

Matemática Aplicada como um Curso de Serviço na Biologia: alguns desafios e possibilidades.

Débora da Silva Soares¹

Resumo

Este artigo está vinculado a uma pesquisa de doutorado que está baseada em uma proposta pedagógica que propõe o estudo de um modelo matemático para um fenômeno biológico como pano de fundo para a disciplina Matemática Aplicada de um curso de Ciências Biológicas. Neste artigo apresento esta pesquisa como parte do conjunto de trabalhos voltados para as disciplinas de Matemática como cursos de serviço e relaciono algumas das dificuldades apresentadas na literatura com elementos emergentes dos dados coletados durante o estudo preliminar. Mais ainda, apresento a pesquisa como uma tentativa de encaminhamento para a disciplina, que busca lidar com estes desafios.

Palavras-chave: Equações Diferenciais Ordinárias; Fenômeno Biológico; TIC.

Introdução

Há um bom tempo a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I tem sido alvo de pesquisas na área de Educação Matemática. Isso se dá, em grande parte, devido à importância que recebe por parte das instituições e dos professores com relação à formação dos alunos (FRANCHI, 1995). De fato, esta disciplina está presente nas grades curriculares de vários cursos de graduação (HOWSON *et al.*, 1988; BIEMBENGUT & HEIN, 1995).

A grande maioria destes cursos não é de Matemática, entretanto os professores que lecionam as disciplinas de Matemática para estes alunos são do Departamento de Matemática. Na verdade, um grande número de matemáticos está envolvido nesta tarefa o que, segundo Howson *et al.* (1988) é uma das razões para que disciplinas deste tipo, a qual denominam-se, de modo geral, como disciplinas de *matemática como um curso*² de serviço, sejam foco de pesquisa e discussão.

Um exemplo deste tipo de disciplina, é a de Matemática Aplicada ministrada aos alunos do curso de Ciências Biológicas da Unesp, campus de Rio Claro, SP, contexto da pesquisa de doutorado que estou desenvolvendo. Esta pesquisa possui como base uma

¹ Aluna do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (Doutorado) da UNESP, Rio Claro-SP; membro do GPIMEM (Grupo de Pesquisa em Informática Outras Mídias e Educação Matemática). E-mail: debbie_mat@yahoo.com.br

² A palavra “curso” na expressão *matemática como um curso de serviço* refere-se ao sentido de “disciplina”. Apesar de uma possível confusão, utilizá-la-ei por ser a mais comumente adotada na literatura estudada como tradução da expressão em Inglês *mathematics as a service subject*.

proposta pedagógica desenvolvida por mim, em conjunto com o professor da disciplina e orientador desta pesquisa, que utiliza o estudo de um modelo matemático para um fenômeno biológico como um elo entre a discussão de conceitos matemáticos presentes na ementa da disciplina e a Biologia. O estudo do modelo matemático é realizado pelos alunos com um software de modelagem e um conjunto de atividades guia este trabalho. A proposta já foi aplicada a duas turmas, a primeira vez no segundo semestre de 2010 e a segunda vez no primeiro semestre de 2011. O objetivo da pesquisa é analisar o papel deste software durante o trabalho dos alunos.

O intuito deste trabalho é inserir esta pesquisa no contexto de estudo da Matemática como um curso de serviço, identificando e discutindo questões presentes na literatura com elementos que estão emergindo da pesquisa. Para isso, neste artigo apresento de forma geral a proposta pedagógica desenvolvida, o contexto de pesquisa vinculado ao estudo preliminar desenvolvido no segundo semestre de 2010 e questões presentes na literatura sobre a Matemática como um curso de serviço buscando relacioná-los com elementos emergentes dos dados da pesquisa.

Matemática Aplicada como um Curso de Serviço na Biologia

Com o passar dos anos a presença da Matemática nos cursos universitários sofreu uma expansão: se em 1911 praticamente apenas as Engenharias possuíam cursos de Matemática, no final da década de 1980 e início da década de 1990 muitos outros cursos já haviam incorporado a Matemática em seus currículos, como a Medicina, a Arquitetura, a Administração, etc. (HOWSON et al., 1988). Hoje em dia encontramos áreas interdisciplinares bem fundamentadas, como a Biomatemática e a Geoestatística.

