PROCESSOS INVESTIGATIVOS NO ENSINO DA FUNÇÃO SENO COM MODELAGEM NO ENSINO MÉDIO[1]

Pedro Augusto Pereira Borges [2]
Ângelo Fernando Fiori [3]

RESUMO

A Modelagem na Educação Matemática (MEM) tem sido utilizada como uma metodologia de ensino, na qual os estudantes, ao investigarem uma situação real, aprendem matemática. Em alguns casos, as limitações escolares, dificultam a investigação autônoma, exigindo uma atuação incisiva do professor, tornando a modelagem mais diretiva. Neste trabalho, pretende-se verificar como e se, um processo de modelagem escolar dirigido, mantém o caráter investigativo próprio da MEM. O referencial teórico da pesquisa situa-se em três dimensões: nas alternativas de emprego da MEM na Escola Básica; na caracterização dos processos investigativos da Modelagem no ambiente escolar; e nas funções dos estudantes e do professor nos processos de ensino e aprendizagem. A pesquisa tem caráter qualitativo, descritivo e analítico. A Observação Participante foi empregada como método de planejamento e acompanhamento do experimento pedagógico, executados colaborativamente entre o pesquisador e o professor da turma. Os dados foram analisados com base em um quadro de categorias, com auxílio da metodologia de Análise de Conteúdo. O experimento pedagógico ocorreu no segundo semestre de 2025, no segundo ano do Ensino Médio de uma escola estadual do Estado de Santa Catarina, no período matutino. O tema modelado foi movimentos cíclicos. Problemas associados à representação matemática do Movimento Circular Uniforme, aos significados gráfico e físico dos coeficientes da função seno e à transposição desses significados para outras situações reais, geraram investigações pontuais, nas quais o ciclo de modelagem) foi executado recursivamente, fortemente mediado pelo professor. Mesmo com esse direcionamento, ocorreram processos de investigação matemática, de ciências e modelagem, nos quais indução e dedução se complementaram, resultando na aprendizagem dos conceitos matemáticos e alguns dos seus significados.

Palavras-chave: Processos investigativos, Modelagem e ensino, Experimentos, Fenômenos cíclicos, Função seno.

INTRODUÇÃO

A modelagem matemática científica é um processo de investigação, cujo objetivo é "... entender e explicar fenômenos observados tanto na natureza quanto em sistemas sociais, biomédicos, equipamentos etc.; projeto de sistema de monitorização e controle; predição; estimação de estados; simulação e treinamento, como por exemplo os simuladores de vôo" (Aguirre, 2007, p. 52). O investigador, geralmente é um estudante ou pesquisador acadêmico, com formação científica, tempo, recursos e equipe de pesquisa, que viabilizam a realização de

[1] A atividade de modelagem analisada neste artigo é decorrente do Curso de Formação de Professores de Matemática da Região de Chapecó, SC, realizado em 2025.

[2] Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, pedro.borges@uffs.edu.br

[3] Mestre pelo Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, UNIJUI, an@unochapeco.edu.br

investigações demoradas e complexas. A Modelagem na Educação Matemática (MEM), ou modelagem escolar, por sua vez, é também um processo de investigação, que visa conhecer o real, expressá-lo simbolicamente e, nesse processo, ensinar Matemática em sala de aula. A MEM, como transposição da modelagem científica para a Escola Básica, implica em algumas adaptações, considerando as diferenças entre os níveis de conhecimento dos atores, as condições de realização de experimentos, os tempos escolares e a complexidade dos modelos.

