

A GEOMETRIA PENSADA NO CONTEXTO ESCOLAR: O RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA

Hellen Grandi Ferreira¹
Carlos Eduardo Silva Monteiro²
Sandra Regina D' Antonio Verrengia³

RESUMO

Este trabalho apresenta o relato de uma das experiências desenvolvidas pelo Projeto Residência Pedagógica (RP) subprojeto Matemática da Universidade Estadual de Maringá (UEM) em turmas do Ensino Fundamental II e Médio nas escolas Estaduais parceiras do projeto em Maringá-PR: Vital Brasil, Adaile Maria Leite e Juscelino Kubitschek. Tal experiência ocorreu em forma de exposição na qual várias atividades envolvendo o uso de jogos, dobradura, desafios, quebra-cabeça, curiosidades e correio matemático foram pensadas e elaboradas em conjunto com residentes, preceptores e coordenador visando mostrar aos estudantes a Geometria sobre diferentes enfoques. A proposta aqui descrita se insere entre essas atividades, denomina-se “A Geometria dos Outdoors - Painel Triedro e do Caleidoscópio”. Tinha por objetivo mostrar aos estudantes a importância e a presença da Geometria em nosso dia a dia. A atividade se mostrou motivadora aos estudantes que, se surpreenderam com o que viram, percebendo assim, a importância do que estudam para melhor compreensão de mundo.

Palavras-chave: Ensino-Aprendizagem; Geometria; Outdoors; Prisma Triangular.

INTRODUÇÃO

Em sala de aula muitas são as vezes em que o professor de matemática se depara com perguntas como: “Por que temos de aprender isso?” ou “Onde utilizaremos isso em nosso dia a dia?” Claro que aprender matemática vai muito além dessa ideia reducionista de que os conhecimentos científicos reduzem-se a seu emprego ou utilização no cotidiano. No entanto, pensar em uma matemática apenas formalista, demonstrável, repleta de regras, fórmulas e equações que não fazem sentido ou sequer são compreendidas pelos estudantes não tem sido a melhor escolha em se tratando do processo de ensino e de aprendizagem.

O olhar para a matemática quando se pensa nessa relação seria o de compreender o porquê tais conhecimentos foram sendo alicerçados ao longo da história destacando a importância dessas descobertas não só para a humanidade como para as Ciências em geral.

¹Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá - UEM, bolsista CAPES/PRP-Matemática, hellengf14@gmail.com;

²Graduado pelo Curso de Matemática da Universidade Estadual de Maringá - UEM, voluntário PRP-Matemática, mr.euardo@gmail.com;

³ Professora Orientadora PRP (Programa Residência Pedagógica) - Matemática e docente da Universidade Estadual de Maringá - UEM, srdantonio@uem.br.

Sob essa prerrogativa pensar o ensino de Matemática nos levaria a mostrar aos estudantes a importância dos conhecimentos trabalhados tendo-se em vista sua constituição e sua história, bem como, sua contribuição para o avanço das Ciências e para a compreensão do mundo a nossa volta.

Pensando nisso, e após identificar junto aos preceptores, a necessidade de se trazer um olhar diferenciado a respeito da Geometria por ser esse um eixo da matemática pouco trabalhado desenvolvemos algumas atividades envolvendo esse eixo que foram trabalhadas na forma de exposição a partir do uso de jogos, dobraduras, desafios, quebra-cabeça, curiosidades e correio matemático, etc. Essas atividades foram pensadas e elaboradas de forma colaborativa entre residentes, preceptores e coordenador motivadas pelo intuito de mostrar aos estudantes a Geometria sobre diferentes enfoques sendo desenvolvida com aproximadamente oitocentos estudantes do ensino Fundamental II e Médio das escolas parceiras ao Programa Residência Pedagógica - Subprojeto Matemática.

Neste trabalho, descreveremos uma dessas atividades intitulada: “A Geometria dos Outdoors - Painel Triedro e do Caleidoscópio” que tinha como objetivo mostrar aos estudantes a importância e a presença da Geometria em nosso dia a dia.

