

## ESTRATÉGIAS UTILIZADAS POR ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PARTILHA

Educação Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio  
(EMAIEFEM) - GT10

SILVA, Estevão Luis Paiva da  
Universidade Federal de Campina Grande  
*estevao\_paiva@hotmail.com*

ALMEIDA, Jadilson Ramos de  
Universidade Federal Rural de Pernambuco  
*jadilsonalmeida@hotmail.com*

### RESUMO

A presente pesquisa teve por objetivo investigar as estratégias utilizadas por alunos do 3º ano do ensino médio na resolução de problemas de partilha. O instrumento utilizado para coleta dos dados foi um teste no qual continha sete questões, com problemas de partilha. Segundo o encadeamento definido por Marchand e Bednarz (1999), os problemas de partilha podem ser classificados em: fonte, composição e poço. Deste modo, o teste continha uma questão inicial, seguida de dois problemas com encadeamento tipo fonte, dois tipo composição e dois tipo poço. Por fim, realizamos a análise dos dados coletados, constatando o desempenho e estratégias de base utilizadas pelos sujeitos do 3º ano do ensino médio e comparando os resultados com a pesquisa de Câmara e Oliveira (2010), a qual foi realizada com alunos do 6º ano do ensino fundamental. Os resultados obtidos mostraram que os sujeitos apresentam mais dificuldade na resolução dos problemas de partilha com encadeamento tipo poço da mesma forma que no estudo de Câmara e Oliveira (2010). Os resultados mostraram também que os alunos utilizam as mesmas estratégias de resolução, independente do ano de escolarização.

**Palavras-Chave:** Problemas de Partilha. Resolução de Problemas. Estratégias.

### INTRODUÇÃO

Ensinar matemática não é uma tarefa fácil quando o professor deseja alcançar sucesso e um significativo resultado no aprendizado do aluno. O ensino da álgebra, em particular, tem apontado, com base em dados de provas em larga escala, como o SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica), um baixo rendimento dos alunos em matemática. Quando atentamos a álgebra,

[...] essas mesmas avaliações mostram, desde a década de noventa, que as dificuldades dos estudantes, neste campo de conhecimento matemático, são ainda maiores, tendo em vista que o índice de acerto nos itens referentes à álgebra fica, muitas vezes, em torno de 40% em muitas das regiões brasileiras. (ALMEIDA, 2011, p.12).

Logo, percebemos que as dificuldades no ensino de álgebra não são pertinentes ao ensino atual, mas, que esse problema enfrentado por alunos se estende a alguns anos. Fato corriqueiro nas aulas de matemática é o ensinar por meio da reprodução e memorização de procedimentos algébricos, segundo Costa (2010, p.13) “[...] pensa-se que quanto mais o

sujeito conhecer os procedimentos algébricos melhor compreenderá como se resolve equações. O que não é verdade, como garantem os resultados de pesquisa em larga escala.”. Em particular, a álgebra como ramo da matemática tem se mostrado um campo da matemática bastante complicado para a assimilação dos alunos, tomando proporções maiores quando aplicado em problemas.

Resolver problemas algébricos é sempre um desafio para alunos em todas as etapas de ensino, e por vezes é visto como uma tarefa desestimulante que pouco lhe acrescenta conhecimento, segundo Lochhead e Mestre (1995, p.144) “pesquisas recentes indicam que muitos alunos parecem ter dificuldades enormes para resolver certos tipos de problemas algébricos bastante simples [...]” e esse fato se estende a todos os níveis de escolaridade, do ensino fundamental ao superior.

É comum pensarmos que alunos em séries mais avançadas tendem a ter mais facilidade de resolver problemas matemáticos, todavia, segundo Lochhead e Mestre (1995), as dificuldades para resolução de problemas de estrutura algébricas, não são inerentes a alunos que estão iniciando seus estudos em álgebra, mas também, alunos de níveis de escolaridade mais avançados e até mesmo de nacionalidades diferentes.

Parece, portanto, que o ensino nos Estados Unidos, em Israel e em Fiji – e, acreditamos, em quase toda parte – não oferece aos alunos oportunidades de aprender a interpretar sequências de símbolos matemáticos. Os alunos não aprendem a ler e a escrever em matemática! Essa omissão não só limita seu desempenho na resolução de problemas, como também os coloca em séria desvantagem quando se trata de aprender a manipulação simbólica das regras da álgebra. Sem a capacidade de interpretar expressões, os alunos não dispõem de mecanismos para verificar se um dado procedimento é correto. Assim, muitas vezes eles têm de recorrer a lembranças dos procedimentos automatizados para resolver problemas. (LOCHHEAD; MESTRE, apud ALMEIDA, 2011, p.12).

