



Estratégias Utilizadas por Alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental na Resolução de Problemas de Partilha.

Cícero Pinheiro dos Santos¹.

Marcelo Câmara dos Santos².

Resumo

Diversas pesquisas têm demonstrado as dificuldades no processo de ensino aprendizagem, principalmente na educação matemática, onde o ato de decorar fórmulas e métodos de resoluções, tornam-se comum e usual. Assim, destacaremos as dificuldades apresentadas no estudo da álgebra, dando uma atenção especial as pesquisas que envolveram o tratamento e as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da álgebra, realizadas pelo grupo de Pesquisa “Fenômenos Didáticos” do Curso de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco. Em nosso estudo investigaremos que estratégias são utilizadas pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas de partilha. Para isso, analisaremos a pesquisa realizada por OLIVEIRA e CÂMARA 2008, no Brasil e no Canadá, na resolução de problemas algébricos. No desenvolvimento do trabalho buscaremos analisar também, se com o avanço da escolaridade, ou seja, 7º, 8º e 9º ano do ensino fundamental, os alunos utilizam as mesmas estratégias na resolução de problemas do tipo partilha que foram utilizadas pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental do Brasil e do Canadá na pesquisa realizada por OLIVEIRA E CÂMARA 2008.

Palavras-chave: Problemas de Partilha, Resolução de Problemas, álgebra.

1. INTRODUÇÃO

Ao analisar a atual educação, e mais precisamente o modo que os educadores estão acostumados a desenvolver o processo de ensino aprendizagem com seus alunos, nos deparamos com uma grande defasagem entre a forma tradicional de se dar aulas e as necessidades do mundo moderno. Percebemos, também, um modelo de ensino em que os alunos não são incentivados a pensar e a serem sujeitos ativos nesse processo, mas sim meros depósitos das informações que lhe são transmitidas e, particularmente na matemática, de maneira mecânica, quando o ato de decorar fórmulas, algoritmos e métodos de resoluções, tornam-se comum e usual.

Neste contexto, surge a preocupação de se analisar as estratégias utilizadas pelos alunos dos anos finais do ensino fundamental na resolução de problemas de partilha. Percebe-se que, muitas vezes, esses alunos resolvem os problemas da forma como lhe foi

1 – UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br;

2 – UFPE, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.



ensinado, ou seja, de forma mecânica, na qual não há sentido e qualquer relação com o cotidiano.

Problemas algébricos foram estudados por OLIVEIRA e CÂMARA (2008), que investigaram as estratégias mobilizadas por alunos do 6º ano do ensino fundamental em problemas de partilha. Na referida pesquisa, a qual foi realizada no Brasil e no Canadá, identificou dois tipos possíveis de estratégias a serem mobilizadas pelos sujeitos, as quais poderíamos classificá-las em estratégias aritméticas e estratégias algébricas.

Com base no estudo acima especificado, surgiu o interesse de identificar se os alunos dos anos finais do ensino fundamental, ou seja, 7º, 8º e 9º ano de uma Escola Estadual de Pernambuco, com o avanço da escolaridade, utilizam as mesmas estratégias apresentadas pelos sujeitos do 6º ano do ensino fundamental, na pesquisa realizada por OLIVEIRA e CAMARA (2008), ou se apresentam novas estratégias na resolução de problemas do tipo partilha.

2.0 - REFERENCIAIS TEÓRICOS

2.1 - Alguns Estudos inerentes ao ensino aprendizagem da Álgebra

A álgebra é caracterizada como um conjunto de procedimentos matemáticos que nos permite representar e resolver problemas através dos quais somente com os conceitos aritméticos não conseguiríamos resolver (Da ROCHA FALCÃO, 1993). Os conteúdos da Álgebra se diferenciam dos aritméticos por possibilitar que procedimentos e relações sejam expressos de forma simplificada e geral através de “regras de procedimento” que têm por foco inicial estabelecer, expressar e manipular o próprio contexto (BOOTH, 1995).