A CONSTITUIÇÃO DA GEOMETRIA E SUA ABORDAGEM EM SALA DE AULA

Dentre os ramos da matemática está a Geometria que nasce a partir da necessidade humana de delimitar e demarcar superfícies, construir locais para o armazenamento de grãos, entre outras situações que mostram a estreita relação dessa Ciência com a vida dos seres humanos.

Mammana e Villani (1998), em suas pesquisas a respeito do surgimento da geometria, mostram que, desde a pré-história, o homem teve a ideia de reproduzir aspectos de sua realidade usando desenhos estilizados e motivos construídos com figuras geométricas e simetrias para decorar objetos. Para os autores essa primeira fase mostra o predomínio de uma geometria com aspecto visual. Já, em uma segunda fase, a geometria vai ao encontro de necessidades utilitárias como a de medir comprimentos, áreas ou volumes e delimitar terrenos. Ideia corroborada por Kaleff (1994):

Das necessidades práticas das sociedades que viviam à margens de grandes rios como o Nilo, o Eufrates e o Ganges, de demarcar, delimitar e quantificar superfícies alagadas pelas enchentes e de calcular custos e impostos relativos às áreas dessas superfícies foram sendo formadas e estabelecidas as ideias geométricas. Assim, teve origem uma geometria utilitária caracterizada pelo traçado de formas, pelo estabelecimento de fórmulas de comprimento de área, de volume, etc. Foi, no entanto, com a compilação desses conhecimentos feitos por Euclides (300 A.C) nos

livros “Elementos” que esses conhecimentos foram apresentados pela primeira vez, de forma estruturada (Kaleff, 1994, p. 19).

Fato esse que, muitas vezes, passa completamente despercebido nas salas de aula onde os conhecimentos a respeito da Geometria se tornam tão formais e algebrizados que a distanciam de sua origem, sua história, da visualização de padrões, regularidades, bem como, das necessidades e problemas que alicerçaram sua constituição.

Outro fator a ser destacado em relação ao ensino de Geometria é o de que, os conteúdos relativos a esse eixo são, por vezes, deixados para o final do ano letivo e trabalhados de forma rápida e superficial. Atrelado a isso podemos apontar também, a dificuldade de muitos estudantes e das pessoas, em geral, em perceber o espaço (percepção espacial) tanto em situações corriqueiras do dia a dia, quanto na utilização de seus conceitos para compreensão de variadas atividades profissionais ou escolares (Pavanello, 2004).

Em meio a esses fatores temos de nos perguntar: O que orienta o ensino de Geometria? Qual a sua importância? Ao responder essas questões podemos então pensar sobre o que é feito e o que precisa ser melhorado. Bastos (1999), em suas pesquisas nos mostra que por meio da Geometria é possível interpretar, entender e intervir no espaço em que vivemos, de modo a, inclusive representar os objetos a partir de sua visualização, bem como, manipular essas representações de modo a criar novos objetos.

Ainda, de acordo com Pavanello (2004):

A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da "capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível" – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (Pavanello, 2004, p. 5)

Nesse sentido, o ensino de Geometria deveria ser pensado para além das equações algébricas (fórmulas) sob as quais sua percepção dos alunos em sala de aula recai, oportunizando aos estudantes a compreensão de ideias geométricas mais amplas relacionadas a visualização, a percepção do espaço, o estabelecimento de relações entre figuras bi e tridimensionais, as simetrias, entre outras. Fato destacado também pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017, p. 271):

A Geometria envolve o estudo de um amplo conjunto de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico e de diferentes áreas do conhecimento. Assim, nessa unidade temática, estudar posição e deslocamentos no espaço, formas e relações entre elementos de figuras planas e espaciais pode desenvolver o pensamento geométrico dos alunos. Esse pensamento é necessário para investigar propriedades, fazer conjecturas e produzir argumentos geométricos convincentes. É importante, também, considerar o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da Geometria: as transformações geométricas, sobretudo as

simetrias. As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência.