A MEM se caracteriza como um processo de investigação, uma vez que pressupõe uma sequência de procedimentos (ciclo da modelagem), cujo objetivo é desvendar uma situação real, composta por cinco fases: Simplificação da realidade, Problematização, Elaboração de Modelos, Validação dos modelos e Solução. Esse ciclo tem sido descrito com algumas variações, como em Bassanezi, (2002, p. 27), Almeida, Silva e Vertuan, (2016, p. 19) e Blum, (2012, p.76) dentre outros, e suas fases têm merecido a atenção de diferentes pesquisadores, com destaque para os seus atributos de investigação. Bassanezi detalha cada fase do ciclo com orientações objetivas (próprias de um experiente modelador), dá vários exemplos de modelos e destaca a relativa importância da precisão na fase de validação, considerando as limitações do ambiente escolar: “Na modelação a validação de um modelo pode não ser uma etapa prioritária” (BASSANEZI, 2002, p. 38). Vos e Frejd (2022) consideram o ciclo de modelagem como objeto de pesquisa e consideram outros aspectos, além dos cognitivos, tais como estratégias metacognitivas, o uso de ferramentas e de aspectos sociais. Afirmam que esses aspectos apoiam e modificam as atividades cognitivas envolvidas na prática da modelagem matemática. Jesus e Almeida (2024) examinam a idealização, o descarte de aspectos secundários e a priorização de outros, como sendo um procedimento necessário e característico do processo de elaboração de modelos matemáticos. Em Gaioto e Tortolla (2024) são analisados os argumentos dos alunos, relativos aos conceitos matemáticos envolvidos em atividades de modelagem em sala de aula. O estudo de Leikin et al (2025) ao elucidar como o processo de proposição de problemas elaborados por designers instrucionais se conecta à modelagem, mostra características diretivistas dos processos investigativos escolares.

Nesse contexto, o presente trabalho tem como objetivo contribuir para o entendimento da natureza dos processos de investigações de modelagem escolar e das decorrentes oportunidades de aprendizagens de matemática. Particularmente, pretende-se verificar como e se, um processo de modelagem escolar significativamente dirigido, mantém (ou não) o aluno como um investigador ativo.

A metodologia da pesquisa é caracterizada como qualtitativa e analítica, na segunda seção do presente trabalho. Na terceira seção, são apresentados os fundamentos teóricos dos processos investigativos intrínsecos à Modelagem. Na quarta seção, de resultados e discussão, o experimento pedagógico de modelagem sobre fenômenos cíclicos é descrito e analisado, com destaque para a caracterização dos processos de investigação praticados em classe. Na última seção, é apresentada uma síntese das características das ações de investigação efetuadas pelos alunos no processo de modelagem.

METODOLOGIA

Os objetos de análise da presente pesquisa são os procedimentos de investigação vivenciados em classe, durante os dois meses de experimento pedagógico, de modo a identificá-los e caracterizá-los qualitativamente. As fontes de informações são o planejamento pedagógico inicial das atividades de ensino, os diálogos (aluno-aluno, aluno-professor e seminários), fotos, cartazes, planilhas eletrônicas, anotações dos alunos devidamente registradas no diário de bordo pelo professor, as anotações das reuniões semanais on line dos pesquisadores, durante o experimento e da revisão final.

Quadro 1- Quadro de categorias

Áreas (A)	**Processo de investigações (B)**	**Atores/ protagonismo (C)**	**Argumentação (D)**	**Linguagem (E)**
1 Modelagem Matemática **2** Investigaçao Matemática **3** Investigação em Ciências	**1** Definição do objeto **2** Idealização **3** Problema **4** Hipóteses/ modelos **5** Validação **6** Conclusão **7** Socialização	**1** Alunos **2** Professor **3** Comunidade **4** Coletivos	**1** Dados, fatos, fotos **2** Ideias, princípios, conceitos. **3** Experimentos **4** Indutiva ou dedutiva	**1** Natural: oral, desenhos, esquemas, escrita. **2** Matemática: simbólica, gráficos, tabelas.

Fonte: elaborado pelos autores.

Para descrever esse tipo de fenômeno educacional foi adotada a fenomenologia, como metodologia de pesquisa, a qual "[...] enfatiza os aspectos subjetivos do comportamento humano e preconiza que é preciso penetrar no universo conceitual dos sujeitos para poder entender como e que tipo de sentido eles dão aos acontecimentos e às interações sociais que ocorrem em sua vida diária. (André, 2012, p.18). Dentre as abordagens fenomenológicas, foi escolhida a Observação Participante pela consideração do real em constante transformação, como consequência das ações dos sujeitos. Assim, o acompanhamento da experiência ocorreu com um acordo de colaboração, em que a condução das atividades em classe pelo professor e o diálogo entre os autores, foram fundamentais para a coleta de dados, análise e (re)planejamento das ações de modelagem e ensino. Elementos da Análise de Conteúdo, na concepção de Bardin (2002), foram empregados para a organização e análise dos dados, tendo como guia o quadro de categorias (Quadro 1) elaborado a partir do referencial teórico.