Uma das visões da álgebra é a de “aritmética generalizada”, pelo caráter que os símbolos operatórios assumem na resolução de equações. Enquanto na aritmética um símbolo de adição indica a soma entre as parcelas, na álgebra esse símbolo não indica necessariamente que esse processo (adição) será imediatamente efetuado. Outro exemplo é o símbolo de igualdade. Na aritmética, ele significa o resultado de uma operação e na álgebra, uma relação de equivalência entre dois membros da equação. Podemos perceber

1 – UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br;

2 – UFPE, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.



que a aritmética e a álgebra podem lidar com problemas semelhantes, no entanto, utilizam procedimentos e instrumentos conceituais diferentes.

Essa diferença entre a aplicação de conceitos aritméticos e algébricos dificulta a aprendizagem da álgebra, pois muitas vezes os alunos utilizam conhecimentos aritméticos para dar significado a conceitos algébricos. Além disso, há a falta de referenciais que dêem sentido aos símbolos matemáticos no campo da álgebra.

Diversas pesquisas têm mostrado as dificuldades dos alunos para a aprendizagem da álgebra. Alguns pesquisadores estudaram dificuldades a partir do ponto de vista epistemológico (CHEVALLARD, 1992 e KIERAN, 1992). Eles colocaram em evidência a existência de uma ruptura entre o raciocínio em aritmética e em álgebra.

COSTA 2010, propôs investigar em que medida os fatores de não congruência influenciam na conversão da escrita natural para a escrita algébrica nos problemas envolvendo equações do primeiro grau. No intuito de alcançar esse objetivo, adotou como pressuposto teórico a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, de Raymond Duval. Segundo essa teoria, a Matemática se caracteriza pela diversidade de representações para um mesmo objeto. Um objeto pode ser representado na escrita algébrica, na forma gráfica, numérica, entre outras, de modo que a mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação é uma condição essencial para a aprendizagem em Matemática. De acordo com essa teoria, o que pode dificultar o reconhecimento de um objeto em diversas representações são os fatores de não congruência. São eles: correspondência semântica das unidades de significado, univocidade semântica terminal e conservação da ordem das unidades de significado.

COSTA 2010, Concluiu que as influências dos fatores de não congruência nos problemas de equação do primeiro grau interferem na taxa de sucesso da conversão.

CELI 2007, investigou como alunos de sétima série do ensino fundamental da rede pública de ensino realizam o processo de transição da linguagem natural para a linguagem algébrica em situações associadas às equações de primeiro grau. Em seu estudo os sujeitos da pesquisa revelaram muitas dificuldades na conversão entre os registros de representação empregados. Os resultados apontaram também que questões aparentemente parecidas produzem respostas bem diferentes por um mesmo sujeito.

Os resultados obtidos em avaliações de larga escala têm demonstrado a grande dificuldade dos alunos da escola básica no trabalho com álgebra; pode-se perceber que, nos itens referentes à álgebra nesses instrumentos, raramente os alunos atingem o índice de

1 – UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br;

2 – UFPE, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.



40% de acertos. LINS e GIMENEZ (2005) consideram que o fracasso em álgebra significa um fracasso absoluto na escola, e que um dos principais obstáculos a esse aprendizado é que “a álgebra escolar representa o que eles chamam de “momento de seleção”, na educação escolar. Segundo esses autores, existe uma grande dificuldade em perceber a existência de uma ruptura epistemológica, nessa passagem do raciocínio aritmético para o algébrico, o que exige uma transição para a introdução de uma nova linguagem e forma de raciocínio lógico-matemático.

2.2 - O processo de Ensino Aprendizagem da Álgebra e suas Concepções

Uma definição clara e abrangente referente à aprendizagem:

O fenômeno a que damos o nome de aprendizagem, e ao qual atribuímos as alterações perceptíveis de comportamento, não é um evento singular, mas uma série de eventos, cada qual devendo ocorrer antes que se possa inferir a realização da aprendizagem. (ROSS, 1979, p. 35).