Podemos então dizer que o ensino de Geometria possibilita não só desenvolvimento do pensamento geométrico, como também, corrobora com a constituição e refinamento da linguagem, em especial a matemática, com a compreensão da arte, da natureza, do mundo a nossa volta, enfim, de diversas situações nas quais a Geometria se faz presente pelo fato de sua constituição ser inerente ao homem e a compreensão e representação de mundo.

Para Abrantes (1999) o ensino de Geometria:

[...] é uma fonte de vários problemas: de visualização e representação; de construção e lugares geométricos; envolvendo transformações geométricas; em torno das ideias de forma e de dimensão; implicando conexões com outros domínios da Matemática, como os números, a álgebra, o cálculo combinatório, a análise; apelando a processos de “organização local” da Matemática, nomeadamente de classificação e hierarquização a partir de determinadas definições e propriedades (Abrantes, 1999, p. 3).

Nesse sentido, o trabalho com a Geometria no espaço escolar se mostra extremamente importante, possibilitando ao aluno a percepção das relações entre os diferentes eixos da matemática, suas conexões com a história da humanidade, bem como, com o que fazemos em nosso dia a dia, sua influência na solução de problemas, que muitas vezes dão origem a novos conhecimentos, e o estabelecimento de relações matemáticas cada vez mais profundas e estruturadas. Razões que nos mostram que deixar tais conhecimentos para o fim do ano ou trabalhá-los de maneira superficial não é a melhor escolha.

O chamado modelo Van Hiele para o pensamento em Geometria apresentado por Pierre Van Hiele e Dina Van Hiele, tem por base as dificuldades apresentadas por alunos do curso secundário da Holanda e sugere que as crianças progridem de acordo com uma sequência de níveis de compreensão de conceitos. Mostrando também, que o progresso para um nível seguinte se dá pela vivência de atividades adequadas e intervenções qualificadas por parte do professor exigindo um tempo adequado para a exploração de tarefas (Walle, 2009).

Os níveis descritos por Van Hiele servem tanto como guia para o ensino quanto para a avaliação apontando para como se dá a apropriação de conceitos geométricos pelos alunos. Os níveis que integram a Teoria dos Van Hiele são: a) Nível 0: visualização; b) Nível 1: análise; c) Nível 2: dedução informal ou ordenação; d) Nível 3: dedução formal, e) Nível 4: rigor.

Os objetos de pensamento no nível 0 são as formas e “o que elas parecem”. Os alunos nesse nível reconhecem e nomeiam as figuras, baseados em suas características globais e visuais, sendo a aparência da forma que a define. No nível 1 o pensamento das crianças volta-se para as classes de formas mais do que para as formas individuais, isto é, as crianças

conseguem perceber as formas dentro de uma classe, como por exemplo, a dos quadrados. Já no nível 2 o de dedução formal, as crianças passam a observar também as propriedades das formas e de perceber relações entre essas formas - “Se todos os quatro ângulos são retos, a forma deve ser um retângulo”. “Se isso é um quadrado, todos os ângulos são ângulos retos”. “Se isso é um quadrado, ele tem de ser um retângulo” (Walle, 2009, p. 442).

No nível 3 os estudantes são capazes de trabalhar com sentenças abstratas envolvendo as propriedades geométricas e, a partir delas, estabelecer conclusões baseadas mais na lógica do que na intuição e, por fim, no nível 4 os objetos de atenção são os próprios sistemas axiomáticos. Os alunos são então capazes de fazer comparações e confrontar os diferentes sistemas como, por exemplo, concluir que “a geometria esférica é baseada em linhas traçadas sobre uma esfera em vez de um plano ou espaço ordinário” (Walle, 2009, p. 443) .

Ainda de acordo com Walle (2009, p. 444) para alcançar a qualquer nível acima do Nível 0, o aluno deve percorrer todos os níveis anteriores, experienciando o pensamento geométrico de cada nível para, a partir dele, “criar em sua mente os tipos de objetos ou relações que serão o foco do pensamento no próximo nível”.