No curso de Ciências Biológicas da Unesp, Rio Claro, SP, a Matemática também está presente através da disciplina Matemática Aplicada. Ela é ministrada desde 1993 pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba³, que está vinculado ao Departamento de Matemática da universidade, além de fazer parte do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, caracterizando-se, portanto, como uma disciplina de Matemática como curso de serviço.

³ Professor orientador da pesquisa de doutorado.

A disciplina Matemática Aplicada possui uma carga horária semanal de 4 horas, totalizando 60 horas semestrais, e faz parte do currículo do curso integral e do curso noturno. Para ambos os cursos, é a única disciplina de Matemática obrigatória, além de Estatística. A súmula curricular da disciplina inclui o estudo de funções, noções de limites, derivadas e integrais, e suas aplicações.

São duas as principais abordagens de ensino e aprendizagem utilizadas pelo professor Marcelo Borba ao longo destes anos: o experimental-com-tecnologias e a modelagem. Na primeira abordagem, os alunos desenvolvem atividades investigativas relacionadas aos conteúdos da disciplina com o uso de softwares. Já a modelagem prevê a realização de um projeto pelos alunos, em grupos, sobre algum tema de seu interesse, que pode ou não estar relacionado com a Matemática. Quando alguma intersecção com a Matemática é percebida pelo professor, ele incentiva os alunos a aprofundarem essa interação.⁴

Em minha pesquisa, estou propondo uma abordagem de trabalho com os alunos da disciplina, também baseada na modelagem e no uso de tecnologias da informação e comunicação, mas com outro enfoque, como explicitado a seguir.

A Proposta Pedagógica

Em linhas gerais, a proposta pedagógica desenvolvida tem como objetivo o estudo dos conteúdos da disciplina Matemática Aplicada de uma maneira integrada com a Biologia, de modo que os alunos possam ter contato com fenômenos biológicos, passíveis de ser foco de estudo em sua vida profissional, para os quais a Matemática pode trazer contribuições.

Esta integração entre a Matemática e a Biologia foi planejada na proposta pedagógica da seguinte forma: desde os primeiros dias de aula os alunos tiveram contato com um fenômeno biológico e um modelo matemático que o descrevia. A partir daí, desenvolveu-se o estudo e análise do modelo matemático proposto, com ênfase: (i) no entendimento de seu significado com relação ao fenômeno biológico; (ii) no estudo e análise do comportamento de suas soluções e no significado deste comportamento em termos do fenômeno; (iii) no estudo e análise da influência da variação dos parâmetros do modelo no comportamento de suas soluções e no significado disto em termos do fenômeno. Os conteúdos e conceitos da

⁴Mais detalhes sobre estas abordagens podem ser encontradas em trabalhos como Borba e Villarreal (2005).

disciplina foram discutidos e utilizados pelos alunos no desenvolvimento da análise do modelo.

O fenômeno biológico escolhido foi a transmissão da malária e o modelo matemático utilizado foi o modelo de Ross-Macdonald, um sistema formado por duas equações diferenciais descrevendo a variação da população de pessoas infectadas e de mosquitos infectados ao longo do tempo (BASAÑEZ; RODRÍGUEZ, 2004). O fluxograma a seguir (Fig. 1) representa a dinâmica da transmissão da malária em uma região e nos dá uma base para a entender as equações do sistema. Este modelo está vinculado a algumas hipóteses, que serão apresentadas ao longo da explicação das equações elaborada a seguir.

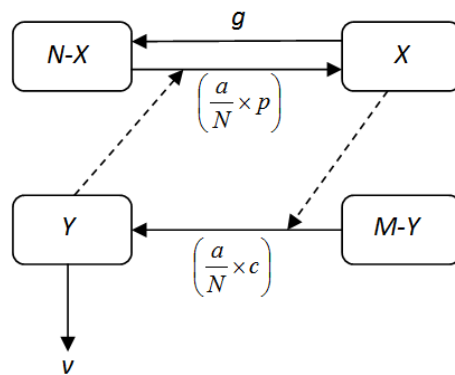


Figura 1: Fluxograma representativo da dinâmica de transmissão da malária.