Sendo assim fica claro que a aprendizagem é um processo abrangente, que envolve vários sistemas e habilidades. Assim a aprendizagem da leitura e escrita engloba várias destas habilidades (lingüísticas, perceptuais, motora, cognitiva) e, não se pode esperar, portanto, que seja determinado um único fator como responsável pela dificuldade para aprender.

2.3 - A Álgebra e os erros na construção do seu conhecimento

A álgebra ensinada na escola média tem uma conotação muito diferente daquela ensinada em cursos superiores de matemática. Muito mais do que uma definição *stricto sensu*, nos parece importante discutir concepções sobre a álgebra.

A álgebra começa como a arte de manipular somas e potências de números. As regras para essas manipulações valem para todos os números, de modo que as manipulações podem ser levadas a efeito com letras que representem os números. Revela-se então que as mesmas regras valem para diferentes espécies de números [...] e que as regras inclusive se aplicam a coisas [...] que de maneira nenhuma são números. Um sistema algébrico, como veremos, consiste em um conjunto de elementos de qualquer tipo sobre os quais operam funções como a adição e a multiplicação, contanto apenas que essas operações satisfaçam certas regras básicas. (SAUNDERS MAC LANE e GARRET BIRKHOFF, 1954, p. 01).



Segundo o dicionário da Língua Portuguesa, encontramos a definição de álgebra como parte da matemática em que se estudam as leis e os processos formais de operações com entidades abstratas (HOLANDA, 2004, p.38).

LINS e GIMENEZ (1997) afirmam que a álgebra parece ser um domínio exclusivo da escola, e que, na matemática dos não-matemáticos, a álgebra é, antes de tudo, um conjunto de afirmações genéricas sobre quantidades para as quais se produziria significado com base no dinheiro.

Segundo GARCIA (1997), a álgebra revoluciona por ser uma ferramenta a serviço da resolução de problemas e ser um objeto matemático em si, um ramo autônomo da matemática, de que todas as disciplinas científicas se nutrem para estabelecer melhores e mais cômodas vias de comunicação entre elas e com o exterior.

Para SOUZA e DINIZ (1996), a álgebra é a linguagem da matemática utilizada para expressar fatos genéricos. Como toda linguagem, a álgebra possui seus símbolos e suas regras. Estes símbolos são as letras e os sinais da aritmética; enquanto as regras são as mesmas regras da aritmética, que nos permitem manipular os símbolos assegurando o que é permitido e o que não é.

LESLEY LEE (1996) propõe que a álgebra é uma *mini-cultura* na *cultura* da matemática. E, assim, há concepções e perspectivas específicas acerca desse saber que precisam ser compreendidas para que possamos ter uma noção da dimensão e do potencial da álgebra, sobretudo focalizando o seu ensino, que é o nosso elemento central de interesse.

Entretanto, tais concepções e perspectivas nos ajudam a refletir sobre a natureza do saber algébrico, mas não esgotam todas as questões que podem ser propostas quando se pergunta: O que é álgebra? Tanto a matemática quanto a educação matemática têm buscado, exaustivamente, abrir caminhos para essa reflexão.

USISKIN (1995), por exemplo, aponta a existência de quatro concepções básicas acerca da álgebra, todas elas ligadas, sobretudo, ao papel atribuído às variáveis:

A primeira concepção diz respeito à *álgebra como aritmética generalizada*. Nesse sentido, o que diferencia a aritmética da álgebra, é que, nesta última, além de se operar com números, opera-se também com letras. É a introdução de letras que caracteriza, então, a entrada no domínio algébrico. A álgebra é entendida, assim, como a *matemática das letras*. As operações a serem realizadas são as mesmas efetuadas em aritmética. Desta forma, as letras devem ser tratadas como números, no caso, números desconhecidos:

1 – UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br;

2 – UFPE, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.



incógnitas e variáveis. É interessante refletir que essa concepção se aproxima do desenvolvimento inicial da álgebra, historicamente: uma álgebra ainda vinculada ao um domínio mais “concreto”, ainda ligada à aritmética.