Assim, o esperado é de que na escola os alunos sejam chamados desde pequenos a observar, perceber, encontrar relações, classificar a partir de características para em seguida usar essas percepções de maneira mais formal e posteriormente dedutiva. Mas como pensar na apropriação e no desenvolvimento do pensamento lógico dedutivo relacionado à Geometria em uma sala de aula na qual aos alunos são apenas apresentadas nomenclaturas, fórmulas, exemplos e exercícios que são muito mais algébricos do que geométricos e que pouco corroboram com o desenvolvimento do pensamento geométrico necessário a compreensão de mundo e dos problemas em que a Geometria se faz presente.

METODOLOGIA

No Paraná o sistema de ensino é construído sob a prerrogativa de escolas do futuro, repletas de tecnologia e plataforma digitais, mas que ainda seguem ideologias antigas que mais parecem corroborar com a ideia de Rubem Alves (2002, p.29-32):

Escolas que são gaiolas existem para que os pássaros desaprendam a arte do voo. Pássaros engaiolados são pássaros sob controle. Engaiolados, seu dono pode levá-los para onde quiser. Pássaros engaiolados sempre têm um dono. Deixaram de ser pássaros. Porque a essência dos pássaros é o voo.

Haja vista que as aulas já estão prontas, os conteúdos definidos dentro de um tempo cronometrado pelo relógio, dos professores e alunos é cobrada o acesso a três plataformas

distintas também com prazos determinados para seu cumprimento. Frente a esse cenário estabelecido pela SEED - Secretaria de Educação do Estado do Paraná, professores e alunos são pássaros engaiolados, o professor a quem é exigido o cumprimento e a utilização dos materiais disponíveis dentro do tempo preconizado e os alunos que precisam aprender e cumprir com as tarefas antes que o relógio toque.

Outro fato agravante é o de que as aulas seguem o formato mais tradicional de definição, exemplo e exercícios. Nessa realidade não há tempo para que o professor utilize tarefas investigativas e para que os alunos as explorem. Assim a Geometria como os demais conteúdos abordados se reduzem a apresentação de fórmulas e problemas envolvendo a aplicação das mesmas. Há é claro professores que fazem o que consideram ser o melhor, que promovem uma relação de ensino mais reflexiva, que procuram estimular os alunos a pensar a respeito e assim desenvolver seu pensamento matemático, mas são cobrados em relação aos conteúdos que devem ser ministrados dentro do tempo pré-estabelecido e sobre o acesso dos alunos nas plataformas para a realização das tarefas enviadas.

Desse modo, a escolha por uma proposta de atividade diferenciada envolvendo a Geometria parte dos professores preceptores e é acolhida pelos residentes que, junto aos preceptores, levantaram algumas possibilidades de trabalho e, num momento posterior, junto ao coordenador do projeto elaboram oficinas sobre o tema com vistas a despertar a curiosidade e aguçar o interesse dos estudantes a respeito desse eixo da matemática. A proposta das oficinas foi encaminhada aos preceptores e por eles avaliada e aprovada. Em seguida, em um período (data) estipulado foi implementada em todas as escolas parceiras com alunos do Fundamental II e Médio.

O trabalho desenvolvido é colaborativo pautado na ideia Parrilla (2004) para quem um grupo colaborativo é aquele em que todos os componentes compartilham as decisões tomadas e são responsáveis pela qualidade do que é produzido em conjunto, conforme suas possibilidades e interesses sendo o trabalho de execução pautado na cooperação e ajuda mútua na implementação das tarefas, embora suas finalidades e objetivos sejam geralmente diferentes.

Os dados foram coletados mediante anotações em diário de campo, conversas com alunos e professores da escola e a partir do relato posterior dos preceptores que nos passaram as informações a respeito da aceitação e avaliação dos estudantes.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A atividade descrita ocorreu na forma de oficina em três dias diferentes, sendo desenvolvida em três Colégios Estaduais parceiros do projeto: Vital Brasil, Adaile Maria Leite e Juscelino Kubitschek, com aproximadamente 800 alunos de Ensino Fundamental e Médio. Envolveu a ideia da interdisciplinaridade - presença da Geometria em outras áreas do conhecimento, bem como de sua aplicação em nosso cotidiano. Apresentando uma discussão a respeito do Painel Triedro (Propaganda em Outdoors) e do Caleidoscópio (Instrumento Óptico).