REFERENCIAL TEÓRICO

Para verificar se processos de modelagem escolar dirigidos mantém o caráter investigativo é necessário definir o que se entende por investigação, as condições em que ela ocorre no ambiente de sala de aula e as potencialidades e limitações dos seus atores.

Segundo Ponte "Investigar é procurar saber o que não se sabe" (Ponte, Brocardo e Oliveira, 2016, p. 13). Para Kilpatrick, é uma "indagação metódica e disciplinada". (KILPATRICK, 1992, p.3). A procura pela explicação de um fato, subentende uma atitude, uma mobilização do sujeito, uma estratégia, alguns procedimentos suficientemente organizados que agreguem informações, conceitos, ao conhecimento anterior do pesquisador. Além disso, ferramentas, equipamentos, computadores, podem contribuir para fazer medições e organizar dados. Uma vez obtidas essas informações, é necessário refletir sobre suas relações e de alguma maneira, tentar explicar o que se deseja saber. Ou seja, uma investigação é um processo, uma sequência de ações, um método que leva a algum saber. A qualidade desse saber depende desse método.

A modelagem científica certamente é uma investigação, cujo processo é metódico, disciplinado, sistemático e consistente, como sugerem Ponte e Kilpatrick. De forma semelhante, a MEM também pode ter status de investigação. Como se refere Barbosa, "[...] o ambiente de Modelagem está associado à problematização e investigação. O primeiro refere-se ao ato de criar perguntas e/ou problemas, enquanto que o segundo, à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexão sobre elas. (Barbosa, 2004, p. 3).

Para identificar elementos de investigação no ciclo de modelagem, foi necessário retomar as cinco fases: Simplificação da realidade, Problematização, Elaboração de Modelos, Validação dos modelos e Solução. Devido a complexidade do real, a etapa de simplificação (ou idealização, como referida em Jesus e Almeida, 2024) torna-se fundamental para viabilizar o emprego das estruturas matemáticas, com formulação e resoluções executáveis, mesmo que para isso, parte das informações disponíveis sejam negligenciadas. Executada a idealização, tem-se um recorte da realidade, que se pode torná-lo ainda mais objetivo, elaborando problemas que, como sugere Bassanezi, devem ser elaborados de forma clara e operacional.

> "Dessa forma, um problema se constitui em uma pergunta científica quando explicita a relação entre as variáveis ou fatos envolvidos no fenômeno. [...] As hipóteses dirigem a investigação e são comumente formulações gerais que permitem ao pesquisador deduzir manifestações empíricas específicas" (Bassanezi, 2002, p. 28)

Os problemas e hipóteses, formulados em linguagem natural, guardam significados próprios do tema. Esse processo já implica em alguma abstração, porém não necessariamente, fazem uso da linguagem matemática. "O modelo matemático é obtido quando se substitui a linguagem natural das hipóteses por uma linguagem matemática coerente" (Bassanezi, 2002, p. 29). Nele estão os conceitos matemáticos, que combinados, produzem evidências construídas por simulações, que são possíveis respostas ao problema de investigação.

A indução e a dedução são esquemas lógicos empregados para argumentar as proposições da pesquisa em geral e, particularmente da modelagem. Na indução, uma proposição é considerada verdadeira, se vários experimentos a confirmarem (generalização). É uma lógica que vai de evidências particulares, para uma proposição geral. O ponto fraco do indutivismo é a determinação de quantos casos particulares são necessários para que a generalização seja verdadeira (SAVIANI, 2015, p. 29). Mesmo assim, esse esquema tem sido utilizado nas ciências físicas com muito sucesso e segurança, visto que uma classe de fenômenos naturais apresenta regularidades. O esquema dedutivo consiste na elaboração de conjeturas a partir de princípios gerais, que por sua vez, explicam os casos particulares (SAVIANI, 2015, p. 29). Esse esquema também é empregado nas ciências, por exemplo, na formulação de modelos matemáticos a partir das leis de conservação de massa e energia. Nesse caso, a função dos experimentos na argumentação, é de tentativas de refutação daquelas leis, visto que são puramente lógicas.