Uma segunda concepção é a de *álgebra como ferramenta de resolução de problemas*. O procedimento algébrico de resolução é potente, no sentido de nos permitir resolver problemas que não seriam possíveis de serem resolvidos no domínio da aritmética, ou que sua resolução aritmética seria longa e enfadonha, baseada, quase sempre, no mecanismo de *tentativas e erros*. A lógica inerente ao algoritmo de resolução de um problema algébrico faz com que o indivíduo possa gerar uma equação, manipular os dados do problema, seguindo uma ordem hierárquica de ação, até encontrar a sua resolução.

A álgebra também pode ser concebida como *a expressão de relações entre grandezas*. Usiskin toma como exemplo a fórmula $a = b.h$, ressaltando que nessa expressão temos a relação entre três grandezas: **a**, **b** e **h**. Para descobrir o valor desconhecido de uma dessas grandezas, isso dependerá, necessariamente, do valor das outras duas.

A álgebra é caracterizada como um conjunto de procedimentos matemáticos que nos permite representar e resolver problemas através dos quais somente com os conceitos aritméticos não conseguiríamos resolver (DA ROCHA FALCÃO, 1993). Os conteúdos da Álgebra se diferenciam dos aritméticos por possibilitar que procedimentos e relações sejam expressos de forma simplificada e geral através de “regras de procedimento” que têm por foco inicial estabelecer, expressar e manipular o próprio contexto (BOOTH, 1995).

Essa diferença entre a aplicação de conceitos aritméticos e algébricos dificulta a aprendizagem da álgebra, pois muitas vezes os alunos utilizam conhecimentos aritméticos para dar significado a conceitos algébricos. Além disso, há a falta de referenciais que dêem sentido aos símbolos matemáticos no campo da álgebra. BOOTH (1995) investigou os erros conceituais cometidos por alunos de 13 a 16 anos que já tinham alguma experiência em álgebra. Através desse estudo, verificou que os erros em problemas algébricos são semelhantes em quase todas as idades e constatou que essas crianças não sabem criar expressões formando respostas com símbolos matemáticos, pois não encontram um significado em respostas com letras.

Em busca de superar certas dificuldades, algumas pesquisas apontam que os alunos procuram formas diferentes de resolução de problemas algébricos. LESSA (1996), investigou o pensamento algébrico em 40 alunos na faixa etária de 11 e 12 anos. A autora

1 – UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br;

2 – UFPE, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.



analisou os tipos de procedimentos que os alunos utilizaram durante a resolução de problemas e de equações. Os procedimentos foram classificados em três tipos: aritmético, intermediário e algébrico. No *aritmético*, os alunos utilizavam operações aritméticas ou atribuíam valor às incógnitas para uma posterior verificação. No procedimento *intermediário*, os alunos representam os problemas e as equações algebricamente, mas não a resolviam em função dessa representação e sim, usando contas aritméticas e atribuindo valor às incógnitas. Por último, no *algébrico*, os alunos faziam a manipulação algébrica e utilizavam regras formais ensinadas na escola. O trabalho de Lessa ajuda a caracterizar o pensamento do aluno. No entanto, não pode se restringir o pensamento algébrico somente ao uso de equações, nem o aritmético ao uso de operações. A atividade algébrica incorpora diversas formas de resolução e pode surgir até mesmo antes dos alunos terem o domínio de regras formais (LINS e GIMENEZ, 1997). Além disso, é importante investigar quais os erros cometidos pelos alunos ao resolver os mesmo tipos de problemas propostos por LESSA (1996).

MARCHAND e BEDNARZ (1999) identificam algumas variáveis ligadas às relações envolvidas que podem modificar as estratégias e a desempenho dos alunos, o “número”, a “natureza” e o “encadeamento” das relações.

MARCHAND E BEDNARZ (1999), categorizam os problemas de estruturas algébricas em três tipos: problemas de transformação, problema de taxa, problema de partilha, este último utilizaremos como base para nossa pesquisa.

