ENCONTRO DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA DA UEPB
V ENID

ARRANJO E COMBINAÇÃO: UMA EXPERIÊNCIA NO PIBID

José Jefferson da Silva

Universidade Federal de Pernambuco, email: jef3ferson@hotmail.com

José Jairo de Santana e Silva

Universidade Federal de Pernambuco, email: jjairim@hotmail.com

Cristiane de Arimatéa Rocha

Universidade Federal de Pernambuco, email: tiane_rocha@yahoo.com.br

RESUMO

Este trabalho relata resultados de duas atividades de combinatória realizadas com materiais manipuláveis em um 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública de Caruaru, Pernambuco. Buscou-se identificar quais as dificuldades dos alunos ao depararem com questões de arranjo e combinação. Diagnosticou-se a dificuldade em classificar a questão a partir de a ordem gerar ou não novas possibilidades. Além disso, a maioria dos alunos utilizou a listagem de ou a enumeração de elementos como estratégia de resolução, desse modo percebeu-se que os alunos devem entrar em contato com as demais representações simbólicas existentes, ampliando a gama de estratégias de resolução do problema.

Palavras chave: Raciocínio Combinatório; PIBID; Ensino Médio; Arranjo e Combinação.

INTRODUÇÃO

A inserção dos computadores na sociedade ampliou a necessidade do homem simplificar, analisar e inferir resultados a partir de uma quantidade de dados cada vez maior. Com estas modificações reanalisar e talvez propor modificações no formato de escola, em particular, um instrumento a ser revisto é o currículo que passa a incluir (ou excluir) conteúdos programáticos.

Visando estas novas necessidades os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCN) justificam que um olhar mais atento para nossa sociedade mostra a necessidade de acrescentar aos conteúdos de matemática, “aqueles que permitam ao cidadão “tratar” as informações que recebe cotidianamente, aprendendo a lidar com dados estatísticos, tabelas e gráficos, a raciocinar utilizando ideias relativas à probabilidade e à combinatória.” (BRASIL, 1998, p. 49).

O PCN de Matemática indica ainda que “relativamente à combinatória, o objetivo é levar o aluno a lidar com situações-problema que envolvam combinações, arranjos, permutações e, especialmente, o princípio multiplicativo da contagem.” (BRASIL,1997, p.40).

De mesmo modo o PCNEM nos mostra que o ensino contextualizado de análise combinatória nos poder abordar diferentes áreas do ensino, além da matemática.

> Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas (BRASIL, 2000, p.44-45)

Diante da importância do conteúdo de combinatória para formação matemática do aluno da Educação Básica, os alunos do PIBID – UFPE – CAA – Subprojeto Matemática acompanharam as aulas de combinatória de uma turma do 2º ano do ensino médio, em seguida, propuseram atividades que buscassem sanar as principais dúvidas apresentadas em sala de aula.

O PIBID COMO PROPOSTA DE MELHORIA NA ATENÇÃO BÁSICA

O Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência – PIBID busca, segundo a CAPES, contribuir na formação dos docentes em nível superior e contribuir para a melhoria na qualidade da Educação Básica nas escolas públicas.

> O Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência - PIBID, executado no âmbito da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, tem por finalidade fomentar a iniciação à docência, contribuindo para o aperfeiçoamento da formação de docentes em nível superior e para a melhoria de qualidade da educação básica pública brasileira. (DECRETO N° 7.219, 2010).

O primeiro objetivo proposto no documento é incentivar a formação de professores para a Educação Básica, ou seja, ofertar a experiência docente enquanto os estudantes de Licenciatura ainda estão na graduação. O projeto visa garantir aos futuros professores experiências metodológicas, tecnológicas e práticas docentes, possibilitando a compreensão do contexto social no qual ocorre o processo de ensino/aprendizagem e, ao mesmo tempo, imprimir melhorias na Educação Básica com a ampliação da parceria universidade-escola.

Neste meio, surge o Subprojeto UFPE-CAA Matemática que atua em três escolas da rede municipal de Ensino de Caruaru, que possui 03 coordenadores, 06 professores supervisores e 45 bolsistas licenciandos em matemática.

TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E COMBINATÓRIA

A teoria dos Campos Conceituais é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem das competências complexas, nomeadamente daquelas que revelam das ciências e das técnicas. (VERGNAUD, 1991, p. 155)

Segundo esta teoria "um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos quando nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino" (idem, p. 156).