Diante desse cenário surge as seguintes questões, que iremos responder nesse artigo, Quais as estratégias utilizadas por alunos do 3º ano do ensino médio na resolução de problemas de partilha? Qual a relação entre as estratégias utilizadas por alunos do 3º ano do ensino médio e as utilizadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental?

## **1. PROBLEMA DE PARTILHA**

Os problemas de partilha, de acordo com Almeida (2011, p. 39), “caracteriza-se por ter um valor conhecido que será repartido em partes desiguais e desconhecidas, ou seja, nesse tipo de problema, tem-se uma quantidade total conhecida e essa quantidade é repartida em outras partes desiguais e desconhecidas”. Sendo assim, os problemas de partilha, são definidos como problemas algébricos, notamos que, de acordo com Gama (2003), problemas

algébricos são aqueles em que há relações entre os elementos do enunciado. Seguindo a mesma linha de raciocínio de Gama (2003), Marchand e Bednarz (1999) se referem a um problema de estrutura algébrica quando temos a necessidade de estabelecer relações entre as informações do enunciado do problema para converter em uma equação. Em nossa pesquisa adotamos como definição de problemas de estrutura algébrica a caracterização dada por Marchand e Bednarz (1999).

Segundo Câmara e Oliveira (2010), nos problemas de partilha,

aparecem relações entre os dados (incógnitas) e uma quantidade total (conhecida), que é expressa em função de suas diferentes partes (desconhecidas). Entre essas partes são estabelecidas relações de comparação, levando a uma composição dessas relações. (p.3).

Podemos observar o exemplo de um problema de partilha no exemplo a seguir:

**Exemplo 1.** *Antônio, Paulo e Mario têm, juntos, R\$ 280,00. Paulo tem o dobro de dinheiro de Antônio e Mário tem R\$ 40,00 a mais que Antônio. Quantos reais têm cada um?*

Podemos observar que no problema de partilha há uma quantidade total conhecida, que no exemplo supracitado é expressa por, “*juntos têm, R\$ 280,00*”. A partir dessa quantidade o aluno terá que estabelecer relações entre as informações do enunciado para a construção de uma equação.-

De acordo com Marchand e Bednarz (1999) os problemas de partilha podem ser classificados levando em consideração o “*número de relações*”, a “*natureza das relações*” e o “*encadeamento das relações*”.

No **exemplo 1** temos um problema de partilha com duas relações, no qual a sentença, “*Paulo tem o dobro do dinheiro de Antônio*”, expressa a primeira relação e “*Mário tinha R\$ 40,00 a mais que Antônio*” a segunda relação. Quando nos referimos a *natureza das relações* fazemos menção as operações envolvidas nele, que pode ser de natureza aditiva – adição/subtração – ou de natureza multiplicativa – multiplicação/divisão –, no exemplo anterior, temos na expressão “*Paulo tinha o dobro*” uma relação de natureza multiplicativa e na expressão “*Mário tinha R\$ 40,00 a mais*” temos uma relação de natureza aditiva.

Quanto ao encadeamento das relações os problemas de partilha podem ser do tipo *fonte, composição e poço*.

De acordo com Câmara e Oliveira (2010, p. 4), “no problema tipo fonte as relações envolvidas são geradas a partir de uma mesma grandeza.”, em um problema tipo composição as relações são estabelecidas em sequência, já os problemas com encadeamento tipo poço as relações convergem para um dos dados do problema.

No exemplo 1 temos um problema de partilha tipo fonte, no qual a fonte fixa é a quantidade de reais de Antônio.

Vejamos agora um exemplo de um problema de partilha cujo encadeamento é do tipo composição.

**Exemplo 2.** *Maria, José e João colheram 425 unidades de laranjas e querem repartir entre si. José quer receber 55 laranjas a mais que Maria e João por sua vez, quer receber o dobro de José. Com quantas laranjas cada um irá ficar?*

Notemos que, nesse problema, a relação acontece em sequência, sendo que, tomamos como quantidade fixa, Maria, representada no esquema acima por “ $X$ ”. As demais relações do problema seguem em sequência, dizer que “José quer receber 55 laranjas a mais que Maria” é representar essa situação por “ $X+55$ ” e dizer que “João por sua vez, quer receber o dobro de José”, é representar essa situação por “ $2(X + 55)$ ”.

