



Trabalhando Matemática:
percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

O USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E DOS MATERIAIS CONCRETOS AO SE ENSINAR O TEOREMA DE PITÁGORAS

Raquel PRISCILA Ibiapino
Universidade Estadual da Paraíba
kelzinha_priscila@hotmail.com
Felipe BARBOSA
felypebarbosa@hotmail.com
Universidade Estadual da Paraíba
Valéria JULIANA Raposo
Universidade Estadual da Paraíba
ju-raposo@hotmail.com

RESUMO

Apontaremos a importância do uso da História da Matemática e materiais concretos (MD) ao ensinarmos o Teorema de Pitágoras, além de analisarmos a forma como é inserido no livro didático (LD) de Matemática. Para tal, analisamos livros do 9º ano, publicados entre 2008 e 2011 destinados ao Ensino Fundamental no Brasil e apresentamos uma atividade com o Tangram pitagórico com quadrados. A nossa pesquisa tem como referencial teórico textos sobre História do Teorema, uso de materiais concretos e orientações dadas pelos PCN. Apresentamos algumas reflexões, como abordagens atuais do Teorema, a forma de inserção do mesmo no LD, dentre outras questões. Percebemos que em alguns dos livros analisados há menção a História da Matemática e indicação de uso de alguns MD, como jogos e quebra-cabeças.

Palavras-chave: Teorema de Pitágoras, Tangram, Livro Didático.

1. Introdução

De acordo com a exigência do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), ultimamente ele vem sofrendo algumas mudanças em que o objetivo é valorizar o Ensino, adaptando-o a nossa realidade. Só que ainda são necessárias várias modificações, pois não se chegou ao que é esperado, simplesmente os autores colocam o tema, sem considerar questões relevantes da História da Matemática e sem fazer o uso de materiais concretos. É de fundamental importância conhecer o seu desenrolar e saber associá-lo aos materiais concretos, para ensiná-lo de forma mais frutificante e prazerosa. Também é necessário enfatizar os



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

aspectos sociais, políticos, econômicos e científicos, pois a partir daí pode-se entender todo o desenvolvimento Matemático, desde os primeiros Sistemas de Numeração.

Um trabalho dessa natureza nas aulas de Matemática pode ajudar a compreensão dos alunos, intimados a querer relacionar tudo ao cotidiano e querendo explicações convincentes para o que lhes é mostrado. Como diziam os Pitagóricos - “Tudo é número”, “Deus conta” -, para eles tudo é Matemática, desde a observação de uma pedra até um animal.

Visando à contribuição para o estudo do Teorema de Pitágoras, nesse documento iremos tratá-lo, dando ênfase a sua História, ao uso de materiais concretos e faremos uma análise da forma de inserção do mesmo nos livros didáticos publicados entre 2008 e 2011. Pois, como diz Lopes (2000), um bom livro nas mãos de um professor despreparado, pode ser um desastre, assim como o livro de baixa qualidade nas mãos de um professor competente pode resultar numa ótima aprendizagem.

De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) a finalidade é construir um referencial que oriente a prática escolar de forma tal que contribua para que todas as crianças e jovens brasileiros tenham acesso a um conhecimento matemático, que lhes possibilite de fato sua inserção, como cidadãos, no mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. Pois espera-se que ao final do Ensino Fundamental os alunos tenha desenvolvido sua capacidade intelectual e de estruturação do pensamento, assim como no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.

A partir desses questionamentos fomos levados a desenvolver uma investigação sobre a História do Teorema de Pitágoras, em que encontramos várias demonstrações, mas mostraremos apenas a Demonstração de Euclides, caso queiram conhecer as outras existem várias fontes. Além de analisarmos a forma como é apresentado nos livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental e se faz uso dos materiais concretos. Escolhemos esta abordagem, pois é um teorema muito conhecido, interessante e que sempre é abordado nas aulas e que ao nosso ver necessita de reflexões e de uma nova ferramenta de auxílio em seu ensino.

2. A influência da Matemática na História e no Cotidiano



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

A História desempenha um papel importante na Matemática, pois como diz Vasconcelos (2000), ela pode estimular o aspecto cognitivo dos estudantes, desenvolvendo o espírito crítico e também fazendo com que os alunos compreendam as idéias subjacentes às teorias e aos teoremas que são apresentados, em geral, em sua forma final.

