Contribuições Metodológicas para Superação de Obstáculos na Aprendizagem de Frações no Ensino Superior

Methodological Contributions to Overcoming Obstacles in Learning Fractions in Higher Education

Evandro Vaz dos Santos
Universidade Federal da Grande Dourados
evandrovazds@hotmail.com

Adriana Fátima de Souza Miola
Universidade Federal da Grande Dourados
adrianamiola@ufgd.edu.br

Resumo: Este trabalho é de cunho qualitativo, e tem por objetivo identificar e buscar superar os obstáculos de aprendizagem sobre frações apresentado por acadêmicos de um curso de licenciatura em matemática. Para isso utilizamos as concepções de obstáculos segundo autores como Almouloud (2007) e Brousseau (1996). Os dados foram produzidos em uma disciplina de um curso de licenciatura em matemática, onde as aulas foram desenvolvidas na perspectiva da Assimilação Solidária (AS), segundo Baldino e Cabral. A disciplina foi ofertada no primeiro semestre letivo de 2022 e teve 13 participantes, a maioria eram calouros, sendo apenas dois do segundo semestre. Concluímos com este trabalho, que a organização em pequenos grupos, contribuiu para que os participantes pudessem, resolver as fichas de trabalhos, discutir as resoluções entre eles e compartilhar com os demais grupos as estratégias utilizadas. É importante salientar, que a metodologia também contribuiu ao valorizar momentos de questionamentos e discussões, fazendo com que os alunos chegassem a superação dos obstáculos identificados.

Palavras chave: Obstáculos, Frações, Metodologia de Ensino. Licenciatura em Matemática.

Abstract: This work is of a qualitative nature, and aims to identify and seek to overcome the obstacles to learning about fractions presented by academics of a degree course in mathematics. For this, we use the concepts of obstacles according to authors such as Almoloud (2007) and Brousseau (1996). The data were produced in a discipline of a degree course in mathematics, where the classes were developed from the perspective of Solidarity Assimilation (SA), according to Baldino and Cabral. The discipline was offered in the first semester of 2022 and had 13 participants, most of them were freshmen, with only two from the second semester. We concluded with this work, that the organization in small groups, contributed so that the participants could solve the worksheets, discuss the resolutions among them and share with the other groups the strategies used. It is important to point out that the methodology also

contributed by valuing moments of questioning and discussions, making the students overcome the obstacles identified.

Key words: Obstacles, Fractions, Teaching Methodology. Degree in Mathematics.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

No dia a dia é comum nos deparamos com situações em que o processo de dividir é necessário, como o simples fato de dividir algumas balas em partes iguais entre amigos, e a história nos mostra que essa necessidade vem de muito tempo atrás. Celestino (2017) traz, em seu artigo que o número fracionário aparece aproximadamente 3000 a.c. No antigo Egito, onde existia a constante necessidade de demarcar terras, isso ocorria pelo fato de que nessa época haviam inundações nas margens do rio Nilo, derrubando as cercas de pedra que protegiam propriedades que o rodeava e parte de alguns terrenos eram invadidas pela água. Como os agricultores perdiam parte de suas terras, foi preciso inventar um método para saber quantas partes eram perdidas, para que eles não fossem prejudicados na hora de pagar seus impostos ao faraó.

Diante disso, os faraós enviavam seus estiradores de cordas, para examinar e determinar, com uma espécie de corda, a extensão exata da perda, havia uma unidade de medida assinada na própria corda, onde as pessoas encarregadas de medir, esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. No entanto, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida por eles, dificilmente cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno, assim surgiu a necessidade de criar um tipo de número, o fracionário.

A partir desse contexto, a utilização das frações tornou-se cada vez mais frequente na sociedade, utilizando-as em diversas situações do nosso dia a dia. Drechmer (2011) diz que, é bastante comum expressar grandezas e medidas na forma fracionária, como por exemplo ‘meio copo de leite’, ‘um quarto de hora’, ‘¾ de polegadas’ ou ‘uma fração de segundos’, portanto, há vários cenários em que conseguimos enxergar (o próprio número fracionário em si), e até tocar (no caso da divisão de uma barra de chocolate) alguma situação que está envolvendo a representação de uma fração.