Em um problema de partilha cujo encadeamento é do tipo poço, temos a seguinte situação:

**Exemplo 3.** *Fernando teve que adquirir 272 espécies de peixes para colocar em três aquários A, B e C. Ele colocou os peixes nos aquários da seguinte forma: O aquário B tem o triplo do A e 50 peixes a mais que o aquário C. Quantos peixes têm em cada aquário?*

Percebemos que nesse problema as relações convergem para Marcelo. Entretanto, para fazer a conversão da linguagem natural do problema para uma representação algébrica, o aluno terá que perceber a necessidade de tomar a operação inversa expressa no enunciado e ainda descobrir que o aquário B é uma fonte fixa do problema representado por “ $X$ ” e daí estabelecer as demais relações do problema. A expressão do problema “O aquário B tem o triplo do A” está se referindo a quantidade de peixes que o aquário B receberá em relação ao aquário A, deste modo, o aluno, deveria representar a sentença tomando a operação inversa, ou seja, representando-a por “ $X/3$ ”. Na expressão “50 peixes a mais que o aquário C” o aluno terá que estabelecer a operação inversa, representando-a por “ $(X - 50)$ ”, tendo no final uma representação algébrica do enunciado do problema.

### 1.1. ESTRATÉGIAS UTILIZADAS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PARTILHA.

Nossas referências de estratégias de resolução de problemas de partilha estão baseadas nas estratégias identificadas na pesquisa realizada por Câmara e Oliveira (2010), cujo objetivo foi investigar as estratégias utilizadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas de partilha. Os resultados apresentados por eles serão relevantes para

nossa pesquisa, uma vez que, faremos uma comparação com os nossos resultados, salientando que, ambas foram realizadas em esferas de ensino diferentes, ou seja, a dos autores supracitados no ensino fundamental, e esta, no 3º ano do ensino médio.

Os participantes da pesquisa de Câmara e Oliveira (2010) utilizarão cinco estratégias diferentes para resolver os problemas de partilha propostos no teste. A seguir temos essas estratégias.

- ✓ **Atribuir valores (AV):** os alunos “atribui determinado valor a uma das incógnitas, aplicando então as relações para determinar o valor das outras incógnitas.” (CÂMARA; OLIVEIRA, 2010, p.6). Neste caso, os autores mencionam que por vezes os alunos se preocupam em verificar se o resultado encontrado, por meio dessa estratégia, esta de acordo com o que o problema propôs, outros nem se quer verificam.
- ✓ **Dividir por três (D3):** dada a quantidade total expressa no problema, os alunos interpretam a partilha como se a mesma fosse dividida em partes iguais, tomam a quantidade do problema e a dividem pelo total de incógnitas, de modo que, geralmente, a primeira incógnita se torna a fonte do problema e por meio dela se faz a relação para a obtenção das outras incógnitas. Neste caso, Câmara e Oliveira (2010) destacam que esse tipo de estratégia é mais adotado em problemas tipo composição.
- ✓ **Estratégia algébrica (AL):** a estratégia de resolução algébrica se estabelece quando o “sujeito parte do total para determinar o valor das incógnitas, identificando as relações entre elas” (CÂMARA; OLIVEIRA, 2010, p.7).
- ✓ **Quantidade total como fonte (TF):** “consiste em associar o total do problema ao valor de uma das incógnitas” (CÂMARA; OLIVEIRA, 2010, p.8). Quando o aluno se apropria desse tipo de estratégia de resolução, o mesmo assume o total como o valor de uma das incógnitas e estabelece as outras relações com as incógnitas restantes do problema.
- ✓ **Efetuar um cálculo qualquer (CQ):** expressa quando os alunos não conseguem associar os dados com o enunciado do problema e acabam efetuando um cálculo aleatório para conseguirem encontrar uma solução.

A tabela a seguir, retirada da pesquisa de Câmara e Oliveira (2010), expressa o percentual referente as estratégias de base utilizadas pelos alunos participantes da pesquisa.

Tabela 1. Percentual das estratégias de base.