No fluxograma, X é a quantidade de pessoas infectadas e $N-X$ a quantidade de pessoas saudas, onde N é o total da população de humanos. Analogamente, Y é a quantidade de mosquitos infectados e $M-Y$ a quantidade de mosquitos não infectados, onde M é a população total de mosquitos na região. As populações totais são consideradas constantes, uma hipótese de simplificação.

As equações do modelo têm por objetivo expressar como as populações de *humanos e mosquitos infectados* variam ao longo do tempo. Então, vamos nos guiar pelo fluxograma acima. Primeiramente vamos descrever como varia a população de humanos infectados. Para isso em cada instante consideramos as pessoas que foram infectadas e descontamos as que se recuperaram.

Se uma pessoa é suscetível ela passa a ser infectada quando é picada por um mosquito infectado. Matematicamente expressamos estes encontros através da multiplicação das

populações; temos então: $Y \cdot (N - X)$. Mas nem toda a picada gera uma infecção. Isto depende de dois fatores: a frequência diária com que cada mosquito pica cada humano (representado no modelo por $\frac{a}{N}$) e a probabilidade de um humano ser infectado (representado no modelo por p). Assim, multiplicamos o produto acima por estes parâmetros: $\left(\frac{a}{N} \cdot p\right) \cdot Y \cdot (N - X)$, e esta expressão nos diz, a grosso modo, qual a chance de pessoas sadias ficarem doentes de malária.

No modelo em questão, a mortalidade das pessoas não é considerada, apenas sua recuperação. As pessoas se recuperam de malária segundo uma taxa g , portanto temos que $g \cdot X$ é o número de pessoas que se recuperam da doença a cada instante. A subtração destas duas quantidades nos dá a variação da população de humanos infectados ao longo do tempo, que é dada pela derivada da função. Assim temos que:

$$\frac{dX}{dt} = \left(\frac{a}{N} \cdot p\right) \cdot Y \cdot (N - X) - g \cdot X.$$

Agora vamos analisar como a população de mosquitos infectados varia ao longo do tempo. Para isso consideramos o número de mosquitos infectados e descontamos aqueles que morrem a cada instante. Para que um mosquito suscetível fique infectado, ele precisa picar uma pessoa que esteja infectada. Além disso, a chance de ocorrer a transmissão da doença depende da frequência diária com que cada mosquito pica cada humano e da probabilidade de um mosquito ser infectado; usando os parâmetros do modelo, matematicamente temos: $\left(\frac{a}{N} \cdot c\right) \cdot X \cdot (M - Y)$. Por outro lado, os mosquitos não se recuperam de malária e morrem segundo uma taxa de mortalidade v . Portanto, temos que $v \cdot Y$ expressa o número de mosquitos infectados que morrem a cada instante. Novamente, a subtração destas quantidades nos dá a variação de mosquitos infectados ao longo do tempo, que é dada pela derivada da função. Deste modo, temos que:

$$\frac{dY}{dt} = \left(\frac{a}{N} \cdot c\right) \cdot X \cdot (M - Y) - v \cdot Y$$

Assim, obtemos as duas equações que expressam matematicamente o modelo elaborado com o fluxograma. Este sistema de equações foi analisado pelos alunos com o

auxílio do software *Modellus*⁵, um software de modelagem que apresenta representações gráficas e numéricas das soluções de modelos deste tipo. A imagem abaixo apresenta uma tela do software apresentando o modelo estudado pelos alunos.

