



APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE LIMITES E DERIVADAS: AVALIAÇÃO DE UMA PROPOSTA DE INTERVENÇÃO DIDÁTICA

MEANINGFUL LEARNING OF LIMITS AND DERIVATIVES: EVALUATION OF A TEACHING INTERVENTION PROPOSAL

GUTTENBERG SERGISTÓTANES SANTOS FERREIRA

Doutorando em Ensino de Ciências Exatas – Universidade do Vale do Taquari – Univates/Professor de Matemática do Instituto Federal do Ceará – campus Juazeiro do Norte/guttenberg@ifce.edu.br

MARIA MADALENA DULLIUS

Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade de Burgos – Espanha/Professora do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas e do Programa de Pós-Graduação em Ensino da Universidade do Vale do Taquari – Univates/madalena@univates.br

RESUMO

Este artigo foi desenvolvido a partir de uma pesquisa de doutorado em Ensino de Ciências Exatas e aborda a avaliação de um material didático, realizada por professores do curso de Licenciatura em Matemática, sobre o ensino de Limites e Derivadas por meio da Teoria das Situações Didáticas (TSD) para desenvolvimento de aprendizagem significativa. O procedimento metodológico utilizado é de natureza exploratório-qualitativa, por meio de questionários e entrevistas sobre a avaliação das atividades propostas. Nesta etapa da pesquisa os professores avaliaram o material didático por meio das dimensões conteúdo, metodologia e didática; e compreenderam a relevância da pesquisa e pertinência das atividades propostas com vistas ao desenvolvimento de aprendizagem com significado, fazendo uso de situações didáticas por meio de problemas contextualizados.

Palavras-chave: Ensino de Cálculo, Teoria das Situações Didáticas, Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

This article was developed from doctoral research in Teaching Exact Sciences and addresses the evaluation of didactic material, carried out by teachers of the Degree in Mathematics, on the teaching of Limits and Derivatives through the Theory of Didactic Situations (TSD) for developing meaningful learning. The methodological procedure used is of an exploratory-qualitative nature, through questionnaires and interviews on the evaluation of the proposed activities. In this stage of the research, the teachers evaluated the didactic material through the dimensions of content, methodology and didactics; and understood the relevance of the research and pertinence of the proposed activities with a view to the development of meaningful learning, making use of didactic situations through contextualized problems.

Key-words: Calculus Teaching, Theory of Didactic Situations, Meaningful Learning.

INTRODUÇÃO

Este estudo foi desenvolvido a partir de uma tese de doutorado, ainda em desenvolvimento, e propõe aprofundar a temática que envolve aprendizagem significativa e situações didáticas no ensino de Limites e Derivadas. A possibilidade concreta de discutir a aprendizagem através de problemas contextualizados em um dos temas que, historicamente, possui altos índices de retenção/evasão em cursos de graduação, aponta a relevância desta proposta investigativa.

O enlace da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) (Ausubel, 2003; Moreira, 2006) com a Teoria das Situações Didáticas (TSD) (Brousseau, 1996; Pais, 2002) ocorre segundo pontos de convergência que favorecem tanto o ensino quanto a aprendizagem. A TAS tem como princípios o uso de conhecimentos prévios, sua interação na estrutura cognitiva do estudante e uma proposta de ensino baseada naquilo que já se sabe para que seja desenvolvido um novo conhecimento; enquanto a TSD traz como foco o



desenvolvimento do meio didática, a autonomia e o protagonismo do estudante durante seu processo de aprendizagem, colocando o professor como mediador durante o processo de ensino.

Neste artigo será discutida uma parte do material didático que foi desenvolvido a partir dos pressupostos teóricos da TAS/TSD, segundo a avaliação realizada por professores de matemática. Com isso, a problemática norteadora é: De que forma os professores de matemática percebem a correlação entre TAS/TSD no desenvolvimento de um material didático envolvendo Limites e Derivadas? Tendo como objetivo geral compreender os relatos dos professores sobre o material didático desenvolvido à luz das dimensões conteúdo, metodologia e didática.

REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção possui o intuito de apresentar, discutir e relacionar as bases teóricas que norteiam o desenvolvimento deste estudo. Considerando os pontos de convergência entre a TAS e a TSD, foram realizadas pesquisas bibliográficas cuja síntese segue abaixo.

Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS)

Esta teoria foi desenvolvida em meados da década de 1960, numa perspectiva construtivista, por David P. Ausubel. Segundo os pressupostos da TAS, uma aprendizagem é significativa quando novas informações interagem (e adquirem significado) com conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva do estudante (Moreira, 2006). Nisto, propõe-se partir daquilo que o estudante já sabe, lidando com o conteúdo e a organização das ideias, ou seja, com a estrutura cognitiva, compreendida como uma formação hierárquica de conceitos (Ausubel, 2003; Moreira, 2006); buscando um mapeamento daquela estrutura, identificando conceitos preexistentes (subsunçores) e inserindo organizadores prévios a um dado conteúdo, quando necessário.

Formalmente, compreende-se que “aprendizagem significativa é aquela em que ideias expressas simbolicamente interagem de maneira substantiva e não-arbitrária com aquilo que o aprendiz já sabe” (Moreira, 2012, p. 30, tradução nossa). A maneira substantiva “significa que a relação entre o material a ser aprendido e a estrutura cognitiva não é alterada se símbolos diferentes, mas equivalentes, forem usados” (Dullius, 2009, p. 44, tradução nossa). Quanto ao novo conhecimento, este deve se relacionar com conceitos relevantes disponíveis na estrutura cognitiva do estudante numa relação que não seja aleatória, ou seja, é uma relação não-arbitrária (Dullius, 2009).

Na perspectiva do ensino de Limites e Derivadas, necessita-se que os conhecimentos específicos relacionados a Limites e Derivadas (tais como cálculo com infinitésimos, conceito de convergência, correlação da variação nos eixos coordenados, dentre outros), sejam desenvolvidos partindo dos conceitos-chave sobre Funções.



Teoria das Situações Didáticas (TSD)

Esta teoria foi desenvolvida por Guy Brousseau no âmbito da vertente francesa da Didática da Matemática, em meados da década de 1960; objetivando criar um modelo de interação entre o professor, o estudante e o meio didático no qual a aprendizagem possa se desenvolver. Nisto, tem-se que “uma situação de aprendizagem é uma situação em que o que se faz tem um caráter de necessidade em relação a obrigações que não são arbitrárias nem didáticas” (Brousseau, 1996, p. 49). Esse entendimento é seguido por Pais (2002, p. 65) ao definir que uma “situação didática é formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre o professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico”.

A TSD promove formas de apresentação de determinado objeto matemático, possibilitando o desenvolvimento de aprendizagem por meio de uma sequência didática planejada e com intencionalidade docente. No processo de ensino, a TSD privilegia o protagonismo do estudante, tornando-o corresponsável durante o processo educativo, e ao professor, cabe o papel de mediador da aprendizagem, de modo que o estudante tenha condições para construir novos saberes partindo de seus conhecimentos prévios e da interação com o meio didático.

Partindo do exposto, pode-se relacionar as teorias TAS e TSD, de forma sintética, considerando que o uso dos conhecimentos prévios, a elaboração do material didático e a predisposição para aprender (princípios da TAS), podem ser compreendidos como as imbricações existentes entre o saber, o professor e o estudante (pressupostos da TSD). Esses pontos convergentes estão representados na construção de um meio didático, que possui como características: autonomia, antagonismo ao estudante (ao passo em que provoca desequilíbrios) e favorecimento da aprendizagem.

METODOLOGIA

Este estudo possui natureza exploratória segundo uma abordagem qualitativa partindo dos relatos dos professores sobre o material didático desenvolvido, no qual “a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. [...] O processo e seu significado são os focos principais de abordagem” (Prodanov; Freitas, 2013, p. 70). Esta etapa do estudo foi desenvolvida no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Ceará (IFCE) – campus Juazeiro do Norte, com professores do curso de Licenciatura em Matemática. Para coleta e análise de dados foram consideradas as atividades propostas (na perspectiva de atribuir novos significados aos conceitos de limites e derivadas por meio de problemas contextualizados), além de entrevistas e aplicação de questionários.