<b>Atribuir valores (AV)</b>	40%
<b>Dividir por 3 (D3)</b>	34%
<b>Algébrica (AL)</b>	9%
<b>Considerar o total como fonte (TF)</b>	8%
<b>Cálculo qualquer (CQ)</b>	6%
<b>Não identificada (NI)</b>	3%

Fonte: Câmara e Oliveira, 2010.

Como podemos perceber na tabela acima, as estratégias mais utilizadas pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental, foi Atribuir Valores (AV) e Dividir por 3 (D3). De acordo com os autores, os alunos procuram mais esse tipo de estratégia no momento da resolução sendo influenciados pela estrutura do problema. Apenas 9% dos alunos utilizam, a estratégia algébrica (AL), apesar dos problemas possibilitarem uma representação algébrica, explica-se esse dado, talvez, pelo fato dos alunos do 6º ano ainda não terem aprofundado seus conhecimentos algébricos, mas ainda sim, alguns conseguem raciocinar nesse sentido.

No estudo de Câmara e Oliveira (2010), podemos perceber que o grau de dificuldade encontrado pelos alunos na resolução dos problemas de partilha varia de acordo com o encadeamento da relação.

Notamos claramente quando os autores expressam em termos quantitativos os resultados obtidos, destacando a dificuldade maior dos alunos em relação aos problemas tipo poço.

Tabela 2. Rendimento por encadeamento de relações.

	<b>Fonte</b>	<b>Composição</b>	<b>Poço</b>
<b>Acertos</b>	44%	33%	23%
<b>Erros</b>	41%	43%	39%
<b>Não resposta</b>	15%	24%	38%

Fonte: Câmara e Oliveira, 2010.

Segundo Câmara e Oliveira (2010), no problema tipo poço apenas 23% dos sujeitos obteve sucesso, contra 33% para problemas do tipo composição e 44% para problemas do tipo fonte, ou seja, há uma dificuldade considerável em relação a resolução do problema tipo poço, devido a representação inversa que o problema requer.

Além disso, os autores relacionam os dados obtidos com as estratégias utilizadas pelos alunos de acordo com o encadeamento da relação, como nos explica,

Podemos observar que a escolha da estratégia de base AV cresce em função da complexidade das relações, atingindo o percentual de 44% em problemas do tipo poço. Já a escolha da estratégia D3 mostra pouca variação em relação ao encadeamento das relações. Por outro lado, o recurso à estratégia algébrica (AL),

contrariamente à estratégia AV, decresce em função da dificuldade do problema, sendo mais adotada em problemas do tipo fonte. (p.6)

Podemos perceber melhor o que os pesquisadores dizem observando a tabela 3 a seguir.

Tabela 3. Estratégia de base em função do encadeamento das relações.

	Fonte	Composição	Poço
<b>Atribuir valores (AV)</b>	37%	40%	44%
<b>Dividir por 3 (D3)</b>	32%	33%	36%
<b>Algébrica (AL)</b>	12%	9%	6%
<b>Considerar o total como fonte (TF)</b>	11%	6%	7%
<b>Cálculo qualquer (CQ)</b>	5%	9%	6%
<b>Não identificada (NI)</b>	3%	3%	2%

Fonte: Câmara e Oliveira, 2010.

Destacamos na tabela apresentada pelos autores, que os alunos utilizam a estratégia de atribuir valores com maior frequência nos problemas tipo poço, e o uso dessa estratégia cresce de acordo com o grau de dificuldade do encadeamento. Em relação a estratégia Dividir por 3 (D3) pouco se altera os dados com relação ao encadeamento.

## 2. METODOLOGIA

Escolhemos o 3º ano do ensino médio por se tratar da última série do ensino básico, e, por também ser objetivo dessa pesquisa comparar o rendimento e as estratégias desses alunos com as utilizadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental.

Verificaremos a influência dos problemas de partilha de acordo com seu encadeamento e por fim um comparativo do rendimento e estratégias dos alunos do 3º ano do ensino médio com estudo realizado com alunos do 6º ano do ensino fundamental. A pesquisa com alunos 6º ano, foi desenvolvida por Câmara e Oliveira (2010), essa pesquisa nos deu base teórica em relação as estratégias utilizadas pelos alunos na resolução de problemas de partilha, como também, resultados, os quais comparamos com os obtidos nesta pesquisa.

Para tanto, adotamos como instrumento de coleta dos dados um teste contendo sete problemas de partilha os quais foram aplicados a duas turmas do 3º ano do ensino médio de uma escola do município de Cuité – PB. Os problemas foram aplicados em dois horários de 50 minutos cada, em ambas as turmas. Aplicamos o teste a um total de 50 alunos.