Esquemas dedutivos e indutivos podem estar presentes tanto no próprio modelo (nas deduções das expressões matemáticas, por exemplo) como na análise das simulações (verificação do modelo), a quarta fase da modelagem. Se a verificação é positiva, de acordo com as necessidades de precisão, o modelo pode orientar ações sobre a realidade. Observe-se que a qualidade dos dados, dos aspectos técnicos do modelo matemático (formulação, cálculos e gráficos) e da análise das respostas do modelo em relação aos dados é que dá consistência e credibilidade ao método.

A promoção de investigações na escola, seja de matemática, ciências ou de modelagem, se justifica por ser um modo efetivo que a humanidade desenvolveu para gerar conhecimento sobre a realidade. Para Justi, "O principal objetivo da ciência é produzir conhecimento" (Justi, 2015, p. 33). A modelagem matemática é parte dessa ciência e se estabelece com um processo de investigação particular, porque pressupõem o uso da matemática como linguagem para expressar, entender e agir sobre o real. Nessa perspectiva, o conhecimento científico é o instrumento, que viabiliza a prática social, cujo ensino é compromisso da escola e uma das competências do professor.

Com essas considerações, o desafio de modelar na Escola Básica consiste em realizar processos investigativos com alunos e professores, seus conhecimentos e motivações, com os recursos e tempos do ambiente de sala de aula e, ainda, ensinar e aprender a Matemática envolvida.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na presente seção é apresentado um relato das atividades realizadas, dos processos investigativos (Pi I ao Pi VII), seguido da análise desses processos, com base nas categorias descritas no Quadro 1 (A,B,C,D,E e seus respectivos subítens).

Relato das atividades

As atividades foram elaboradas para 14 encontros, cada um com duas h/a, aqui relatados de forma contínua. As indicações de início e fim dos Pis entre parêntesis, são anotações de pesquisa mantidas no texto, com o objetivo de situar o leitor.

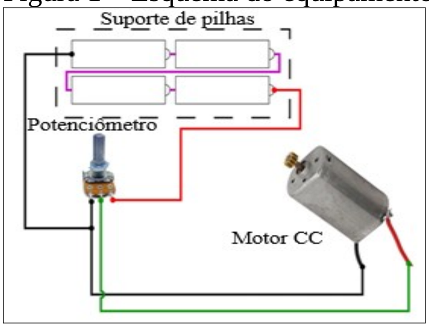
(Início Pi I) A primeira atividade proposta pelo professor, foi uma conversa com o objetivo de despertar a curiosidade e fazer uma aproximação ao tema de fenômenos cíclicos. A primeira questão foi: O que são fenômenos cíclicos? Os estudantes, usaram o sentido que dispunham da palavra cíclico, responderam que *é algo que se repete ... tem um padrão*[4] e citaram exemplos: *a rotina de um dia, a respiração, o ciclo menstrual, ciclone, batimentos cardíacos, rotações e translações*, devidamente anotados no quadro branco. Depois dessa troca de ideias, o professor propôs a elaboração de cartazes, em pequenos grupos e em comum acordo, optou-se pelos fenômenos ondas do mar, ondas sonoras, corrente e tensão, pêndulo simples, ciclo menstrual, respiração, batimentos cardíacos e sinal de telefone, com enfoque nas questões: O que faz um fenômeno ser cíclico? O que faz com que ocorra a repetição? Quais são as aplicações e desafios? A apresentação ocorreu na aula seguinte. Os cartazes foram apresentados em seminário e mostraram o esforço dos alunos em coletar informações sobre os elementos da história dos temas, conceitos, funcionamento, desafios e as aplicaçõs do fenômeno . Além disso, as apresentações evidenciaram a constatação de *algo que se repete de tempos em tempos* e de variáveis em todos os fenômenos estudados.(Fim Pi I)

[4] As falas dos estudantes estão digitadas em itálico.

Após o seminário (Início Pi II), o professor sugeriu estudar um fenômeno cíclico físico específico: o movimento de um ponto da borda de um disco em rotação (Figuras 1 e 2), com velocidade angular constante (Movimento Circular Uniforme (MCU), associado ao Movimento Harmônico Simples, MHS). Os objetivos da atividade (não expressos aos alunos) foi aplicar os conceitos de função e seno de um arco, obter dados experimentais do movimento, representar os dados em tabelas e gráficos cartesianos e induzir a aprendizagem da função seno.