RESULTADOS E DISCUSSÃO



O material didático foi desenvolvido com atividades por meio de situações contextualizadas, partindo de problemas que explicitam a relação conceitual entre limites e derivadas e seguem até problemas de taxas relacionadas, de modo que os conceitos vão sendo diferenciados até sua formalização. Abaixo seguem algumas das atividades propostas e os relatos dos professores segundo a correlação entre TAS/TSD e as dimensões conteúdo, metodologia e didática.

Atividade 1

Uma caixa d'água retangular tem capacidade para 1000 litros e é drenada pela base em apenas 30 minutos. Os valores do quadro abaixo mostram o volume V , em litros, de água que ainda resta na caixa após t minutos.

Quadro 1 - Quantidade de água X tempo

V (litros)	1000	694	444	250	111	28	0
t (min)	0	5	10	15	20	25	30

- Qual a variação de água restante na caixa d'água entre $t_1=0$ e $t_2=5$? E entre $t_2=5$ e $t_3=10$? E assim sucessivamente até $t_6=25$ e $t_7=30$.
- Observando os intervalos registrados a cada 5 min no Quadro 1, determine o intervalo em que houve maior e menor variação de água. Justifique sua resposta;
- O Quadro 1 traz uma relação entre o tempo t e o volume V de água restante na caixa d'água. Você percebe uma relação de dependência entre as variáveis t e V ? Pode-se dizer que existe uma função que correlaciona t e V ? Justifique sua resposta;
- No intervalo de tempo entre $t_1=0$ e $t_7=30$, em minutos, qual o valor de Δt ? E de ΔV ?
- Determine o valor $\Delta V/\Delta t$ quando t varia no intervalo de 0 a 30 minutos;
- Quando você se depara com a razão $\Delta V/\Delta t$, qual sua compreensão sobre isto?

Esta atividade foi proposta com o intuito de servir de organizador prévio junto ao material didático que foi desenvolvido. Considerando o estudo intuitivo de limites e derivadas e ainda sua representação conceitual, esta atividade objetivou: correlacionar a variação de valores no eixo y com o crescimento ou decrescimento da função, inclusive percebendo sua convergência; e, associar essa variação com o conceito de derivada. Quanto ao desenvolvimento do conteúdo e rigor matemático desta atividade, o Professor 6 evidenciou que o objetivo do material está "relacionado à aprendizagem com significado, levando em consideração a construção intuitiva, é possível notar que o autor manteve o foco na preocupação de não se distanciar do rigor matemático". Ressaltou ainda que a proposta didática vai além da compreensão intuitiva dos participantes sobre a temática, com vistas a alcançar a compreensão de conceitos matemáticos.

Atividade 2



Tem-se um reservatório em forma de um cone invertido, circular e reto. Esse reservatório passa a ser preenchido com água que flui a uma taxa de $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$. Sabe-se ainda que o vértice desse reservatório está a 15 metros do topo e que o raio desse topo mede 10 metros (Guidorizzi, 2008, adaptado). Com base nessas informações, resolva os itens abaixo.

- a. Construa um esboço que represente a situação acima;
- b. Escreva uma equação que relacione todas as quantidades envolvidas;
- c. Determine a velocidade com a qual o nível da água está subindo no instante em que essa água atinja a marca de 5 metros de altura;
- d. Determine a velocidade com a qual o nível da água está subindo no instante em que essa água atinja a marca de 12 metros de altura;
- e. Observando os itens (c) e (d) pode-se afirmar que a velocidade com a qual a água flui no reservatório está aumentando ou diminuindo? Justifique por que isso ocorre?

Esta atividade foi proposta para possibilitar o desenvolvimento de situação didática, em um problema que envolve o conhecimento sobre taxas relacionadas e objetivou correlacionar a taxa de variação instantânea com a derivada, com o intuito de generalizar este conceito. Quanto ao uso dos pressupostos metodológicos da TSD, especificamente no que se refere à tomada de decisão, conjectura e protagonismo, o Professor 2 percebeu que este problema instiga “de forma sistemática a pensar sobre aprendizagens eventuais que não ocorreram à época em que cursaram [os estudantes] a disciplina, seja pela proposta oferecida ou pelo próprio desinteresse do aluno quanto à significação dos conceitos elencados”. Ainda que indiretamente, fica evidenciada, a identificação de um dos pilares da TAS: a predisposição para aprender; pois para haver aprendizagem significativa é necessário que “o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar, de maneira substantiva e não arbitrária, o novo material, potencialmente significativo, à sua estrutura cognitiva” (Moreira, 2006, p. 20).