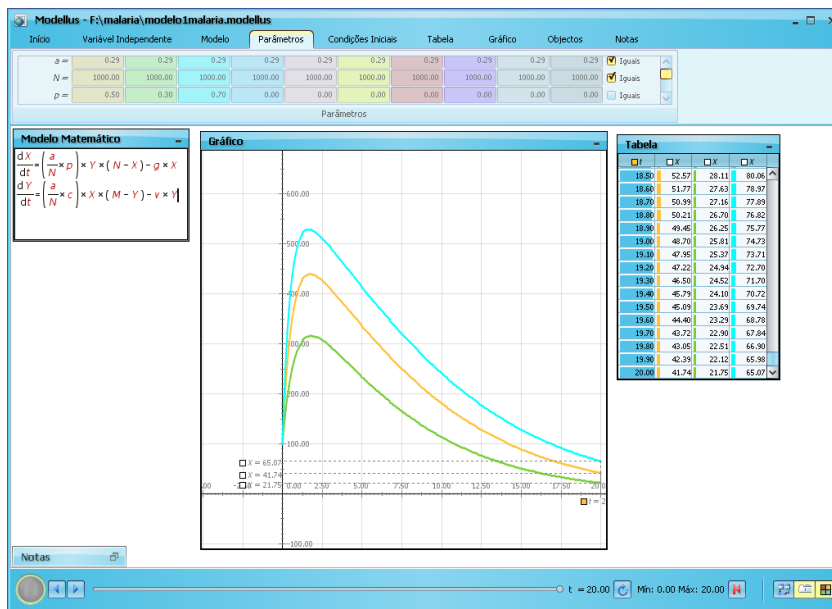


Figura 2: Tela do *Modellus* com o modelo de Ross-Macdonald elaborado para a transmissão da malária em uma região. Os gráficos e a tabela apresentam a solução $X(t)$ que informa o número de pessoas infectadas ao longo do tempo para três valores distintos do parâmetro c .

É interessante ressaltar que o software permitiu que os alunos tivessem acesso às soluções do sistema, mesmo não aprendendo as técnicas de análise qualitativa de um sistema de EDO. Além disso, os gráficos analisados durante quase todas as atividades⁶ foram os das funções X e Y pelo tempo, ao invés do plano de fase, que são mais próximos dos gráficos com os quais estão acostumados a trabalhar.

O Estudo Preliminar, Alguns Elementos Emergentes e a Literatura sobre Matemática como um Curso de Serviço

O estudo do modelo matemático pelos alunos foi guiado por um conjunto de atividades que foram desenvolvidas a partir das informações fornecias pelo software, como mostra a imagem acima. Após várias versões, foram aplicadas à turma de Biologia que cursou a disciplina Matemática Aplicada no segundo semestre de 2010. Essa turma possuía 42 alunos e

⁵ Endereço eletrônico: <http://modellus.fct.unl.pt/>

⁶ Uma atividade para analisar o plano de fase XY do sistema foi proposta nos últimos encontros como uma atividade extra para a turma de 2010.

era do curso integral. As aulas ocorreram todas as segundas-feiras à tarde, das 14h às 18h. Após a finalização do semestre algumas duplas voluntárias participaram de uma entrevista, cujo objetivo foi alcançar uma avaliação da proposta pedagógica pelos alunos. Além disso, alguns alunos realizaram uma avaliação escrita da proposta pedagógica. A seguir, apresento alguns trechos destas entrevistas e avaliações entrelaçando-os com questões apresentadas na literatura sobre a Matemática como curso de serviço.

A incorporação da Matemática ao currículo de outros cursos justifica-se pelo entendimento de que existem abordagens matemáticas potencialmente úteis para a análise e o entendimento de situações de diferentes áreas científicas. Entretanto, esta relevância nem sempre está em evidência nas disciplinas e diversos desafios se apresentam no ensino de disciplinas de Matemática como curso de serviço (HOWSON et al., 1988).

Um primeiro desafio diz respeito à importância dada a este tipo de disciplina. Segundo Simons (1988), a maioria dos estudantes universitários que cursam disciplinas de Matemática não é do curso de Matemática. Apesar disso, o ensino destas disciplinas é visto pelos docentes como de importância secundária em muitas universidades. Muitos professores não gostam de lecionar em disciplinas de serviço, e isso ainda se agrava pela variedade de níveis de conhecimento matemático entre os alunos e com a qual o professor precisa lidar (SIMONS, 1988).

Simons (1988) ainda aponta para o desinteresse dos alunos e a pouca importância que dão às disciplinas de Matemática. Em geral, os alunos questionam a importância de aprender certos conteúdos uma vez que não têm ideia do papel da Matemática em sua área de estudo. O trecho a seguir, retirado da avaliação escrita feita por uma aluna sobre a proposta pedagógica, ilustra a relação entre a importância dada à disciplina de Matemática e a ligação com sua área de interesse:

Eu particularmente me empenho muito mais se eu percebo claramente a importância de uma determinada matéria na minha carreira. Além disso de uma forma geral os alunos que cursam biologia não se interessam e/ou não têm facilidade em matemática. Se conseguir mostrar que as duas matérias se relacionam, vai ser mais fácil despertar o interesse dos alunos pela matéria (trecho da avaliação escrita da proposta feita por N.C., segundo semestre de 2010).