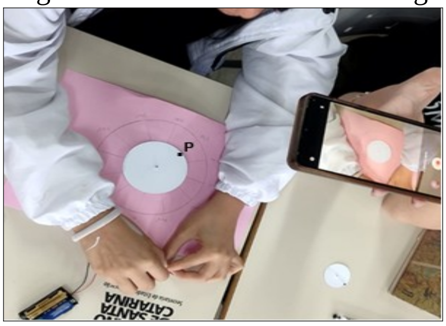
Com auxílio do esquema da Figura 1, os alunos montaram o aparato do experimento, que consiste em uma fonte de energia, um potenciômetro[5] e um motor, disponível no ambiente Maker[6]. A velocidade de rotação do motor foi controlada regulando o potenciômetro, e escolhida de modo a permitir a filmagem do ponto P com nitidez. O disco branco com o ponto P marcado na borda (Figura 2), tem o centro fixo no eixo de torque do motor e portanto, gira com esse. O círculo desenhado sobre o papel rosa é fixo e tem a marcação dos ângulos múltiplos de 30º, utilizados como referência para as leituras de tempo.

Figura 1 – Esquema do equipamento



Fonte: elaborado pelos autores.

Figura 2 – Disco rotatório e de ângulos.



Fonte: elaborado pelos autores.

O movimento do disco rotatório com o ponto P, sobre o círculo fixo com os ângulos (Figura 2), foi filmado com aparelhos celulares. Posteriormente, os tempos e as respectivas posições (ângulos) foram anotados manualmente, fazendo pausas nos vídeos, obtendo-se assim sequências de pontos (tempos, ângulos) que descrevem a variação da posição do ponto P, em função do tempo, dos arcos ou dos ângulos. Os dados experimentais foram transcritos para uma planilha eletrônica e editados como gráficos de dispersão. (Fim Pi II)

(Início Pi III) Os alunos observaram que se a velocidade do motor é constante (para a mesma posição do Potenciômetro), iguais variações de ângulos ($\Delta\theta$), correspondem a iguais variações de tempo (conforme segunda e terceira colunas da Figura 3), o que levou ao conceito de velocidade angular e à formulação de um modelo, a Eq.(1).

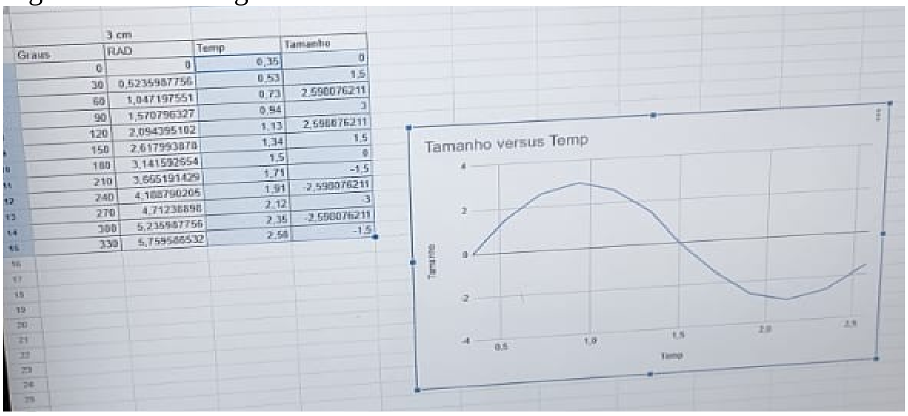
[5] O potenciômetro é permite variar a resistência elétrica e com isso, a velocidade de giro do motor.

[6] Laboratórios Makers são equipamentos disponíveis em algumas escolas. (SED-SC, 2026)

$$v_a = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \tag{1}$$

Onde v_a é a velocidade angular, $\Delta\theta$ é a variação dos ângulos ou arcos (graus ou radianos), Δt é a variação de tempo (segundos). (Fim Pi III)

Figura 3 – Dados e gráfico.



Fonte: elaborado pelos autores.