Os PCN de Matemática (Brasil, 1997; 1998) destinados ao Ensino Fundamental oferecem propostas para os docentes utilizarem Jogos, Tecnologias da Comunicação, materiais concretos e também a História da Matemática. Eles avaliam a História da Matemática como sendo um importante veículo de informação cultural e sociológica, em que nela pode-se fazer uma ligação entre conceitos e a História dos mesmos, “dessa forma, é considerada como uma maneira de resgatar a própria identidade cultural” (p.42), e, muito mais, também podemos perceber:

A Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores favoráveis diante desse conhecimento. (BRASIL, 1998).

É necessário ressaltar que a História não é simplesmente uma narração de fatos que aconteceram ao longo da Humanidade. Sua importância pode ser destacada em vários aspectos, como:

- a. Para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos, em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução.
- b. Para mostrar que a Matemática que estudamos em sala de aula, é uma das mais diversas formas de Matemática desenvolvidas pela Humanidade.
- c. Para destacar que essa Matemática deve sua origem nas culturas da Antiguidade Mediterrânea, e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
- d. E desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas e se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico econômico. (D'AMBRÓSIO, p.10).

D'Ambrósio defende que as abordagens históricas nas aulas de Matemática motivam os estudantes, afirmando que “torna-se cada vez mais difícil motivar os alunos para uma



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

ciência cristalizada. Não é sem razão que a História vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância.” (D’AMBRÓSIO, 1996, p.31).

Todas essas idéias apresentadas, sobre a utilização da História da Matemática, devem ser bem mais discutidas. Nós defendemos que ela facilita a compreensão dos conteúdos, e que através dela podemos preparar aulas mais criativas, só que esses objetivos dependem do conhecimento e do empenho dos professores.

3. O papel da História da Matemática e do livro didático nas aulas de Matemática

Segundo as OCN a História da Matemática nas salas de aula pode ser considerada como um importante elemento para se atribuir significados aos conceitos Matemáticos. Só que não pode se limitar à apenas descrição de fatos ocorridos no passado ou apresentação de biografias de autores, mas a recuperação do contexto histórico de construção do saber matemático, podendo se tornar um importante elemento de contextualização dos objetos de conhecimento que vão entrar na relação didática. Também pode contribuir para que o próprio professor compreenda algumas dificuldades dos alunos, que, de certa maneira, podem refletir antigas dificuldades presentes também na construção do conhecimento Matemático.

O livro didático também chamado de texto didático é também mais um personagem presente na sala de aula, que estabelece uma relação dialógica entre o professor e seus alunos, observando o que tem de mais relevante no ensino e de que forma podem ser lecionados os conceitos Matemáticos (OCNEM, 2006. V.2. Pág.86.).

Como não se tem disponíveis Orientações Curriculares mais seguras, sistematizadas e acessíveis para os professores, eles vêm aderindo, há muitos anos, ao uso do livro didático, pois é o que se tem como referência sobre o saber a ser ensinado. O que gera algumas concepções como “o importante é ensinar o livro de capa a capa”, fazendo com que no processo de transposição didática o professor perca sua autonomia.

4. O papel dos materiais concretos nas aulas de Matemática



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

Segundo Sérgio Lorenzato, material didático ou material concreto é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem. Como por exemplo, giz, calculadora, um filme, um livro, um quebra-cabeça, um jogo, etc.

Os materiais concretos podem ser considerados como um recurso didático para o professor, pois é capaz de desenvolver nos alunos a capacidade de visualização e compreensão das propriedades fundamentais da Matemática, nas quais os alunos possuem dificuldades.

Eles têm um poder de influência, mas sua eficiência depende do professor, da forma que é empregado na sala de aula, sendo que faz-se necessário que haja uma atividade mental, e não somente manipulativa, por parte do aluno. O professor deve apenas auxiliar e deixar que os alunos ajam naturalmente, fazendo suas descobertas. Existem alguns obstáculos no Ensino com auxílio de materiais concretos, pois as escolas não possuem condições suficientes, além de existirem professores desmotivados e despreparados para os utilizarem.

5. A História do Teorema de Pitágoras

Segundo pesquisas realizadas no campo da História da Matemática, se verifica que cerca de 2000 anos antes dos Pitagóricos, na Babilônia (c.1700 a.c), já se tinha o conhecimento de que o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos. Mas, a maioria dos professores baseados em livros didáticos afirma que quem descobriu esta relação $a^2 = b^2 + c^2$ em que a é a hipotenusa e b e c os catetos de um triângulo retângulo, foi Pitágoras.