A estudante deixa claro que é importante para os alunos perceber uma relação entre as áreas de conhecimento para que se sintam mais interessados pela Matemática. Baldino (1995)

também chama a atenção para esta necessidade dos alunos, e pondera que a preocupação do professor matemático, em geral, é o significado dos resultados matemáticos, seu encadeamento lógico. As aplicações são apenas casos particulares dos teoremas. Deste modo professor e alunos dão um sentido diferente ao conhecimento que permeia as aulas de Matemática.

Outra dificuldade apresentada pela literatura é que estes professores, conforme destaca Simons (1988), em geral não sabem como a Matemática é utilizada na área científica para a qual ministram cursos. Por outro lado, os professores da área não têm muito conhecimento dos conteúdos de Matemática em si e se queixam que os alunos passam pelos cursos de Matemática e não conseguem utilizar esse conhecimento para resolver problemas de sua área (SEIGEL, 1988). Ou seja, parece que a presença da Matemática nos currículos não atende ao próprio argumento que a justifica.

Dentre as disciplinas de Matemática, o Cálculo é a que mais aparece nas grades curriculares dos vários cursos de graduação, apresentando uma ementa que, em geral, aborda os conteúdos de funções, limites, derivadas e integrais. A ênfase dada a cada um deles varia de acordo com sua relevância para cada um dos cursos (HOWSON *et al.*, 1988; BIEMBENGUT & HEIN, 1995). Por exemplo, a disciplina Matemática Aplicada pode ser considerada uma disciplina de Cálculo I, porém com carga horária semestral reduzida. Além disso, nem todos os conteúdos de uma ementa regular de Cálculo são abordados de forma aprofundada. A ênfase recai nos conceitos de funções e noções de limite, derivada e integral. As aplicações também estão previstas na ementa como algo importante.

Esta presença abrangente do Cálculo em diferentes cursos deve-se ao entendimento de que seus conteúdos são importantes para os alunos como base teórica e, além disso, são utilizados muitas vezes para representar e analisar fenômenos de outras áreas (FRANCHI, 1995). Os resultados do estudo realizado por Sofronas *et. al.* (2011) apontam na mesma direção ao elencar como um dos quatro principais objetivos da aprendizagem de Cálculo pelos alunos a habilidade de utilizar suas ideias na resolução de problemas e modelagem de fenômenos da vida real, entre outros.

Uma situação de contradição que se particulariza para a disciplina de Cálculo é a seguinte: apesar da relevância sinalizada anteriormente, muitas vezes a visão dos alunos com relação à disciplina é de medo, insegurança e dúvida. Isto se reflete nos altos índices de

desistência e repetência registrados na disciplina nas universidades (FRANCHI, 1995; BIEMBENGUT & HEIN, 1995).

A pesquisa exploratória de Catapani (2001) registra fatores relacionados ao interesse/desinteresse de alunos do curso de Geologia da Unesp, campus de Rio Claro, para com o curso de Cálculo. A autora identificou fatores reforçadores das problemáticas relacionadas à disciplina. Em particular, destaca-se o que se relaciona ao desconhecimento pelos alunos da importância da disciplina de Cálculo para o curso de Geologia. Várias vezes os alunos se queixaram da falta de aplicações dos conteúdos matemáticos vistos na disciplina às situações da Geologia, demonstrando a existência de uma demanda por parte dos alunos para o conhecimento destas aplicações.

No curso de Biologia parece que o desconhecimento de possíveis ligações com a Matemática também é frequente entre os alunos. Uma evidência disto pode ser encontrada nos seguintes trechos, extraídos de uma avaliação escrita da proposta pedagógica, feita por uma aluna e de uma entrevista com um dupla de alunos, todos participantes do estudo preliminar:

Então, eu achei a proposta do trabalho bem interessante, de fazer as aulas e depois as aulas de informática ligadas a biologia e matemática ao mesmo tempo, porque deu um certo dinamismo para a aula e um pouco da realidade que *poucos enxergam da interdisciplinaridade que tem os cursos e de como essa dependência entre eles realmente existe e pode vir a ser úteis* (trecho da avaliação escrita da proposta feita pela aluna Y. M., ênfase minha).