(Início Pi IV) Após as atividades experimentais, o professor ministrou uma aula clássica, apresentando o seno de um arco, como a projeção do raio do círculo trigonométrico no eixo vertical. Os gráficos da função seno foram gerados no Geogebra. Após essa instrumentalização matemática, o professor propôs a elaboração de uma coluna na planilha eletrônica (quarta coluna da Figura 3), com o produto do raio do círculo pelo seno de cada arco, o que os alunos chamaram de *Tamanho*. Ao fazer o gráfico dessa coluna pelo tempo (terceira coluna da Figura 3), os alunos imediatamente o associaram ao gráfico da função seno, o que levou à hipótese de que a função seno descrevesse o MHS. Comparando novamente, verificaram que nas curvas da função seno (Geogebra), o raio do círculo trigonométrico é 1 cm e nos experimentos é 3 cm, Figura (3). Depois de algumas discussões, chegaram à conclusão que a função seno poderia expressar o MHS se fosse multiplicada pelo raio do círculo, conforme a Eq. (2).

$$y = A \cdot sen\,(x) \tag{2}$$

onde x é o arco (radianos), A é o raio do círculo (cm) e y é o seno do arco (unidade de comprimento).

(Início Pi V) Simulações gráficas da função seno (Eq. (2)), com diferentes valores para *A*, confirmaram a hipótese de *A* ser o raio do círculo. Para generalizar, esse coeficiente foi chamado de amplitude da função senóide, que é uma onda. (Fim Pi V)

(Início Pi VI) Ainda como sugestão do professor, os alunos plotaram a função cosseno no Geogebra. Ao constatarem que as curvas eram semelhantes ao seno, alguns perguntaram:

como sei se o gráfico é do seno ou do cosseno? A pergunta levou ao conceito de fase em funções trigonométricas, comentado e explorado em gráficos, na forma da Eq. (3).

$$y = A \cdot sen\,(x) = A \cdot cos\,(x+\varphi) \tag{3}$$

onde φ é a fase (rad), cujo efeito gráfico é o deslocamento horizontal da curva. (Fim Pi VI)

(Início Pi VII) Em outro momento, um aluno comparou seu gráfico com o do colega, e perguntou: *por que meu gráfico tem uma voltinha e o do colega tem duas?* A pergunta levou ao conceito de período (voltinha, na linguagem do aluno) das funções trigonométricas que são funções cíclicas. E ainda, a uma característica das funções cíclicas, que é a existência de um período: aquele intervalo do domínio, no qual a função não se repete. (Fim Pi VII e Pi IV)

Para verificar o aprendizado da função seno, foi aplicada uma atividade com o software Kahoot. O encerramento das atividades foi a retomada de alguns dos fenômenos apresentados nas primeiras aulas e a discussão sobre a possibilidade de serem modelados pela função seno.

Análise das atividades

No Pi I, o professor induz a definição do tema principal (**A1,B1,C2,D1,E1**) ao propor o tema de fenômenos cíclicos. Mesmo assim, os alunos escolhem sub-temas (**C1,E1).** A aula dialogada, com pesquisa de conceitos (**D2**) em linguagem natural (**E1)**, tem participação ativa dos alunos em ambiente democrático (**C4**). A proposição dos cartazes é uma tentativa de coleta e organização de dados **(A1,C2)** que agregou conhecimentos sobre os temas. As questões propostas pelo professor são problemas de investigação (**A1,B3,C2**). A primeira leva à identificação de propriedades comuns (**B2,B3,B4**) e a formulação de um conceito (**B6,D2**). É um direcionamento do processo de elaboração conceitual em linguagem natural (**C2**,**D2,E1**) que visa agilizar a investigação. A segunda é a investigação das causas da repetição, do funcionamento, o que requer conhecimentos empíricos, observações, medições **(A1,A3,B3,B4**) e poderia levar a investigações de modelagem mais detalhadas. É uma questão de Física (**A3**,**D4**). A terceira busca significados sociais do conhecimento estudado **(A1,C4)**. A ação investigativa é estritamente dos alunos: coleta de dados (**B2,C1**), descrição do fenômeno (**B4,E1**), identificação de variáveis (**B2**), mesmo sem proposição de modelos matemáticos.