Diante de tantas Demonstrações encontradas, resolvemos mostrar a Demonstração de Euclides encontrada no Livro I dos Elementos de Euclides, caso queiram ver as outras Demonstrações pesquisem em alguns livros ou na internet que existe uma vasta quantidade disponível.

5.1 Demonstração de Euclides

Desde a Antiguidade, muitas demonstrações vêm sendo propostas, uma das mais antigas e conhecida é a que aparece no livro I dos Elementos de Euclides, escrito por volta do ano 300 a.C.

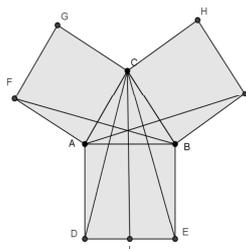


Figura 1 - Representação usada por Euclides

De acordo com o autor Mendes (2009), A demonstração de Euclides consiste em provar que a área do retângulo ADLC (Figura 1) é igual à área do quadrado AFGC e que a área do retângulo BELC é igual à área do quadrado BCHI. Euclides mostra que o quadrado AFGC é igual a duas vezes o triângulo FAB e que o retângulo ADLC é duas vezes o triângulo CAD. Como os triângulos FAB e CAD são congruentes, o quadrado e o retângulo são iguais. De forma análoga, prova-se que o quadrado BCHI e o retângulo BELC são iguais, concluindo-se que a soma dos quadrados AFGC e BCHI é igual a soma dos retângulos ADLC e BELC, ou seja, igual ao quadrado ABED.

6. Atividade Experimental com o auxílio de materiais concretos para se ensinar o Teorema de Pitágoras

6.1 Construção do jogo tangram pitagórico com quadrados

Conteúdos explorados: Áreas e semelhanças de figuras

Objetivo: Fazer com que o aluno compreenda a importância da demonstração do Teorema de Pitágoras, levando-o a expressar-se oral, escrita e geometricamente em situações matemáticas.

Material: três folhas de cartolina de cores diferentes tesoura e lápis.

Atividade: Seguir as etapas descritas abaixo, para construir o jogo tangram pitagórico



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

com quadrados.

Sobre uma das folhas de papel ofício, desenhe um triângulo retângulo escaleno, de modo que o quadrado da hipotenusa seja a sonda dos quadrados dos catetos. Tomaremos como exemplo um triângulo com hipotenusa medindo 20 cm e cateto de 12 cm e 16 cm.

Considerando a medida do cateto menor (12 cm), desenhe em uma das outras folhas dois quadrados (ABCD), sendo que a diferença entre os catetos menos 0,5 cm, seja marcar na parte direita do segmento CD, marcando o ponto E. Traçando-se assim a diagonal AE.

Considerando a medida do cateto maior (16 cm), desenhe em uma das outras folhas dois quadrados (ABCD), sendo que a diferença entre os catetos seja marcada na parte direita do segmento CD, e a diferença entre os catetos menos 0,5 cm, seja marcada na parte inferior do segmento BC, marcando o ponto F. trace inferior do segmento indo do ponto E ao ponto F, formando o EFC.

Recorte todas as figuras desenhadas sobre as folhas.

Agora, faça o seguinte:

- A) Com duas peças do jogo da mesma cor e de formas diferentes, um com a de um trapézio e a outra triangular, monte uma representação de um quadrado.
- B) Com três peças de uma cor, sendo duas triangulares de tamanhos diferentes e uma quadrilátera, monte um outro quadrado.
- C) Com as peças restantes, com exceção da triangular cuja cor é diferente das demais, monte outro quadrado, cujo lado seja igual ao maior lado da peça quadrilátera grande.
- D) Justaponha os três quadrados construídos com as peças aos lados da triangular cuja cor é diferente das demais (observe que ela tem a forma de um triângulo retângulo).
- E) Observe bem essa construção formada com todas as peças do jogo. Usando uma régua, tente encontrar alguma relação entre o tamanho dos lados do triângulo retângulo e o dos lados dos quadrados justapostos.
- F) Calcule a área de cada quadrado aos lados da peça triangular.

Note que a soma das áreas ocupadas pelos quadrados justapostos aos catetos da sua triangular retangular, é igual à da peça quadrada justaposta à sua hipotenusa.

Denominamos A como sendo o quadrado justaposto à hipotenusa da peça triangular t , B e C os quadrados justapostos aos catetos da peça triangular t .