3. METODOLOGIA

Com base na realidade que hoje permeia no universo educacional, e na tentativa de responder algumas perguntas, este projeto de pesquisa tem como objetivo investigar as estratégias utilizadas por alunos das séries finais do ensino fundamental, na resolução de problemas de partilha. Ter-se-á como base para a pesquisa, uma ou mais escolas da rede estadual de ensino de Pernambuco, em virtude de haver maior flexibilidade para a utilização do que é proposto.

A pesquisa consistirá basicamente da aplicação de um instrumento investigativo, contendo problemas de partilha.

Serão escolhidos o sétimo, oitavo e nono anos do ensino fundamental para realizar a investigação.

1 – UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br;

2 – UFPE, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.



A próxima etapa consistirá na análise das respostas e por fim, será feita uma análise das estratégias utilizadas pelos alunos, observando-se conhecimento matemático e conseqüentemente algébrico.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em nosso trabalho apresentaremos um recorte de uma pesquisa desenvolvida por Oliveira e Câmara 2008, no Brasil e no Canadá, com alunos do 6º ano do ensino fundamental na resolução de problemas algébricos. Com essa base inicial, buscaremos identificar se com o avanço da escolaridade os alunos dos anos finais de uma determinada Escola Estadual do Estado de Pernambuco, utilizam as mesmas estratégias da pesquisa proposta por OLIVEIRA e CAMARA 2008, na resolução de problemas de partilha.

Vale salientar que o estudo ora especificado, encontra-se em construção e faz parte do projeto de pesquisa do Curso de Pós Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco.

BIBLIOGRAFIA

BOOTH, R. L. Dificuldades das crianças que se iniciam com álgebra. In: COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. (org.). *As idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 1995;

BROSSEAU, G. Représentation et didactique de sens de la division. Actes du colloque de Sérvres. *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble (1998).

COXFORD, Artur F e SHULTE, Albert P. *As idéias da Álgebra*. São Paulo: Atual, 2004;

DA ROCHA FALCÃO, J. T. A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas. In Schillieman, A.D, Carraher, D.W., Spinillo, A.G., Meira, L.L, & Da Rocha Falcão, J.T. (orgs.). *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*. Recife: Ed. Universitária da UFPE; 1993.

HOLANDA, Ferreira, Aurélio Buarque. *Mini-aurélio: O Minidicionário da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 2004;

1 – UFPE, ciceropinheiro_mat@yahoo.com.br;

2 – UFPE, marcelocamaraufpe@yahoo.com.br.



LINS, Rômulo Campos e GIMENES, Joaquim. Perspectivas em Aritmética e álgebra para o Século XXI. Campinas, SP: Papirus, 1997.

LESSA, M. M. L. Balança de dois pratos e problemas verbais como ambientes didáticos para iniciação à álgebra: um estudo comparativo. Dissertação de Mestrado. UFPE. Recife, 1996;

MAC LANE e GARRET BIRKHOFF, Álgebra Moderna, Editora Teide, Barcelona, 1954;

ROSS, Alan O. Aspectos Psicológicos dos Distúrbios da Aprendizagem, Editora Mcgraw Hill – 1979;

SOUZA, Eliane Reane e DINIZ, Maria Igenes de S. Vieira. Álgebra: das variáveis às equações e funções. São Paulo: IME-USP, 1996;

USISKIN, Zalman. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, Artur F e SHULTE, Albert P. As idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 2004.

Marchand, P. & Bednarz, N. (1999). L'enseignement de l'algèbre au secondaire: une analyse des problèmes présentés aux élèves. *Bulletin AMQ*, 39,(4), 30-42.

OLIVEIRA, Izabela e CÂMARA, Marcelo. Problemas de estrutura algébrica: uma análise comparativa entre as estratégias utilizadas no Brasil e no Québec. CIAEM, Recife, 2011.

COSTA, Wagner. Investigando a conversão da escrita natural para registros em escrita algébrica em problemas envolvendo equações de primeiro grau. Dissertação de Mestrado – UFPE, 2010.

CELI, Regina. Investigando a transição da linguagem natural para a linguagem algébrica: o equacionamento de enunciados de problemas à luz dos registros de representação semiótica. Dissertação de Mestrado – UFPE, 2007.