No Pi II, a proposição do experimento **(A1 e A3,B1,C2,D3,E2)**, com aparente desconexão com os estudos anteriores, deixa os alunos perguntando-se: o que esse equipamento tem de movimentos cíclicos? O professor está sendo diretivo (**C2**), porque sabe onde quer chegar e essa mediação foi fundamental para dar rumo às ações em classe. A montagem do circuito e seu funcionamento, foi um aprendizado de conceitos da Ciências que ocorreu em um nível de compreensão elementar e sem modelos matemáticos (**A3,B1,C1,D1 e D3**). O funcionamento do potenciômetro levou a outros conceitos de eletricidade, que provavelmente não tenham ficado bem compreendidos, porém, o fato do circuito funcionar, foi suficiente para operar com o equipamento. Esse Pi é um processo de investigação empírico, por tentativas, mas que requer instrumentalizações específicas, tanto práticas como teóricas sobre as medições na ciência: habilidades com ferramentas, repetição de experimentos, análise de erros e a precisão das medidas. O domínio dessas habilidades e rotinas está relacionado à confiabilidade dos dados e ao compromisso ético do cientista (**A3, D2**). Assim, o Pi II foi um processo de investigação de modelagem em ciências: O aparato experimental (**B1**); a idealização das variáveis (**B2**); a problematização (**B3**); A hipótese de representar o *Tamanho* (**B4**); o gráfico do *Tamanho* (**B5 e B6**); e o acordo coletivo da turma, sobre os resultados obtidos (**B7**).

O Pi III ocorreu quando os alunos voltaram a atenção para os dados de arcos e tempos obtidos com o vídeo e digitados na planilha (**A2, D4**). A constatação da regularidade dos dados (**A2 e A3, B2,B3,D3,E2**) sobre as variações de ângulos e tempos, levou ao amadurecimento de um conceito físico: velocidade angular (**A3,B6,D4,E2**) e a proposição de um modelo linear (**B4**). A argumentação é indutiva, porque se verifica experimentalmente com outras velocidades. A proposição do modelo foi favorecida por aprendizados anteriores, sobre o conceito de função linear.

O Pi IV engloba os processos PiV, PiVI e PiVII completando o estudo da função seno, combinando ações de análise de gráfico no Geogebra e significados físicos do MHS. Esse processo é de investigação em modelagem, com indução do professor, instrumentando os alunos com o estudo da função seno, para criar uma hipótese de modelo matemático para o MHS (**B4**), o que ocorre quando os alunos (**C3**) comparam os gráficos do experimento e os da função seno (**B5, E2**). Por ser experimental, a argumentação é indutiva (**D4**), já que os dados de um ou mais experimentos são generalizados para qualquer disco e velocidades de rotação. A proposição da Eq. (1) como modelo encerra o ciclo de investigação de modelagem.

O Pi V é uma investigação de matemática (**A2**) sobre os efeitos da variação do coeficiente A no gráfico da função (**B3**), a qual dá suporte para a validação do modelo (**B5** no Pi IV), executada coletivamente (**C4**), com argumentação indutiva (**D4**) (generalização após testes com experimentos em gráficos), usando linguagem matemática (**D4**). A nomeação do coeficiente A como amplitude e a senoide como uma onda, são intervenções sistematizadoras do professor (**C2**), parte de seu objetivo de ensinar o conhecimento científico.

O Pi VI é outro processo de investigação matemática (**A2**), usando a representação gráfica (**D1, D3 e E2**), como dado para determinar as características da função cosseno. A problematização (*como sei se o gráfico é do seno ou do cosseno?*) (**B3**) vem da comparação dos gráficos (**C4,D3**) e a hipótese (**B4**) é bastante intuitiva, admitindo a ideia de deslocamento, arraste ou translação. Nesse caso, a modelagem e a investigação matemática foram ambientes de reflexão que levaram a um novo conceito.

O Pi VII é uma investigação Matemática e Ciências (**A2, A3**), que usa a representação gráfica (**D1, D3 e E2**) como objetos de análise, para elaborar hipóteses e propor modelos matemáticos (**B4**). A problematização (*por que meu gráfico tem uma "voltinha" e o do colega tem duas?*) (**B3**) vem da comparação dos gráficos (**D3)** pelos próprios alunos **(C4**), que levou ao conceito de período, o qual retoma o primeiro conceito de fenômenos cíclicos, elaborado pelo coletivo: repetição.