Porém, quando se trata de ensino, sabemos que conteúdos matemáticos de números e operações nem sempre são apresentados nos anos iniciais de forma problematizada e contextualizada, em que os alunos conseguissem perceber a existência dos mesmo em um contexto extraescolar, aumentando assim sua compreensão sobre certo assunto. Pensando nisso, encontramos grandes barreiras no ensino em geral relacionado com a compreensão de vários conteúdos, e um deles são os números racionais, principalmente, os números fracionários. De acordo com a (BNCC, 2018, p.269) “a perspectiva de que os alunos aprofundem a noção de número, é importante colocá-los diante de tarefas, como as que envolvem medições, nas quais os números naturais não são suficientes para resolvê-las, indicando a necessidade dos números racionais tanto na representação decimal quanto na fracionária”.

Para exemplificar algumas dificuldades encontradas no ensino e na aprendizagem dos números racionais, Patrono (2011), traz em sua dissertação intitulada “A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do ensino fundamental: análise de uma proposta de ensino”, uma discussão sobre as dificuldades enfrentadas por professores e alunos no ensino e na aprendizagem dos números racionais na forma fracionária. Algumas dificuldades foram evidenciadas no cálculo do operador multiplicativo e na aplicação da equivalência para comparar frações com numeradores e denominadores diferentes. Além disso, a adição e subtração de frações com denominadores diferentes não foram assimiladas como esperado.

Pensando nessas dificuldades, podemos introduzir a noção de obstáculos, Ferreira (2014) traz em sua dissertação intitulada “Ensino de frações na educação de jovens adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos”, a investigação de obstáculos à aprendizagem que os alunos da Educação de Jovens e Adultos revelam no estudo das frações. Os resultados indicam que a sequência de atividades aplicadas em sala de aula colaborou para que fossem diagnosticados obstáculos didáticos e epistemológicos, referentes ao estudo de frações, que se revelam em situações de aprendizagem.

Outro trabalho que também aborda obstáculos que podem ter referência ao ensino básico foi de Costa do Nascimento (2003). Sua dissertação intitulada “Conceito de limite em cálculo: obstáculos e dificuldades de aprendizagem no contexto do ensino superior de matemática”, traz subsídios no sentido de mostrar que as dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem de noções referentes a limites, no âmbito do ensino superior de matemática (disciplina de cálculo). Evidencia que há ausência ou a fragilidade do conhecimento de determinado conteúdo do ensino médio que são básicos para a disciplina referida a inadequação de alguns dos modelos de representação que são usados pelos estudantes e a complexidade do campo conceitual abrangido pela noção matemática de limite.

Levando em consideração todos os aspectos citados até agora, os obstáculos se apresentam corriqueiramente no ensino de fração, tanto no ensino básico, quanto no ensino superior. Diante disso, nos questionamos: quais são os obstáculos relacionado a aprendizagem de frações apresentados por acadêmicos de um curso de licenciatura em matemática? Para isso, traçamos o seguinte objetivo: identificar e buscar superar os obstáculos de aprendizagem de frações apresentado por acadêmicos de um curso de licenciatura em matemática.

CONTEXTO DO ESTUDO

Este trabalho foi desenvolvido na perspectiva da pesquisa qualitativa, que nos permite entender com detalhes a complexidade das informações obtidas. Segundo Denzin e Lincoln (2006), esse tipo de pesquisa estuda as coisas em seus cenários naturais, tentando entender os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem.

Os dados foram produzidos em uma disciplina de um curso de licenciatura em matemática, onde as aulas foram desenvolvidas na perspectiva da Assimilação Solidária (AS), segundo Baldino (1995) e Cabral (2015). Essa perspectiva é fundamentada na psicanálise lacaniana e privilegia “tanto pelo desempenho apresentado em provas e testes como pela contribuição de cada aluno para o bom funcionamento do trabalho grupal que deve ser cumprido em sala de aula” (CABRAL, 2015, p.229).