Os alunos responderam sete questões envolvendo problemas de partilha distribuídos de maneira aleatória, sendo: um problema de partilha com apenas uma relação, dois problemas

de partilha com encadeamento tipo fonte e com duas relações, dois problemas de partilha com encadeamento tipo composição e com duas relações, dois problemas de partilha com encadeamento tipo poço e com duas relações. As questões foram dispostas aleatoriamente, com exceção do problema com uma relação, o qual encabeçou o teste. Na análise, os problemas com uma relação não foram incluídos nos dados obtidos da pesquisa, pelo fato deles servirem apenas de caráter introdutório. A análise dos dados foi feita a partir do rendimento (acerto, erro e não resposta) e das estratégias utilizadas pelos alunos.

### 3. RESULTADOS.

A tabela 4 traz um comparativo com os resultados obtidos nesta pesquisa e na de Câmara e Oliveira (2010), levando em consideração o rendimento por encadeamento das relações dos problemas de partilha. Do lado direito da tabela os dados obtidos por Câmara e Oliveira (2010) e do lado esquerdo da tabela, em negrito, os dados obtidos em nossa pesquisa.

Tabela 4. Comparativo do rendimento por encadeamento de relações.

Acertos	<b>62%</b>	44%	<b>56%</b>	33%	<b>36%</b>	23%
Erros	<b>27%</b>	41%	<b>30%</b>	43%	<b>48%</b>	39%
Não resposta	<b>11%</b>	15%	<b>14%</b>	24%	<b>16%</b>	38%

Nessa comparação notamos que os resultados caminham no mesmo sentido. Os problemas tipo poço se tornam mais difíceis de serem resolvidas para ambas as séries, da mesma forma como os problemas tipo fonte se mostraram mais fáceis de serem resolvidos pelos alunos. O erro em cada tipo de problema cresce e decresce no mesmo sentido em ambas as pesquisas, tomando como referência a relação de encadeamento. Essa comparação nos mostra também que os alunos no final do ciclo do ensino básico ainda detêm certas dificuldades em interpretar problemas, uma vez que, os resultados mostram um alto índice de erro.

Vejamos a tabela 5 a seguir, que nos mostra um comparativo entre os dados obtidos nessa pesquisa e os resultados de Câmara e Oliveira (2010) em relação as estratégias de base utilizada pelos alunos.

Tabela 5. Comparativo das estratégias de base.

Atribuir valores (AV)	<b>55%</b>	40%
Dividir por 3 (D3)	<b>14%</b>	34%
Algébrica (AL)	<b>15%</b>	9%
Considerar o total como fonte (TF)	<b>1%</b>	8%
Cálculo qualquer (CQ)	<b>10%</b>	6%
Não identificada (NI)	<b>5%</b>	3%

Da mesma forma que na pesquisa de Câmara e Oliveira (2010), tanto os alunos do 6º ano do ensino fundamental como os do 3º ano do ensino médio utilizam com mais frequência a estratégia Atribuir Valores. Observamos um fator interessante nesses dados referente à utilização das estratégias Dividir por 3 e Algébrica, na pesquisa de Câmara e Oliveira (2010) os alunos pouco utilizam a estratégia (AL) 9%, enquanto que nesta pesquisa se constatou que 15% dos problemas foram resolvidos com essa estratégia, a (AL). Também fizemos um comparativo com os dados de Câmara e Oliveira (2010) e observamos semelhança entre a escolha da estratégia de base em função do encadeamento das relações dos alunos do ensino médio. Do lado direito da tabela os dados obtidos por Câmara e Oliveira (2010) e do lado esquerdo da tabela, em negrito, os dados obtidos nesta pesquisa. Podemos verificar isso na tabela 6 a seguir.

Tabela 6. Comparativo da escolha da estratégia de base em função do encadeamento das relações.

