(1), pp. 7-29, 2002. **A Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, o Ensino de Ciências e a Pesquisa Nesta Área. (Vergnaud's conceptual fieldtheory, scienceeducation, andresearch in thisarea).** Marco Antonio Moreira. Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, RS. 2002.

PEREZ, MARLENE. **GRANDEZAS E MEDIDAS: representações sociais de professores do ensino fundamental.** Curitiba, 2008.

PESSOA, Gracivane da Silva. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influência de algumas variáveis.** Dissertação (Mestrado em Educação), 141 f. UFPE, Recife, 2010.

SILVA, Marithiça Flaviana Florentino da. **Frações e grandezas geométricas: um estudo exploratório da abordagem em livros didáticos.** Dissertação (Mestrado em Educação), 176 f. UFPE, Recife, 2004.