No ambiente da Teoria dos Campos Conceituais, há três dimensões do conhecimento, de forma descrita abaixo:

> S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);
> I: conjunto dos invariantes operatórios, mecanismos utilizados pelo sujeito na resolução de problema (teorema-em-ação e conceitos-em-ação);
> R: conjunto de representações simbólicas, utilizadas tanto para representações quanto para resolução do problema (significante).
> (VERGNAUD, 1990, p. 155)

Assim, para Teoria dos Campos Conceituais, um conceito depende das três dimensões do conhecimento (S, I, R) que são atreladas.

Quanto às situações, Pessoa e Borba (2009) classificam as situações dos problemas combinatórios em quatro tipos, são eles: produto cartesiano, permutação, arranjo e combinatória. Tal classificação baseada, segundo as autoras, em classificações anteriores será utilizada neste trabalho.

Barreto e Borba (2010) detalham que:

> O problema que envolve o *produto cartesiano* é composto, no mínimo, por dois conjuntos básicos, sendo necessário, combinar cada elemento de um conjunto com cada elemento do outro para formar o conjunto-solução. A operação com problemas que envolvem o *arranjo*, a *permutação* e a *combinação*, consiste basicamente, em formar subconjuntos, a partir de um conjunto, atendendo a determinadas condições peculiares a cada um desses significados (com todos os elementos – no caso da permutação – ou com alguns dos elementos – nos casos do arranjo e da combinação e levando em consideração se a ordem dos elementos gera, ou não, novas possibilidades). Portanto, nesses casos, o raciocínio combinatório se desenvolverá na

> organização dos elementos de um conjunto básico, diferente do produto cartesiano que envolve a associação entre dois ou mais conjuntos básicos (p. 02)

Por fim, cada problema pode ser resolvido por diversas representações simbólicas, e dependendo da escolha do tipo de representação pelo aluno, o problema pode ser simplificado. Relativo às representações possíveis nas questões de análise combinatória, Barreto e Borba (2010) evidenciaram: desenho, apenas enunciado (sem sugestão), algoritmo, cálculo oral e mental, manipulativos, tabela, árvore de possibilidade, mais de uma, outros (fotografias, exemplos e/ou jogos), princípio fundamental da contagem.

Assim, este trabalho busca entender quais as principais dificuldades dos alunos ao se depararem com problemas de arranjo e combinação, identificando se os alunos compreendem as propriedades invariantes de tais problemas, assim como verificando quais as representações simbólicas utilizadas pelos alunos ao buscarem solucionar tais problemas.

METODOLOGIA

A atividade desenvolvida por meio do Programa de Incentivo a Bolsas de Iniciação a Docência (PIBID) teve a participação de 4 bolsistas (pibidianos), duração de 2 horas/aulas, e ocorreu no 2º ano, sala com 40 alunos, em uma escola vinculada a Rede Estadual de Ensino e localizada na cidade de Caruaru, interior de Pernambuco.

A turma já havia anteriormente estudado as principais situações de combinatória: *produto cartesiano*, *permutação*, *arranjo e combinação*. Apesar disto sentiam dificuldades consideráveis em diferenciar situações de arranjo e combinação, segundo relato do professor da disciplina.

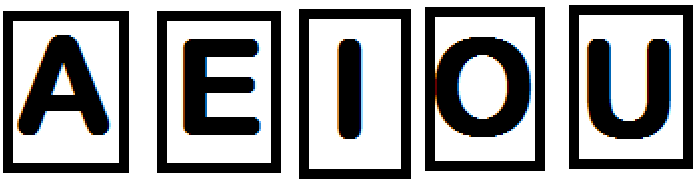
Buscamos diagnosticar quais as dificuldades dos alunos nos problemas de arranjo e combinação, para em atividades posteriores criar materiais que busquem sanar as dificuldades relatadas pelo professor e possivelmente encontradas através desta pesquisa.

Para tal fim trabalharemos com duas atividades, com material manipulável. A turma fora dividida em 8 grupos. Os problemas utilizados encontram-se na secção abaixo.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

As questões trabalhadas foram as que se seguem.

1. Manuseie as fichas com vogais, escolha três destas fichas e forme todos os anagramas possíveis com duas vogais.

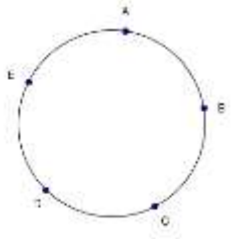


   a) Anote os anagramas formados. Quantos são?

   b) Agora em vez de escolher três fichas. Escolha 4. Quantos são os anagramas formados por duas destas vogais?

   c) Se mudarmos a ordem das letras, muda o anagrama? Por quê?