A disciplina foi ofertada no primeiro semestre letivo de 2022, tinha 16 matriculados, mas apenas 13 eram frequentes, e a maioria era calouros, sendo apenas dois do segundo semestre. Realizamos na primeira aula uma atividade diagnóstica, pois segundo Cabral (2015, p. 230) esse tipo de atividade, visa conhecer “quais conteúdos os alunos trazem em suas bagagens tendo passado por disciplinas ditas serem pré-requisitos. A ideia é rearranjá-los segundo suas aparentes dificuldades para compor grupos homogêneos no que diz respeito às tarefas de aprendizagem matemática”.

Como os participantes haviam recém saído do Ensino Médio, o intuito foi identificar como estavam em relação aos conhecimentos de conteúdos básicos como expressões numéricas e algébricas, progressões, funções e outros. De acordo com as resoluções apresentadas, os participantes foram divididos em 4 grupos, sendo 3 grupos com três acadêmicos e um com 4 acadêmicos. Seguindo a metodologia adotada, buscamos implementar atividades matemáticas que pudessem ser trabalhadas pelos alunos reunidos em pequenos grupos, por meio de regras definidas e aprovadas pelos participantes.

Durante a correção das atividades, alguns pontos nos chamaram a atenção, um deles foi que dos 11 acadêmicos que fizeram a primeira atividade, 3 iniciaram a resolução de forma errada e não terminaram, apenas 1 desenvolveu corretamente, e o restante se quer começou a resolução do exercício. A primeira atividade consistia em uma expressão envolvendo operações com frações, como pode ser observada a seguir:

Figura 1: Atividade Diagnóstica

$$\mathbf{1)}\quad \left[\left(\left(\frac{1}{3} + 5\right)^{3}\right) - \left(\frac{13}{7} - \frac{5}{15}\right)\right] . \left(\frac{7}{2} : \frac{4}{9} + 6\right) =$$

Fonte: o autor

Entre os acadêmicos que tentaram resolver identificamos alguns tipos de obstáculos. Diante disso, organizamos uma ficha de trabalho (FT) para aula seguinte para que houvesse uma discussão sobre o conteúdo de frações, em que tentamos superar o obstáculo identificados. As FTs são de acordo com Cabral (2015) tarefas objetivas, em que os alunos devem procurar resolver por meio do instrumental matemático encontrado em livro texto. “Costuma-se adotar um livro que enquanto texto é "desmanchado" e transformado em fichas de trabalho. Uma regra básica para o desenvolvimento da didática é que primeiro enfrenta-se o problema com as ferramentas de que se dispõe; depois, busca-se na teoria a ferramenta para dar conta da questão não resolvida” (p. 230).

A partir disso, foi entregue uma ficha de trabalho para que os acadêmicos escrevessem o procedimento de soma, subtração, multiplicação e divisão de frações, fazendo assim com que eles pudessem identificar o próprio obstáculo relacionado com a operações de frações, nesse momento usamos as concepções de obstáculos segundo Peterfalve (1997) e Astolfi e Peterfalve (1997), que diz que essa etapa deve estar baseada em atividades em que os estudantes identifiquem obstáculos nas próprias reorientações, nas dos colegas ou em textos.

Levando isso consideração, após a resolução da ficha de trabalho, alguns alunos foram ao quadro para explicar suas resoluções para a turma e esse momento foi registrado em áudio, transcrito e analisado, juntamente com resoluções dos participantes no próximo tópico. Para identificação dos acadêmicos usamos a sequência do alfabeto (aluno A, aluno B...) e os grupos na respectiva sequência: aluno A, aluno, B e aluno C, é o grupo 1, aluno D, E, F, grupo 2, aluno G, H, I, grupo 3 e alunos J, K, L, M grupo 4. Com intuito de identificar e discutir os obstáculos, trouxemos, também, falas e imagens que serão apresentadas a seguir.

DISCUÇÃO DOS RESULTADOS

A partir dos indícios de obstáculos identificados na atividade diagnostica, procuramos classificá-los utilizando referenciais como Brousseau (1986), Almouloud (2007) entre outros, e posteriormente, por meio da metodologia adotada, buscamos estratégias para tentar superá-los.