Considerando que um material para ser potencialmente significativo deve ter significado lógico e se relacionar com subsunçores específicos presentes na estrutura cognitiva do estudante (Moreira, 2006), questionou-se aos professores sobre o desenvolvimento didático quanto à ordem crescente de complexidade das atividades. O Professor 3 destacou que as atividades possuem uma “sequência de evolução do conteúdo e também do grau de complexidade, isso faz com que os alunos adquiram ou relembrem os conceitos de cálculo numa sequência que tornará mais fácil a interpretação e resolução das atividades”. O Professor 3 ainda reforçou que o material didático “contribui para a evolução do estudante à medida que as atividades requerem conhecimentos anteriores estudados (aprendido)”. Com isso, considerando uma perspectiva construtivista do conhecimento, sugere-se que se abdique da prática de exercícios de memorização, ao passo em que se oportunize aos estudantes discutir e refletir sobre suas conjecturas e argumentos (Bertolazi, 2017).



CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento de atividades que proponham uma (re)construção significativa dos conceitos de Limites e Derivadas por meio de situações didáticas pode favorecer o ensino e a aprendizagem de Cálculo Diferencial. Uma possibilidade disso se dá a partir do uso da TAS/TSD, por propor uma discussão daquilo que se aprende, de modo que o estudante consiga explicitar e argumentar sobre a forma como desenvolve seu raciocínio, utilizando dos conhecimentos prévios segundo uma abordagem didática que lida com situações reais, ou realísticas, e que aproximam a Matemática do cotidiano do estudante.

Por fim, espera-se que o professor, na posição de mediador da aprendizagem, possibilite ao estudante a discussão coletiva para aprendizagem matemática, ao passo em que tece conjecturas e faz descobertas. Com isso, acredita-se que este estudo seja uma alternativa metodológica ao ensino tradicional de matemática, que rotineiramente traz um ambiente de competição dentro das salas de aula, de modo que haja compreensão daquilo que estuda e interação necessária entre os conhecimentos para aprender significativamente.

AGRADECIMENTOS

Apoio da FAPERGS e do SEBRAE/RS por meio do Edital FAPERGS SEBRAE/RS 03/2021 - Programa de apoio a projetos de pesquisa e de inovação na área de educação básica - PROEdu.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, David P. **Aquisição e retenção de conhecimentos:** uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 2003.

BERTOLAZI, Katia S. **Proposta didático-pedagógica para a formação docente em matemática:** investigações de noções conceituais de cálculo diferencial e integral com adoção do vê epistemológico de Gowin. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) - Universidade Estadual de Londrina - UEL, Londrina, 12 dez. 2017.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecilia; SAIZ, Irma (orgs). **Didática da matemática - reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artmed, 1996.

DULLIUS, Maria M. **Enseñanza y Aprendizaje en Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico.** 2009. 514 p. Tese (Doctorado - Departamento de Didácticas Específicas) - Universidad de Burgos, Espanha. fev. 2009.

GUIDORIZZI, Hamilton L. **Um curso de cálculo.** v. 1, 5.ed. reimpr. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

MOREIRA, Marco A. ¿Al afinal, qué es aprendizaje significativo? **Qurriculum: revista de teoría, investigación y práctica educativa,** La Laguna, Espanha, n. 25, março, p. 29-56, 2012.



8º ENAS
Encontro Nacional de
Aprendizagem Significativa

MOREIRA, Marco Antonio. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.** Brasília: Editora UnB, 2006.

PAIS, Luiz C. **Didática da matemática:** uma análise da influência francesa. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.

PRODANOV, Cleber C.; FREITAS, Ernani C. de. **Metodologia do trabalho científico:** métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2 ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013.