2. Com o barbante construir o máximo de quadriláteros, usando quaisquer 4 pontos da circunferência.



a) Anote os quadriláteros formados. Quantos são?

b) Com o barbante construir o máximo de triângulos, usando quaisquer 3 pontos da circunferência. Quantos são os triângulos formados?

c) Neste caso a ordem ao tomar os pontos para formar os triângulos gerou um novo triângulo?

A letra “a” da primeira atividade foi respondida corretamente por todas as equipes, cada grupo escolheu três vogais, entre as cinco, e listaram as seis possibilidades possíveis. Notamos que todos utilizaram a estratégia de listar os elementos, além disto, duas equipes resolveu conferir o número total de possibilidades utilizando o Principio Fundamental da Contagem (PFC). Segue abaixo, exemplo de um dos grupos que utilizaram o PFC.

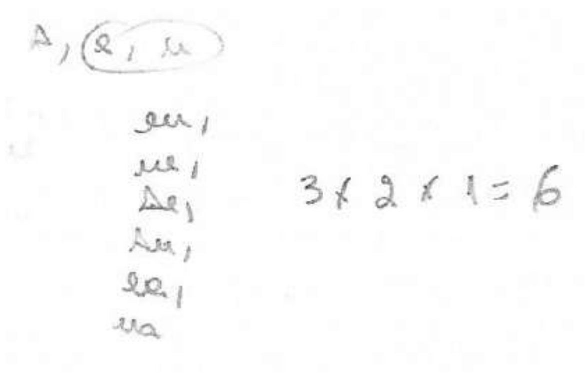


Figura I: Exemplo de resposta utilizando o PFC

A letra “b” da segunda atividade também não gerou problemas na resolução, os

8 grupos conseguiram listar todas as possibilidades, porém um dos grupos ao tentar utilizar o PFC na conferência de todos os resultados, não conseguiu aplica-lo corretamente, utilizando o PFC, como no cálculo de uma permutação de quatro elementos, e não de um arranjo com escolha de duas entre as quatro possibilidades. Tal erro poderá ser observado na figura II.

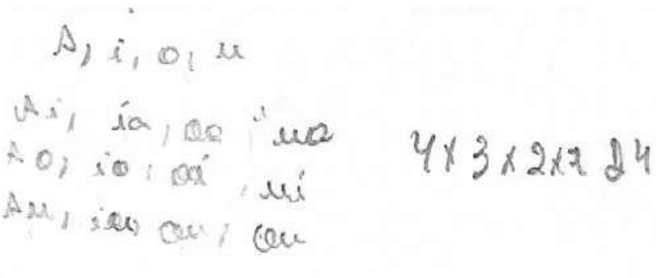


Figura II: Exemplo de resposta utilizando o PFC erroneamente

Percebemos assim que apesar dos autores listarem corretamente as possibilidades, não conseguiram aplicar o PFC corretamente.

Quanto à letra "c", cinco grupos identificaram que ao mudar a ordem das letras, geraria outra possibilidade. Desta forma identificaram implicitamente a situação como "*arranjo*" e justificou coerentemente, um exemplo destas respostas podem ser analisadas na figura III. Os outros três grupos preferiram não responder a questão, induzindo uma dificuldade ao analisar a propriedade ordem.

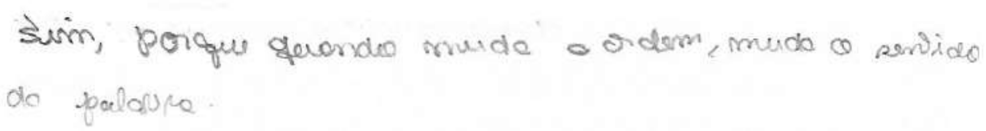


Figura III: Explicação de aluno quanto a importância da ordem na primeira atividade

A segunda atividade gerou inúmeras dificuldades para os alunos. Na letra “a” os alunos tinham como ferramenta um disco e barbante para gerar todos os quadriláteros possíveis (ABCD; ABCE; ACDE; BCDE; ABDE). Apenas 1 grupo identificou corretamente 5 quadriláteros. 2 grupos registraram apenas três dos cinco quadriláteros possíveis, e 5 grupos listaram mais de cinco quadriláteros, não percebendo as repetições na listagem. Assim sendo mais da metade dos grupos não perceberam que a ordem neste problema não gera novos elementos (exemplo, ABCD é o mesmo quadrilátero ABDC, ou DCBA...), podemos perceber um destes erros na figura IV.