Assim, entendemos que um obstáculo se manifesta por meio das representações dos estudantes, geralmente através da escrita, ou fala, podendo fazer com que o aluno tome consciência do seu próprio funcionamento intelectual, e a identificação desse obstáculo é fundamental para que o professor consiga trabalhá-lo. Diante disso, existem algumas estratégias que o professor pode utilizar para conseguir identificar obstáculos, como uma entrevista, um diálogo com os alunos, atividades relacionadas ao conteúdo proposto e muitas outras. Nesse sentido, a AS contribui porque oferece uma "abertura ao diálogo e a troca de papéis são fundamentais, permite-se que os sujeitos, alunos principalmente, se façam e se vejam autores no processo de produção de conhecimento" (CABRAL, 2015, p. 231).

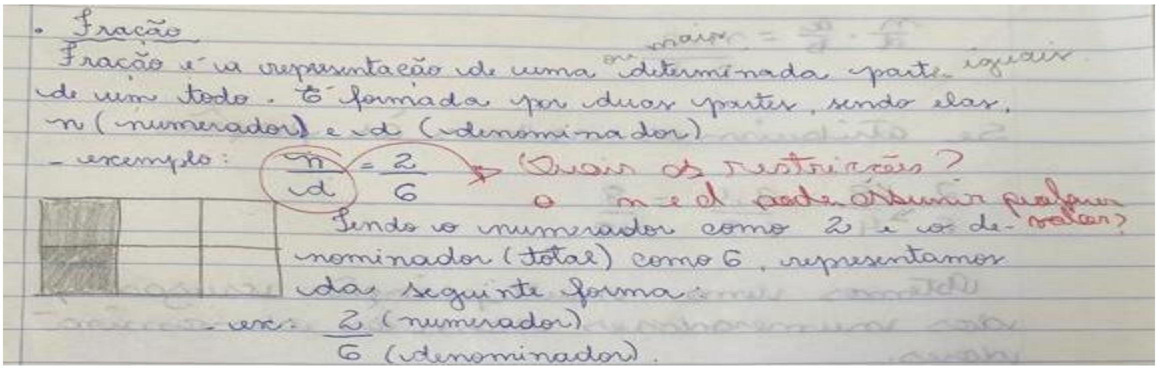
A partir da resolução da atividade diagnostica, começamos a identificar alguns obstáculos. Primeiramente, destacamos os alunos que disseram que não sabiam fazer, e nem iniciaram a resolução do exercício, que pode se caracterizar um obstáculo epistemológico, devido ao fato de que as dificuldades encontradas no entendimento no que se refere a resolução das frações ocorrem a muito tempo, advinda de uma construção histórica, de acordo com Ferreira (2014, p.80). Ou ainda, pode ser considerado um obstáculo psicológico, pois confronta a ideia enraizada de número natural que o acadêmico tem, dificultando assim, a resolução do exercício, como aponta Almouloud (2007).

Em seguida tivemos 3 acadêmicos que iniciaram a resolução, porém não terminaram. É importante destacar que eles começaram da mesma forma o exercício, e cometeram o mesmo erro. Identificamos que eles somaram as frações como se os denominadores fossem iguais, ou seja, numerador com numerador e denominador com denominador, porém, essa regra não se aplica para frações com denominadores diferentes, pois é preciso encontrar um mínimo múltiplo comum entre eles, ou seja frações equivalente, para que a soma possa ser realizada. Segundo Silva (1997), esse obstáculo surge pelo fato de que o aluno interpreta a fração como um par de números naturais, e não como um número que representa uma quantidade. Seguindo a concepção de Silva (1997) e Almouloud (2007), classificamos esse obstáculo como didático.

Para mostrar alguns indícios da manifestação e a tentativa de superação dos obstáculos encontrados, mostraremos alguns trechos das falas dos alunos, referente a resolução da ficha de trabalho, no momento em que os alunos foram ao quadro, pois de acordo com a AS, "os alunos são encorajados a apresentarem suas dúvidas e ideias, colaborarem uns com os outros, a buscarem em conjunto soluções para os problemas que lhes são propostos e a comprometerem-se com a construção desse ambiente de trabalho específico, regulado por algumas normas"(CABRAL, 2015, p. 232).