Com os modelos criados efetivamente em classe percebe-se o acréscimo de conhecimentos científicos e práticos, aos quais os alunos tiveram acesso e lembraram, ao rever, na última aula, os fenômenos cíclicos pesquisados inicialmente. Ou seja, a experiência de modelagem proporcionou um acervo de conceitos e suas representações simbólicas, para serem aplicadas, em outros fenômenos cíclicos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conjunto das atividades, como exposto nas seções anteriores, é de uma sequência de processos investigativos de modelagem matemática conectados, intencionalmente diretivista. As ações de direcionamento foram, principalmente, de decisão e instrumentalização: decisão sobre o que pesquisar (tema, experimento, variáveis); como pesquisar (medir, graficar, interpretar); instrumentalizar (com técnicas laboratoriais, matemática e física); na sistematização (pesquisa de parâmetros e síntese de conceitos).

Os alunos, por sua vez, foram ativos e com certo protagonismo em ações de execução e sínteses (pesquisa bibliográfica, montagem de experimento, observação, análise de dados e elaboração de conclusões). Assim, pode-se afirmar que ocorreram momentos de investigação protagonizados pelos alunos, inclusive com proposição de modelo (velocidade angular) e outros coletivos de interação com o professor. A diretividade foi uma necessidade para viabilizar as investigações, considerando as condições de tempo e experiência dos alunos.

As instrumentalizações matemáticas que possibilitaram a modelagem, foram intervenções do professor que capacitaram os alunos para as atuais e futuras investigações e constituem a responsabilidade do profissional que domina e ensina o conhecimento científico, pois "É a exigência de apropriação do conhecimento sistematizado por parte das novas gerações que torna necessária a existência da escola." (SAVIANI, 2011, p. 14)

REFERÊNCIAS

AGUIRRE, L.A. **Introdução à identificação de sistemas**. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2007.

ALMEIDA, L. W.;.SILVA, K.P., VERTUAN, R.E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2016.

ANDRÉ, M.A.D.A. **Etnografia da prática escolar**. Campinas, SP: Papirus, 2012.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Lisboa: Edições 70, 2002.

BASSANEZI, R.C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.

BLUM, W. Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do? Werner Blum. In: **The Proceedings of the 12th International Congress on Mathematical Education Intellectual and Attitudinal Challenges**. COEX. Seoul: Springer, 2012, pp. 73-96, 2012.

GAIOTO, M.C.F., TORTOLA, E. Atividades de Matemática em Sala de Aula: Argumentos dos Alunos do 8º ano para o Paradigma para Investigação. **Anais do X EPMEM**. Cornélio ProcóPio, PR: SBEM/PR, 2024.

JESUS, L.G.S.R., ALMEIDA, L.M.W. Discutindo o papel das idealizações na modelagem matemática. In: X Encontro Paranaense de Modelagem na Educação Matemática. **X EPMEM**. Cornélio ProcóPio, PR: SBEM/PR, 2024.

JUSTI, R. Relações entre argumentação e modelagem no contexto da ciência e do ensino de ciências. **Revista Ensaio**. Belo Horizonte, v.17 nº especial, p. 31-48, 2015.

KILPATRICK, J. A history of research in mathematics education. In: GROWS, D.A. (Ed.). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York: Macmillan, 1992. P.3-35.

LEIKIN, R; BORISKOVSKY, M., OVODENKO, R., MISKIN, M. Problem posing or mathematical modeling? The process of expert instructional design. Springer. ZDM – Mathematics Education. 2025. https://doi.org/10.1007/s11858-025-01668-1

PONTE, J.P., BROCARDO, J., OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2016.

SED-SC. Secretaria de Estado da Educação, SC. https://www.sed.sc.gov.br/espaco-maker-com-impressora-3d-notebooks-e-kits-de-robotica-e-inaugurado-em-escola-estadual-de-itajai/. Acesso em: 26 jan. 2026.

SAVIANI, D. **Escola e democracia**. (32ªed). Campinas, SP: Autores Associados, 1999.

SAVIANI, D. **Pedagogia histórico-crítica: primeiras aproximações**. (11.ed.). Campinas, SP: Autores Associados, 2011.

SAVIANI, D. O conceito dialético de mediação na Pedagogia Histórico-Crítica em intermediação com a psicologia histórico-cultural. **Germinal: Marxismo e Educação em Debate**, Salvador, v. 7, n. 1, p. 26-43, jun. 2015.

VOS, P., FREJD, P. The modelling cycle as analytic research tool and how it can be enriched beyond the cognitive dimension. **Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education**. Bozen-Bolzano, Italy. Feb 2022.