Com as aulas de laboratório foi possível entender um pouco mais como funciona a elaboração de um modelo matemático. Antes das aulas eu pensava que era algo simples, que envolveria diversos cálculos, mas nada parecido como o que vimos. A possibilidade de ver um modelo desde o começo permitiu perceber uma maior relação entre a biologia e a matemática, a qual eu pensava ser menor (trecho extraído da entrevista com a dupla V.G. e R.F. realizada em 5 de novembro de 2010).

Estes excertos dão indícios de que poucos estudantes percebem uma possível relação entre a Matemática e a Biologia, ou se a percebem, é de uma maneira simples ou superficial. Deste modo, aparentemente estabelecer conexões entre duas áreas do conhecimento, em particular entre a Matemática e a Biologia, não é uma tarefa simples. Quer dizer, lecionar Cálculo, ou outra disciplina de Matemática, em um curso de graduação de outra área científica da forma mais tradicional, onde a ênfase são os conceitos e os teoremas matemáticos, e deixar

para que os alunos estabeleçam as relações entre os conteúdos vistos e sua área de interesse, pode não ser muito eficiente.

Sendo assim, é importante que sejam pensados encaminhamentos para as aulas de disciplinas Matemáticas que auxiliem os alunos a estabelecer estas relações. A proposta pedagógica aqui apresentada possui esta preocupação como um de seus motivadores, uma vez que procura enfatizar como a Matemática pode ser útil para a Biologia, utilizando os conteúdos da disciplina para analisar um modelo matemático para a transmissão da malária, que é um fenômeno biológico com o qual os alunos poderão vir a trabalhar em seu futuro profissional. Entretanto, apesar disto ser uma preocupação por trás da elaboração da proposta será que ao ser colocada em prática foi capaz de alcançar este objetivo? Os trechos abaixo nos dão alguns indícios sobre este fato:

Ah, realmente essa coisa de ser interdisciplinar né, porque é Biologia e Matemática. Ah não sei... sei lá é muito bom, porque a gente tem noção que realmente a gente vai usar [a matemática] (trecho extraído da entrevista com a aluna A.A., realizada em 25 de outubro de 2010).

Eu achei muito interessante as aulas lá no laboratório principalmente por dois motivos. Em primeiro lugar, a parte do laboratório deixava as aulas menos massantes e tediosas, pois era algo novo e diferente de tudo que tivemos no primeiro semestre ou do que estamos tendo agora neste semestre. Em segundo lugar, era uma maneira de colocarmos em prática tudo aquilo que aprendemos em sala de aula e magicamente quando íamos tirar alguma dúvida você sempre falava: "você se lembram do que o Borba disse hoje em sala?? (trecho extraído da avaliação escrita da proposta feita pela aluna L.E.).

Durante esse semestre, nas aulas de matemática, achei muito interessante a ideia de relacionar as aulas teóricas do Borba com as práticas da Debbie [aulas de análise do modelo matemático para a transmissão da malária]. É muito importante fazer essa ligação, tendo em vista que a disciplina "matemática" é, geralmente, muito abstrata. Na minha opinião, é mais fácil aprender quando se tem exemplos concretos do que ocorre "por trás" daquelas contas matemáticas (trecho da avaliação escrita da proposta feita pela aluna F.S.).

Estes excertos dão indícios positivos de que a proposta cumpriu com o objetivo de relacionar a Matemática e a Biologia de forma clara, auxiliando aos alunos a perceber como os conteúdos de Matemática aprendidos na disciplina Matemática Aplicada (e outros mais avançados) podem vir a ser úteis para sua área de interesse. Entretanto, uma investigação mais

acurada sobre a extensão das relações entre a Matemática e a Biologia estabelecidas pelos alunos seria necessária e importante para identificar pontos fortes da proposta e ao mesmo tempo contribuir para melhorias nas atividades.

De todo o modo, um primeiro passo já foi dado e aponta para uma direção na qual as disciplinas de Matemática como cursos de serviço podem passar a ser vistas como relevantes pelos alunos que as cursam se tornando mais do que obstáculos a serem transpostos ao longo do curso e podendo contribuir de forma mais específica para sua formação.