É importante ressaltar que nas aulas foram trabalhadas as quatro operações envolvendo fração, porém, diante da quantidade de dados que produzimos, escolhemos para analisar apenas as partes da representação do que é uma fração, a soma e a subtração, pelo fato de que foram os tópicos de mais renderam discussão na turma. Para iniciar a construção da ideia de fração, optamos começar por um exercício que os alunos dissessem o que é uma fração, assim selecionamos a aluno A do grupo 1 para apresentar a sua resposta no quadro. A seguir podemos ver a resolução da primeira parte da ficha de trabalho do grupo 1:

Imagem 2: resolução da primeira parte da ficha de trabalho grupo 1.


• Fração
Fração é a representação de uma ou determinada parte iguais de um todo. É formada por duas partes, sendo elas, n (numerador) e d (denominador)
- exemplo: $\frac{n}{d} = \frac{2}{6}$ → Quais as restrições? o n e d pode assumir qualquer valor?
Sendo o numerador como 2 e o denominador (total) como 6, representamos da seguinte forma:
ex: 2 (numerador)
6 (denominador).

Fonte: o autor.

Registramos as seguintes falas referente a discussão da primeira parte da ficha de trabalho:

> *Aluno A: a fração é um a porcentagem de um número, como se a gente dividisse, pegasse uma parte dela, pegar uma parte do 6.*

Essa fala exprime a tentativa da acadêmica de representar a situação parte todo da fração, porém a ideia de que a aluna A expressa é muito vaga, caracterizando segundo Brousseau (1983), como um obstáculo ontogênico, pelo fato do desenvolvimento do aluno em relação ao conhecimento do que é uma fração, não está completo, ou seja, uma visão superficial do assunto. O que se sucede é a tentativa da professora de fazer com que a aluna A, respectivamente com seu grupo, amplie a ideia do conceito de fração, caracterizando a tentativa de superar esse obstáculo.

> Professora*: então nesse caso você está dizendo que a fração é um percentual, depois você disse também que é uma decisão.*
>
> Aluno A*: então, é uma porcentagem dessa divisão, como se a divisão fosse uma porcentagem.*
>
> Aluno C*: acho que ela quis explicar que a fração é dividida em duas partes, o numerador e a fração.*
>
> Professor*: é isso?*
>
> Aluno A*: é!*
>
> Professor*: então aquela representação dois sextos ela pode ser uma porcentagem?*
>
> Aluno A*: sim, ela é a representação da divisão.*

A segunda parte da ficha de trabalho, foi a explicação do conceito de soma/subtração envolvendo frações, o escolhido para expor sua resolução para os colegas foi o aluno D. a seguir vemos um pouco da fala do aluno D, e a tentativa de explicar seu raciocínio.

> Aluno D*: para fazer a soma e subtração a gente usa o m.m.c.*
>
> Professora*: e o que é isso?*
>
> Aluno D*: vou pegar um exemplo aqui, a gente tirou o m.m.c. da fração, que foi, a professora não vou saber explicar não.*

Na fala da aluna D, podemos perceber há uma certa insegurança, identificamos nesse trecho um obstáculo psicológico, pois quando a professora questiona a aluna D, gera um conflito com suas preconcepções, fazendo com que ela não consiga desenvolver o raciocínio. Almouloud (2007). Depois desse momento há a tentativa da professora em fazer com que a aluno consiga prosseguir com o seu pensamento. No quadro 4 podemos ver a sequência do diálogo.

Professora: *qual foi a fração que você colocou aí?*

Aluno D: *coloquei 5 sobre 7 mais 5sobre 7*

Professora*: primeiro o 5 sobre 7 está representando qual fração generalizada aí?*

Aluno D: *"a" sobre "b".*

Professora: *quanto vale o "a"?*

Aluno D: *vale 5 e o "b" vale 7.*

Professora*: aí você está somando com outra fração que é do tipo "c" sobre "d", nesse caso o "c" vale quanto?*

Aluno D: *o "c" vale 5*

Professora: *mas o 5 é o "a", não é? E aí, como é que a gente tem que fazer?*

O quadro 4 mostra a tentativa de a professora guiar o aluno D para um exemplo em que as frações que serão somadas tenham denominadores diferentes, para tentar mostrar a relação parte todo, e que para somar é preciso que as frações estejam divididas do mesmo "tamanho". Desse momento em diante, o aluno D inverte a fração inicial, fazendo 5/7 + 7/5. Segue no quadro 5 a sequência do diálogo.