	Fonte		Composição		Poço	
Atribuir valores (AV)	<b>50%</b>	37%	<b>57%</b>	40%	<b>61%</b>	44%
Dividir por 3 (D3)	<b>17%</b>	32%	<b>14%</b>	33%	<b>14%</b>	36%
Algébrica (AL)	<b>18%</b>	12%	<b>12%</b>	9%	<b>11%</b>	6%
Considerar o total como fonte (TF)	<b>1%</b>	11%	-	6%	-	7%
Cálculo qualquer (CQ)	<b>8%</b>	5%	<b>14%</b>	9%	<b>8%</b>	6%
Não identificada (NI)	<b>6%</b>	3%	<b>3%</b>	3%	<b>6%</b>	2%

Percebemos que, na estratégia de base AV o percentual de problemas resolvidos cresce tendo em vista a relação de encadeamento, saindo de 50% nos problemas tipo fonte, 57% tipo composição e alcançando maior índice nos problemas tipo poço, com 6%. Esses dados expressam certa dificuldade que cada encadeamento proporciona ao aluno na resolução, constatando que os problemas tipo poço são os mais propícios a estratégia de atribuir valores, devido o maior grau de dificuldade que o problema impõe aos alunos. Em relação a estratégia D3 a pouca variação entre os tipos de encadeamentos, tendo até o mesmo percentual nos encadeamentos tipo composição e poço. Percebemos que o percentual de problemas resolvidos pelos alunos utilizando a estratégia AL decresce significativamente de acordo com o encadeamento.

Da mesma forma que em nossa pesquisa, no estudo de Câmara e Oliveira (2010) a estratégia AV é mais utilizada nos problemas tipo fonte, com 37% e a um crescimento em relação ao percentual de problemas resolvidos pelos alunos por essa estratégia em cada encadeamento, passando para 40% no tipo composição e 44% no tipo poço, constatando um

raciocínio semelhante dos alunos das diferentes pesquisas, ainda que, em etapas de ensino diferentes.

O mesmo ocorre para o percentual da estratégia D3, a qual em ambas as pesquisas o percentual de problemas resolvidos por essa estratégia permanece praticamente o mesmo em relação ao tipo de encadeamento. Olhando para a estratégia AL, percebemos que o percentual de problemas resolvidos decresce de acordo com o encadeamento, ocorrendo o mesmo na pesquisa de Câmara e Oliveira (2010). Na estratégia considerar o total como fonte, em nossa pesquisa não temos dados consideráveis a respeito de problemas resolvidos por meio dessa estratégia. Observando o encadeamento tipo fonte e poço em ambas as pesquisas percebemos que os percentuais se mantêm equilibrados em relação a estratégia CQ, no encadeamento tipo composição há uma diferença em relação aos três tipos de encadeamento. Deste modo podemos compreender que os alunos do ensino médio ainda resolvem problemas de estrutura algébrica carregando estratégias de resolução dos alunos do ensino fundamental.

### 3.1. ANÁLISE POR ESTRATÉGIA DE BASE

Uma análise por estratégia de base, em que apresentaremos alguns extratos dos problemas resolvidos pelos alunos, mostra-nos as estratégias utilizadas pelos mesmos.

Na estratégia Atribuir Valores notamos que os alunos supõem determinado valor a uma das incógnitas do problema e em seguida atribuem valores fazendo a relação estabelecida no problema até encontrar o valor total das três incógnitas dadas no problema.

Pedro = 35  
Fátima = 33 + 35 = 68  
Rogério = 70

A questão foi só pensando com os 35 de Pedro, mais os 68 de Fátima + os 70 de Rogério, que dá o total de 173.

$$68 + 35 + 70 = 173$$

total = 173

Figura 1. Extrato de resolução.

O aluno explica nesse problema que a questão pode ser resolvida a partir dos 35 álbuns de figurinhas de “Pedro”, daí o aluno começa a atribuir valores aos demais sujeitos usando a relação proposta no problema, até obter uma soma total dos valores para cada sujeito do problema de modo que satisfaça a quantidade total dada. Notamos também que os alunos não conseguem atribuir valores corretos as incógnitas na primeira tentativa, fazendo assim vários testes antes de obterem o resultado desejado e em alguns casos deixam de resolver a

questão. Esta estratégia foi utilizada pelos alunos do ensino médio em 54% dos problemas, constatando o índice mais alto entre todas as estratégias, da mesma forma na pesquisa de Câmara e Oliveira (2010), chegando a 40%.

Na estratégia Dividir por 3 os alunos se apropriam da quantidade total do problema e fazem uma divisão pelo número de incógnitas como se a partilha fosse em partes iguais, como nos mostra o extrato abaixo.