Logo, verificamos que é válida a seguinte relação:

Área A = área B + área C, sendo **t** um triângulo retângulo escaleno.

Conclui-se que, $a^2 = b^2 + c^2$.

7. Teorema de Pitágoras nos livros didáticos de Matemática

Para a nossa investigação selecionamos os livros Tudo é Matemática de Dante, Matemática de Tosatto, Peracchi e Estephan, destinados ao Ensino Fundamental. Escolhemos esses livros, pois foram lançados entre 2008 e 2013, refletindo a situação mais atual do Ensino, com autores mais conhecidos. Só que nosso objetivo não é enfatizar autores mais destacados e sim analisar a forma de inserção do Teorema de Pitágoras nesses livros didáticos, observando o modo como é inserido a História do Teorema, como é feita a abordagem, se utiliza materiais concretos para ensiná-lo, a forma como é apresentado os exercícios e para concluir será feita uma relação entre o uso de materiais concretos e da História.

7.1 Quadro comparativo das obras analisadas

Tabela 1

Livro, Autores, Ano de Publicação, Série	Como é feita a abordagem e enfatizado o Teorema	Como são os exercícios, utiliza-se de materiais concretos para ensiná-lo	Relacionando História e materiais concretos o que se conclui do livro
---	--	---	--



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

<p>Tudo é Matemática; Dante, Luiz Roberto; 9º ano, 2011-2013.</p>	<p>Através de modelos matemáticos, definições e aplicações, informando sobre surgimento, demonstrações mais importantes e autores.</p>	<p>Nos exercícios são apresentadas questões do cotidiano, cálculos algébricos, nos quais se utiliza o Teorema, mas não há uso dos materiais concretos.</p>	<p>Que se tem uma boa abordagem histórica e algébrica, necessitando apenas de atividades em que se faça uso de materiais concretos.</p>
<p>Matemática; Tosatto, Peracchi; Estephan; 9º ano, 2008-2010.</p>	<p>Através de jogos, quebra-cabeças, aplicações no cotidiano e definições, dando ênfase tanto ao autor como ao Teorema, falando sobre manias de Pitágoras, o surgimento do Teorema e as várias demonstrações.</p>	<p>Os exercícios são atividades práticas, utilizando-se materiais concretos, como papel, régua, tesoura, lápis, além de jogos, como quebra-cabeça.</p>	<p>Que foi feita uma boa relação entre os materiais concretos e a História, além de adequá-los à abordagem algébrica.</p>
<p>Tudo é Matemática, Dante, Luiz Roberto; 9º ano, 2008-2010.</p>	<p>Através de definições, cálculos algébricos e aplicações., apresentando várias Demonstrações e aplicações do Teorema .</p>	<p>Nos exercícios são apresentadas atividades em que se utiliza o Teorema para se resolver questões relacionadas a Relações Trigonômicas,</p>	<p>Que não é feita abordagem Histórica e nem é utilizado materiais concretos para ensiná-lo, necessitando que se adapte o Ensino do Teorema ao uso desses recursos auxiliares.</p>



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

		sem o uso de materiais concretos.	
A Matemática e a Realidade; Gelson Iezzi, Oswald Dolce, Antônio Machado; 9º ano, 2008.	Através de Cálculos Algébricos, problemas do cotidiano, apresentando reflexões sob o Teorema, além de várias Demonstrações, Definições, Aplicações e Surgimento do Teorema.	Os exercícios são cálculos algébricos, com aplicações nas Relações Métricas, sem caráter histórico ou uso de materiais concretos.	Que não se usa os recursos auxiliares citados, necessitando de reflexões e que se refaça a sua prática, adaptando-a aos mesmo.

Segundo a nossa análise, dos quatro livros avaliados a maioria apresentam abordagem Histórica sobre o Teorema de Pitágoras, sendo que apenas o de Dante, publicado em 2008 não faz essa abordagem. Dos livros mais recentes, publicados em 2011, o de Tosatto faz um bom uso da História da Matemática e dos materiais concretos, tendo-os como auxílio em suas aulas, para se desenvolver uma aula mais significativa e produtiva. Já o de Dante publicado em 2011, faz uso da História, mas não é utilizado os materiais para ensinar em suas aulas. Dos livros publicados em 2008, o de Gelson Iezzi e de Dante não fazem abordagem Histórica e nem usam materiais concretos nas suas aulas.