Professora: *você pode somar uma fração com denominadores iguais, porém ali na representação precisa ser denominadores diferentes, agora o aluno D inverteu, ficou 5 sobre 7 mais 7 sobre 5, continue.*

Aluno D*: eu somei o 5 mais 7 e o 7 mais 5*

Professora:*5 mais 7 e 7 mais 5, está certo pessoal?*

Turma: *não*

Aluno H*: não está certo, teria que abrir o mínimo múltiplo comum, para funcionar a soma de fração.*

Nesse momento a aluna D expressa um obstáculo que identificamos na atividade diagnostica, ela soma as frações como se os denominadores fossem iguais, ou seja, numerador com numerador e denominador com denominador, porém, essa regra não se aplica para frações com denominadores diferentes, pois é preciso encontrar um mínimo múltiplo comum entre eles, para que a soma possa ser realizada.

Segundo a concepção de Almouloud (2007, p.141), classificamos esse obstáculo como didático, pelo fato de o aluno D levarem em consideração que é possível somar duas frações com denominadores diferentes como se fossem números naturais, e não percebendo que é preciso achar um número em comum entre os dois denominadores para ser possível realizar a soma.

A partir desse momento, ocorreu uma série de tentativas da professora para tentar guiar os alunos para a concepção do porquê utilizar o m.m.c.

Professora*: Então como é que faço para somar 5 sobre 7 e 7 sobre 5?*

Turma*: dividir pelo de baixo e multiplicar pelo de cima.*

Professora: *mas como isso, dividir e multiplicar pelo que?*

Professora*: isso, para eu somar, o que tenho que fazer? Eu fazia o m.m.c. para deixar a fração com o mesmo denominador, por exemplo, o denominador comum dessa fração aqui é 35, e agora?*

Aluno j*: não tinha que ver a quantidade que foi aumentada e multiplicar o de cima também, para depois fazer, tipo assim, de um lado era 5 daí ele aumentou para 35 daí multiplicou por 6 vezes.*

Professora: *eu entendi, saber quantos aumentou aqui nesse denominador 7 para eu também poder aumentar no numerador 5, beleza, é isso mesmo.*

Aluno k*: é como se a gente tivesse um círculo, aí ele está 5 parte de 7, mas eu o transformei em 35, então quantos seria 5 vezes, esse 5 que era do 7, para mim 35, então vai pegar a mesma imagem e dividir em 35 vezes e vai achar o equivalente a 7 que era dividido por 5, só que vai ser ouro tamanho, por que está dividindo por 35 agora.*

Professora: *então nesse caso aqui o 7 foi multiplicado por 5, então o 5 também precisa ser multiplicado por 5, então aqui é 25 sobre 35, aqui o 5 foi multiplicado por 7, e o 7 tem que ser multiplicado por 7, que dá 49 sobre 35, aí agora eu posso somar?*

Turma: *pode!*

Professora*: isso, porque agora eu tenho uma representação dessas duas que eu consigo igualar, a aluna K falou um nome interessante relacionado a essas duas frações. Olha 5 sobre 7 e 7 sobre 5 são o que?*

Turma*: equivalentes.*

Nesse momento da aula a professora já estava encaminhando os alunos para a concepção de que era preciso tirar o m.m.c., pelo fato de que as frações precisam de um mesmo denominador para serem somadas, nesse caso um denominador comum, e a ampliação do campo de conceituação da soma de fração dos alunos, caracterizando a tentativa de superar os obstáculos apresentados, um indício disso é que nesse momento a maioria da turma participou.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesse trabalho, identificamos através de uma atividade diagnostica, alguns obstáculos referentes a operações com fração, subsidiado por autores como Almouloud (2007) e Brousseau (1996), classificamos alguns obstáculos entre epistemológicos, didático e psicológico.