The image shows handwritten work. On the left, a division problem:  $27 \overline{) 81}$  with the result  $3$ . To the right, a word problem solution in Portuguese: "segundo ganha  $9+9 = 18,000,00$ ", "Terceiro ganha  $9+9+9 = 27,000,00$ ", and "Unam recebem  $9,000,00$  cada por dividir  $27,000,00$  por  $3$ ".

Figura 2. Extrato de resolução.

Observamos que o aluno utiliza o valor da divisão por três como resposta para uma das incógnitas do problema, em seguida estabelece a relação proposta, sem ao menos se importar com a coerência do resultado. Essa estratégia foi utilizada em 14% dos problemas em nossa pesquisa e na pesquisa de Câmara e Oliveira (2010) 34%.

A estratégia algébrica que subentendíamos que os alunos se apropriassem com mais frequência devido o grau de conhecimento já adquirido por eles, apenas 15% dos problemas foram resolvidos por meio dessa estratégia.

The image shows handwritten algebraic work. On the left, a system of equations:  $S = x = 65$ ,  $S = 55 + x = 120$ ,  $U = 2(55 + x) = 240$ , and  $5000S = 425$ . In the middle, a series of equations:  $x + 55 + x + 2(55 + x) = 425$ ,  $x + 55 + x + 110 + 2x = 425$ ,  $4x + 55 + 110 = 425$ ,  $4x = 260$ ,  $x = \frac{260}{4}$ , and  $x = 65$ . On the right, the same system of equations as on the left:  $S = 65$ ,  $S = 120$ ,  $U = 240$ .

Figura 3. Extrato de resolução.

Notamos que neste caso o aluno representa o problema em linguagem algébrica, utilizando símbolos, como a letra X, para representar as incógnitas, de maneira a levar em consideração o enunciado do problema corretamente.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS.

Os resultados do estudo mostram que, no caso de problemas de partilha, os alunos do ensino médio mostram mais dificuldade quando o encadeamento das relações é do tipo “poço”, 48% dos problemas foram resolvidos de maneira errada pelos alunos e apresentam maior facilidade nos problemas tipo “fonte”, em que 62% foram resolvidos corretamente. Já em problemas tipo “composição”, os resultados nos mostram que esse tipo de problema não

gerou tanta dificuldade para os alunos do 3º ano em relação ao grau de dificuldade de resolução, pois 56% foram resolvidos corretamente pelos alunos.

Quando nos referimos aos dados observados em relação as estratégias de resolução de problemas de partilha, percebemos no estudo que o uso de raciocínios aritméticos tem prevalecido ainda no último ano do ensino médio, em que se busca partir de valores para as incógnitas, como percebemos na análise feita sobre a estratégia de resolução de Atribuir Valores, 55% dos problemas foram resolvidos por meio dessa estratégia. Observamos que os alunos do 3º ano do ensino médio utilizaram, em maioria, essa estratégia, da mesma forma se observa na pesquisa de Câmara e Oliveira (2010), em que 40% dos problemas foram resolvidos por essa estratégia, sendo também a maioria.

Nosso estudo focou alunos do 3º ano do ensino médio que já possuem conhecimentos algébricos mais avançados que alunos do 6º ano fundamental, isso parece indicar que o trabalho com a aritmética nas séries iniciais de escolaridade tem predominado na formação do pensamento matemático dos alunos.

## REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R.. **Problemas propostos para o ensino de equações polinomiais do 1º grau com uma incógnita**: um estudo exploratório nos livros didáticos de matemática do 7º ano do ensino. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, PE, 2011.

CÂMARA, M., OLIVEIRA, I. C.. Estratégias utilizadas por alunos de 6º ano na resolução de problemas de estrutura algébrica IN: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, CULTURA E DIVERSIDADE. **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática Comunicação Científica**. Salvador , BA, 2010. p. 1-11.

COSTA, W. R. **Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau**. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CE. Educação, Recife, PE, 2010.

GAMA, C. PAL Tool: uma ferramenta cognitiva para organização e representação de problemas algébricos. In: **XIV Simpósio Brasileiro de Informática na Educação – NCE – IM/UFRJ**, Rio de Janeiro. 2003.

LOCHHEAD, J., MESTRE, J. P.. Das palavras a álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, ALBERT P. (orgs). **As ideias da álgebra**. São Paulo: Atual, 1995.

MARCHAND, P., BEDNARZ, N. L'enseignement de algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. In: **Bulletin AMQ**, Vol. XXXIX, N°4. Québec: AMQ, 1999