Percebemos que a maioria dos livros publicados recentemente está cumprindo as recomendações dos PCN de Matemática, pondo-as em prática. Sendo necessário que alguns autores reflitam sua prática e vejam os pontos positivos e negativos da prática proposta nos textos didáticos, para assim adaptar seus livros a realidade e formar alunos capazes de pensar



Trabalhando Matemática: percepções contemporâneas

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

e aplicar seus conhecimentos no cotidiano.

Em relação aos exercícios, percebemos que na maioria dos livros já se percebe uma grande mudança, utilizando-se as orientações dadas pelos PCN, adaptando o uso dos materiais para se realizarem atividades práticas, mas ainda é necessário uma mudança nos livros de Dante e Gelson Iezzi, publicados em 2008.

8. Considerações finais

De acordo com a nossa observação, chegamos ao consenso de que a História do Teorema de Pitágoras é o ponto de partida para uma aula atrativa, seguida do uso de uma ferramenta motivadora, que é os materiais concretos, utilizando-se o Tangram pitagórico com quadrados de forma correta para uma aprendizagem eficaz.

Já relacionado aos livros didáticos publicados em 2011, percebemos que houve um melhoramento na forma de apresentação, fazendo uso dos materiais concretos para ensiná-lo, enquanto nos publicados em 2008, não se tinha essa preocupação.

Esperamos que a partir dessa pesquisa apresentada no momento, os professores tenham uma visão mais aprimorada em relação aos Livros Didáticos, e reflitam sobre o papel da História nas aulas de Matemática, além de fazerem Uso dos Materiais Concretos. E ao fazerem uso desses recursos auxiliares em suas aulas, façam-na com eficiência, procurando várias formas de inseri-los, não se apegando somente ao que é proposto pelo Livro. Esperamos que cada professor reflita sobre sua práxis pedagógica, pois continuaremos fazendo nossas pesquisas e divulgando nossos documentos relacionados aos estudos iniciados.

Referências

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 1o e 2o ciclos do Ensino Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.v.3.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática - 1o e 2o ciclos do Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática-3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental.** Brasília: MEC/SEF, 1998.



**Trabalhando Matemática:
percepções contemporâneas**

18, 19 e 20 de Outubro

João Pessoa, Paraíba.



2012

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **História da Matemática e Educação**. Cadernos CEDES-História e Educação Matemática. São Paulo: Papyrus, v.40. p.7-17.1996.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é matemática**. 3. Ed. São Paulo: Ática, 2011-2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Tudo é Matemática**. 9º ano. São Paulo: Ática, 2008-2010.

IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, MACHADO, Antonio. **Matemática e realidade**. 8ª série. 5. Ed. São Paulo: Atual, 2005.

LOPES, J. de A. **Livro Didático de Matemática: Concepção, Seleção e Possibilidades frente a Descritores de Análise e Tendências em Educação Matemática**. Campinas: UNICAMPE (Tese de Doutorado), 2000.

Modelo de Artigo de periódico baseado na NBR 6022, 2003. Disponível em: http://www.read.ea.ufrgs.br/enviar_artigo/ArtigoCientifico.pdf. Acesso em: 01 de agosto de 2010, às 16h25min.

COSTA, Renata Alves. **O Teorema de Pitágoras em livros didáticos de Matemática**. Disponível em: http://www.senept.cefetmg.br/galerias/Arquivos_senept/anais/terca_tema1/TerxaTema1Artigo16.pdf. Acesso em: 07 de agosto de 2011, às 14h20min min.

Quem foi Pitágoras. Disponível em: <http://www.prof2000.pt/users/paulap/pitagoras.html>. Acesso em: 06 de agosto de 2010, às 13h40min.

SILVA, Circe Mary S. e LORENZONI, Cláudia A.C.A. **O velho conhecido Teorema de Pitágoras e suas demonstrações**. *História & Educação Matemática*. V.2, n.2, jun/dez 2001.p.111-122.

Teorema de Pitágoras. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema>. Acesso em: 06 de agosto de 2010, às 12h20min.

TOSATTO, Cláudia Miriam, PERACCHI, Edilaine do Pilar Fernandes, ESTEPHAN, Violeta Maria. **Matemática**. 8ª série. 2. Ed. Curitiba: Positivo, 2005.

VASCONCELOS, C. C. **A História da Matemática no Ensino de Matemática**. Millenium, Escola Superior de Educação de Viseu, n.17, jan.2000. Disponível em: http://www.ipv.pt/millenium/17_ect3.htm. Acesso em: 12 de maio de 2011.