A partir da identificação desses obstáculos, buscamos por meio de uma ficha de trabalho, discussão em sala de aula, e resolução de alguns exercícios dos alunos no quadro, superar os obstáculos que foram identificados.

Portanto, identificamos que o fato de os alunos terem que organizar seus pensamentos para conseguir explicar o que foi feito na resolução de um exercício para sala, fez com que ele reveja algumas preconcepções, que poderiam estar caracterizando um obstáculo, e assim conseguindo chegar na superação dele, é importante salientar que nesse processo os questionamentos e direcionamentos do professor é de total importância para que o aluno chegue na superação do obstáculo.

O trabalho buscou também, fomentar as discussões sobre metodologias de ensino no Ensino

Superior, onde geralmente predomina o ensino diretivo. A Assimilação Solidaria, busca uma formação, não apenas conceitual, ou de discutir e argumentar, mas sobretudo de tomadas de decisão de pequenos grupos em relação ao conjunto da sala, seguindo normas negociadas coletivamente.

Seguindo as ideias de Silva (2007), "a assimilação solidaria é uma proposta pedagógica que leva em consideração o papel da matemática na seleção e validação nos processos promocionais da sociedade, distinguem, claramente a avaliação matemática (você aprendeu ou não) e a recompensa social (você passou ou não), rejeitando a ideia de que a avaliação justa leva a um processo de seleção social, politicamente neutro" (p.7).

Com isso, esperamos que este trabalho possa contribuir com as discussões sobre possibilidades de estratégias que superem os obstáculos construídos na Educação Básica e muitas vezes permanecem até a formação de indivíduos no Ensino Superior, por não se preocuparem em identificar e, principalmente, em superá-los.

REFERÊNCIAS

ARTIGUE, M. épistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 10-2.3, p. 241-286, 1990.

ALMOULOUD, S. ag. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: Ed. UFPR, 2007

BALDINO, R.R. Ensino Remedial em Recuperação Paralela. Zetetiké. n 3(3), nov. 1995, Campinas, p. 73-95.

BRASIL. Ministério da Educação**. Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018, p. 269.

BROUSSEAU, G. **fondements e métodos da didáticada matematica**. In: BRUN, Jean (org). didática das matemáticas. Lisboa: instituto Piaget, 1996.

CABRAL, T. C. B. **Metodologias Alternativas e suas Vicissitudes: ensino de matemática para engenharias.** Perspectivas da Educação Matemática, v. 8, n. 17, 16 dez. 2015.

CELESTINO, K.G. **As fracoes em algumas civilizações antigas**. Encontro paranaense de educação matemática, Unioeste de cascavel. 2017.

DENZIN, Norman K.; LINCOLN, Yvonna S. (org.). **O planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DRECHMER, Patricia Aparecida; DE ANDRADE, Susimeire Vivien Rosotti. **O estudo de frações e seus cinco significados** (CO). In: XIII CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 2011.

DUROX, A. **La valeur absolue: difficultés majeures pour une notion mineure**. Grenobele: Irem, 1982.

FERREIRA, E. R. **Ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos: obstáculos didáticos e epistemológicos.** 2014. 184 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

GLAESER, Georgrs. **Une introduction a la didactique expérimentale des mathématiques.** Textes rassemblés et prepares par Bernard Blochs, Jean-Claude Régnier. Grenoble: La Pensée Sauvage Editions - RDM, 1999

PATRONO, R. M. **A aprendizagem de números racionais na forma fracionária no 6º ano do ensino fundamental: análise de uma proposta de ensino**. 2011. 185 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2011.

PERRIN-GLORIAN, Marie Jeanne. **Utilização da noção de obstáculos na didática da matemática. São Paulo**: Programa de estudos pós-graduandos em educação matemática, caderno de educação matemática. (CEMA), V. 2, P. 78-104, 1995.

SILVA, Maria José Ferreira da. **Sobre a introdução do conceito de número fracionário.** 167f. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 1997. Disponivel em:<ttp://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao_maria_jose.pdf> Acesso em: 04 de junho de 2012.