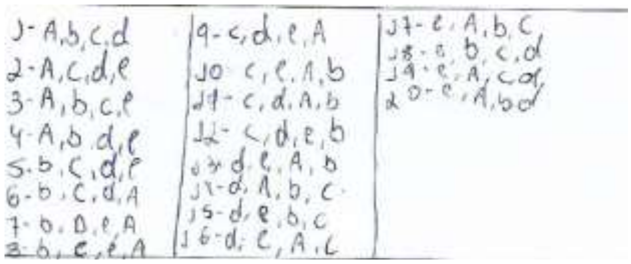


Figura IV: Exemplo de Repetição de elementos

Percebe-se na figura que o grupo repetiu cada uma dos quadriláteros 04 vezes. A letra “b”, desta atividade solicitava que fossem criados o máximo de triângulos utilizando três pontos dos cinco existentes, ou seja, teríamos 10 possibilidades de triângulos (ABC, ABD, ABE, ACD, ACE, ADE, BCD, BCE, BDE, CDE). Os resultados obtidos foram similares aos do questionamento anterior. Apenas 01 grupo acertou, identificado que a ordem não gerava novos elementos, e classificando o problema como de combinação, este grupo utilizou o algoritmo para resolver o problema, conforme podemos ver na figura V.

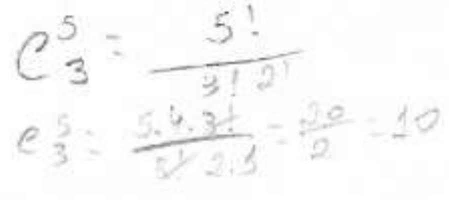


Figura V: Resolução correta utilizando o algoritmo como solução

Os demais grupos utilizaram o método de listagem para contar todas as possibilidades, mas nenhum destes conseguiu listar todas as possibilidades. Quatro grupos acharam algumas das possibilidades. Os outros três acharam mais de 10 possibilidades, pois consideraram alguns triângulos mais de uma vez.

Por fim, na letra “c” apenas o grupo que acertou a letra “b” descreveu que neste caso, a mudança de ordem não gerava um novo polígono. Os outros sete grupos não responderam as questões.

CONCLUSÕES

As atividades realizadas levantaram a discussão de que a propriedade invariante *ordem* devia ser revisitada no trabalho docente nesta turma, pois apesar de identificarem na primeira atividade que a mudança de ordem em letras geram novas anagramas, os alunos ainda sentem dificuldades em outras situações, como na segunda atividade com os polígonos (triângulos e quadriláteros).

Percebemos ainda que as próximas atividades a serem realizadas nesta turma devem buscar distanciar ainda mais as características das situações arranjo e combinação, buscando que os alunos diferenciem a partir da propriedade ordem.

Outra observação importante é as representações simbólicas utilizadas pelos alunos, apenas dois grupos utilizaram o PFC na primeira atividade, e outro grupo o algoritmo na segunda atividade, os demais utilizaram sempre o método da listagem buscando enumerar todas as possibilidades, o que pode ser bem inapropriado quando o número de possibilidades for grande.

Desta forma percebemos que os alunos devem entrar em contato com as demais representações simbólicas existente, aumentando assim as possibilidades de resolução do problema.

REFERÊNCIAS

BARRETO, F. L. S.; BORBA, R. E .S. Como o raciocínio combinatório tem sido apresentado em livros didáticos de anos iniciais. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO matemática, 10., 2010, Salvador. Anais eletrônicos... Salvador: UFBA, 2010. Disponível em https://www.google.com/accounts/ServiceLogin?service=writely&passive=1209600&continue=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&followup=https://docs.google.com/open?id%3D0B3nOb_rG1DUhcE5uODc4Vk1zU0U%26urp%3Dhttp://geracaoufpe.blogspot.com.br/p/producoes.htm&ltmpl=homepage&authuser=0. Acesso em: 12 jan. 2014.

BRASIL. Ministério da Educação e Desporto. Secretaria de Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Matemática. Brasília, DF: MEC, SEF, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – Parte III. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, DF: MEC, SEB, 2000.

CAPES, Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID, Disponível em <http:www.capes.gov.br/educacao-basica/capespibid>. Acesso em: julho/2014

PESSOA, Cristiane & BORBA, Rute. Quem dança com quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório de crianças de 1ª a 4ª série. ZETETIKÉ – Cempem – FE –Unicamp, v. 17, jan-jun, 2009.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques – RDM, v. 10, nº 2, 3. pp. 133 – 170, Grenoble, 1990.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. (Org.). Didáctica das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget Divisão Editorial, 1996. p. 155-189.