A primeira atividade teve como um dos objetivos mostrar uma situação em que a Geometria se faz presente em nosso cotidiano mas não de forma explícita aos nossos olhos e, como segundo objetivo ressaltar a importância do triângulo e, por consequência do prisma de base triangular para a construção dos Outdoors em movimento.

Inicialmente questionamos aos alunos em que situações a Geometria se fazia presente em nosso cotidiano. A partir das respostas dadas: placas de trânsito, faixa de pedestres, quadra escolar, apresentamos em slides algumas fotos de construções como a da Catedral de Maringá, dos monumentos em Brasília, dos favos de mel entre outras e perguntamos se em tais situações era possível enxergar algum aspecto da Geometria. Dentre as imagens estava a do Painel Triedro ou outdoors de propagandas.

Por se tratar de uma ferramenta que no decorrer do tempo tem sido substituída por painéis digitais, apresentamos fotos e um pequeno vídeo para exemplificar, depois explicamos seu funcionamento, evidenciando que se trata de uma aplicação da matemática no cotidiano.

O Painel Triedro é composto por prismas que possuem a base triangular regular, comportando, dessa forma até três anúncios - número de faces laterais do prisma e que passam despercebidos no movimento giratório realizado em determinado tempo. A partir da apresentação desse modelo perguntamos aos estudantes “Para a construção do painel, que pode conter três anúncios, são utilizados prismas de base triangular regular. Vocês sabem o porquê da escolha desse prisma e não de outros prismas regulares de bases diferentes da triangular?” “Vocês acreditam que seja possível a construção de um painel desse tipo que contemple uma quantidade maior de anúncios, utilizando prismas regulares de base quadrangular e/ou hexagonal (quantidade maior de lados), por exemplo?”.

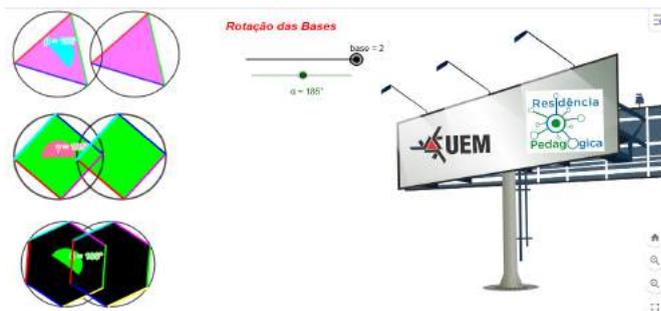
Para ajudá-los a pensar apresentamos no Geogebra figuras triangulares, quadrangulares e hexagonais (bases dos prismas) todas inscritas em circunferências, e, a partir da animação no Geogebra envolvendo a rotação dessas figuras perguntamos o que estava

ocorrendo. Os alunos conseguiram perceber que no giro os lados das figuras não ficavam alinhados quando a mesma era um quadrado ou hexágono, porém alinhavam-se quando a imagem era de um triângulo. Com base nessa informação perguntamos se seria possível pensar a respeito do que ocorreria em um painel formado por prismas de base triangular ou não.

Com isso, os alunos compreenderam e visualizaram que, no caso de um painel composto por prismas de base quadrangular não seria possível representar anúncios desse tipo pois ao efetuar o giro as faces se chocariam. Alguns estudantes formularam hipóteses como a de que se dois prismas sucessivos estiverem a uma certa distância D de um do outro até poderia ser possível. Nesse instante apresentamos imagens que mostravam que nesta situação a leitura das informações presentes no cartaz ficariam prejudicadas devido ao espaço entre os prismas. O mesmo aconteceria com os prismas de base hexagonal cujo espaçamento teria de ser muito maior para os prismas não se chocarem impedindo a rotação.