Considerações Finais

A disciplina Matemática Aplicada, ministrada para alunos do curso de Ciências Biológicas da Unesp de Rio Claro, SP, por um (educador) matemático, caracteriza-se como uma disciplina de Matemática como curso de serviço. Deste modo, minha pesquisa de doutorado, que se baseia em uma proposta pedagógica para este curso, pode ser inserida no conjunto de esforços dos vários pesquisadores que se dedicam ao estudo de questões variadas vinculadas à Matemática como um curso de serviço.

Sendo assim, várias dificuldades relatadas na literatura também estão presentes no contexto no qual a pesquisa se insere, principalmente com relação à resistência dos alunos quanto à disciplina e o desconhecimento de como os conteúdos que aprendem podem ser úteis para eles.

Por outro lado, a proposta pedagógica aqui apresentada, que propõe o estudo de um modelo matemático para um fenômeno biológico como pano de fundo para o desenvolvimento dos conteúdos da disciplina Matemática Aplicada, pode ser considerada uma primeira tentativa de proporcionar aos alunos uma vivência de possíveis interligações entre a Matemática e a Biologia, abrindo novas possibilidades de entendimento da Matemática pelos alunos.

É importante, portanto, que a proposta seja analisada e avaliada de forma ampla, buscando identificar aspectos que possam ser melhorados no sentido de auxiliar de forma mais efetiva para a aprendizagem de conteúdos matemáticos pelos alunos. Nesta direção, minha pesquisa de doutorado tem como objetivo analisar um dos vários aspectos presentes no ambiente de ensino gerado pela aplicação da proposta a saber, o papel do software no

desenvolvimento do trabalho pelos alunos. Os próximos passos da pesquisa caminham nesta direção.

Referências Bibliográficas

BALDINO, R. R. Como Integrar Disciplinas sob o Ponto de Vista Epistemológico. In: *Encontro Setorial dos Cursos de Graduação da Unesp*, 1, 1995, Águas de Lindóia. Anais... Águas de Lindóia, 1995. p.30-47.

BASÁÑEZ, M.-G.; RODRÍGUEZ, D. J. Dinámica de transmisión y modelos matemáticos en enfermedades transmitidas por vectores. *Entomotropica*, 19(3), 113-134, 2004.

BIEMGENGUT, M. S.; HEIN, N. Uma Proposta para o Ensino de Cálculo. *Temas & Debates*, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano VIII, n. 6, 44-59, 1995.

BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. *Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*. New York: Springer. 2005. 226p.

CATAPANI, E. C. Cálculo em Serviço: um estudo exploratório. *BOLEMA*, 14(16), 48-62, 2001.

FRANCHI, R. H. De O. L. Cursos de Cálculo: uma proposta alternativa. *Temas & Debates*, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano VIII, n. 6, 39-43, 1995.

HOWSON, A. G.; KAHANE, J.-P.; LAUGINIE, P.; de TURCKEIM, E. On the Teaching of Mathematics as a Service Subject. In: HOWSON, A. G.; KAHANE, J.-P.; LAUGINIE, P.; de TURCKEIM, E. (Eds.) *Mathematics as a Service Subject*, ICMI study series, Cambridge: Cambridge University Press, 1-19, 1988.

SEIGEL, M. J. Teaching Mathematics as a Service Subject. In: HOWSON, A. G.; KAHANE, J.-P.; LAUGINIE, P.; de TURCKEIM, E. (Eds.) *Mathematics as a Service Subject*, ICMI study series, Cambridge: Cambridge University Press, 75-89, 1988

SIMONS, F. Teaching First-Year Students. In: HOWSON, A. G.; KAHANE, J.-P.; LAUGINIE, P.; de TURCKEIM, E. (Eds.) *Mathematics as a Service Subject*, ICMI study series, Cambridge: Cambridge University Press, 35-44, 1988

SOFRONAS, K. S.; DE FRANCO, T. C.; VINSONHALER, C.; GORGIEVSKI, N; SCHROEDER, L.; HAMELIN, C. What does it mean for a student to understand the first-year calculus? Perspectives of 24 experts. *Journal of Mathematical Behavior*, 30, 131-148, 2011.