Após essas primeiras conclusões perguntamos então o que teria o prisma de base triangular de especial para que a mensagem apresentada ficasse perfeita e fosse possível a troca, rotação e mudança das propagandas. Bem como, que característica teria um triângulo equilátero para que isso fosse possível levando-se em consideração a rotação dos prismas. Para os alunos do ensino fundamental que não haviam ainda estudado nada a respeito da soma dos ângulos internos de um polígono explicamos o que estava ocorrendo, já para os demais tentamos provocar essas conclusões perguntando se tal fato poderia ser ou não explicado a partir da relação entre os ângulos internos dessa figura. As provocações especialmente para alunos que já haviam estudado algo a respeito levaram os estudantes a concluir que por ser de 180° a soma dos ângulos internos de um triângulo e por possuir lados de mesma medida, a construção mais adequada seria essa pelo fato de que ao rotacionarmos tais prismas simultaneamente (giros de 60°), suas faces ficariam perfeitamente alinhadas e, portanto a imagem da propaganda visível.

Figura 1: Simulação do movimento de rotação dos painéis Trietro no GeoGebra apresentada aos alunos



Fonte: Os autores

Ao final dessa exposição os alunos puderam observar o funcionamento na prática com a manipulação de um material em MDF que simula um painel deste tipo, além de conferirem imagens sobre os painéis de base triangular regular e de base quadrangular e hexagonal - conforme a figura 2.

Figura 2: Imagem painel Triedro composto por prismas de diferentes bases em movimento



Fonte: ANJOS FILHO, 2018, p. 37

Além da atividade com os painéis e visando ampliar as discussões trazendo também a ideia de reflexão (conceito físico), oferecemos alguns caleidoscópios de base triangular, quadrangular e hexagonal para manipulação dos estudantes. Pedimos que nos dissessem o que estava ocorrendo com as imagens ao rotacionar esse instrumento. Isso proporcionou a ligação com a proposta anterior, reforçando os aspectos discutidos.

Figura 3: Alunos observando o Caleidoscópio e o painel triedro em MDF



Fonte: Os autores

A partir da apresentação desses instrumentos formados por prismas vimos que é possível despertar o interesse dos alunos para a Geometria e a percepção de sua importância para a humanidade. Os alunos a partir do caleidoscópio conseguiram perceber também conceitos geométricos como o de rotação, formação de imagens semelhantes, formas irregulares e repetidas e alguns conceitos envolvendo a geometria euclidiana.

Os estudantes relataram que gostariam de confeccionar o instrumento em casa. Discutimos então sobre a necessidade da rigidez desse instrumento, que foi feito com três régua e, no caso de quatro, não apresentaria a mesma rigidez, bem como, que é responsável por auxiliar na estabilidade de várias estruturas, inclusive obras da construção civil.

Possuindo o conhecimento que o espelho reflete a imagem, ao olhar dentro do Caleidoscópio, os alunos pensaram que haviam espelhos na parte interior, porém nesse caso ele foi construído com régua. Foi possível assim realizar a interdisciplinaridade nesta atividade, fazendo a relação com a física. Ou seja, a capacidade de reflexão presente no prisma triangular regular criado a partir de régua cuja a superfície é espelhada e rígida corrobora com as propriedades de reflexão necessária para a visualização de imagens coloridas e semelhantes em seu interior. E, novamente, o prisma de base triangular é também o mais adequado pois nele a reflexão ocorre de maneira intensa, diferente dos demais em que há a polarização por absorção, prejudicando ou impedindo a reflexão.

De modo geral, os alunos de todas as escolas ficaram surpresos e curiosos por conseguirem aprender e se divertir com conceitos práticos que auxiliam na compreensão de sua importância, necessidade e presença em nosso dia a dia. “A Geometria existe, como já disse o filósofo, por toda parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la” (Tahan, 2013, p. 55).

Atividades como essa, pouco realizadas, discutidas e exploradas em sala de aula se mostram então pertinentes como forma de proporcionar a discussão entre os alunos, a elaboração de hipóteses, a percepção de informações relevantes que provém do manuseio e visualização de objetos e corroboram com a formalização de conceitos, despertam o interesse dos alunos, facilitam a compreensão e aprendizagem de conceitos, essencialmente no caso da Geometria tanto plana como espacial, que geralmente é reduzida a aplicações de fórmulas algébricas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Quando vamos pensar como são os alunos dos dias atuais, muitas vezes escutamos que são desinteressados e desmotivados, no entanto, como ressaltou o ator Pierre Darc, famoso no século XX, “o futuro é o passado em preparação”, então cabe a nós professores nos dias atuais em meio a tantos recursos e plataformas digitais se perguntar como fazer para motivá-los e envolvê-los no processo de ensino e aprendizagem despertando sua curiosidade,

seu lado investigativo, sua percepção e a visualização de regularidades que os permita compreender a matemática, não apenas memorizá-la decorando fórmulas e macetes.

Ao nos reportarmos a Geometria vemos que seu estudo é muito abrangente, não se limitando apenas a aplicação de fórmulas, mas sim, a compreensão de ideias geométricas mais amplas relacionadas a visualização, a percepção do espaço, o estabelecimento de relações entre figuras bi e tridimensionais, as simetrias, entre outras. Logo ao ensinar temos de refletir sobre a proposição de tarefas e o uso de instrumentos/recursos, que corroboraram com o desenvolvimento do raciocínio geométrico e com a aprendizagem da matemática.

A partir da atividade desenvolvida, podemos dizer que essa contribuiu com nosso aprendizado, abrindo caminhos para uma reflexão sobre a prática, bem como, sobre a socialização do conhecimento, mostrando que professor e alunos podem alicerçar conhecimentos a partir de uma prática colaborativa que corrobore com a formação de novas ideias, a formalização e consolidação de novos conhecimentos, despertando o interesse dos alunos fazendo-os refletir e aprender de forma envolvente e participativa. Nesse sentido, as oficinas desenvolvidas e a atividade aqui descrita conseguiu mostrar aos professores e estudantes outra maneira de ensinar e aprender.

REFERÊNCIAS

ABRANTES, Paulo. Investigações em geometria na sala de aula. In: VELOSO, E.; FONSECA, H.; PONTE, J.; ABRANTES, P. (Org.). **Ensino da Geometria no virar do milênio**. Lisboa: DEFCUL, 1999. p. 51-62.

ALVES, Rubem, 1933 - **Por uma educação romântica** / Campinas - SP; Papirus, 2002.

ANJOS FILHO, Orenco Capestrano dos et al. **Propostas de aulas na educação básica de alguns conceitos matemáticos visando seu contexto histórico e aplicações nos dias atuais**. Dissertação de Mestrado. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Educação Infantil e Ensino Fundamental**. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

CALEIDOSCÓPIO COM RÉGUAS. **Fábrica de brinquedos**, 2022. Disponível em: <<https://www.fabricadebrinquedos.com.br/caleidoscopio.html>> Acesso em: 15 de junho de 2023.

CAMPO, Fabio Antunes Brun. **CALEIDOSCÓPIO: um recurso didático manipulável para o ensino da Matemática**. XIII ENEM: Encontro Nacional de Educação Matemática, Cuiabá/MT, jul./2019.

CORTELLA, Mario Sergio - **O futuro é o passado em preparação**. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=bjWmVrE7qmc&t=11s>> Acesso em: 12 de agosto de 2023.

BASTOS, R. **Geometria no currículo e pensamento matemático**. In: Educação e Matemática - Revista da associação de professores de matemática, n° 52, 1999. Disponível em: [Geometria no currículo e pensamento matemático | Educação e Matemática \(apm.pt\)](#). Acesso em: 12 agosto de 2023.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino de geometria em nossas mãos. **Educação Matemática em Revista**, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Blumenau, 2, 1994, p.19 - 25.

PARRILLA, A.; DANIELS, H. **Criação e desenvolvimento de grupos de apoio para professores**. São Paulo: Loyola, 2004.

PAVANELLO, R. M. **Por que ensinar/aprender geometria**. 2004. Trabalho apresentado no VII Encontro Paulista de Educação Matemática, São Paulo, 2004.

TAHAN, Malba. **O Homem que Calculava**. 83° ed. Rio de Janeiro: Record, 2013.

VAN DE WALLE, John A. - **Matemática no Ensino Fundamental: Formação de professores em sala de aula** ; tradução Paulo Henrique Colonese. - 6. ed. - Porto Alegre: Artmed, 2009