

Um Estudo sobre Situações que Podem Contribuir para a Superação de Dificuldades de Aprendizagem em Álgebra Elementar: o caso da tecnologia

Franciele Rodrigues de Moraes¹

Profa. Dra. Marilena Bittar²

Resumo

Apresentamos elementos de uma pesquisa em desenvolvimento, cujo objetivo geral é Investigar dificuldades de aprendizagem em álgebra e sua superação por alunos do 1º ano do Ensino Médio com o auxílio do *software Aplusix* e de um ambiente virtual de aprendizagem. Para este estudo usaremos a Teoria dos Campos Conceituais que nos ajudará a compreender dificuldades de apreensão de um conceito. A partir de estudos sobre dificuldades de aprendizagem, erros e concepções algébricas, elaboraremos atividades procurando identificar alguns teoremas em ação falsos utilizados pelos alunos na resolução dessas atividades. Além disso, serão propostas atividades visando a desestabilização desses teoremas, buscando a superação da dificuldade manifestada pelos alunos. Os exercícios serão resolvidos usando o *Aplusix*, o que permitirá validação constante das atividades e facilitará, juntamente com o ambiente virtual de aprendizagem, nosso acompanhamento individual dos erros dos alunos.

Palavras-chave: dificuldades de aprendizagem, álgebra, teoremas em ação, *Aplusix*, ambiente virtual de aprendizagem.

Justificativa

Historicamente a álgebra surgiu para resolver problemas com quantidades desconhecidas e permitir a resolução, de maneira generalizada, de problemas clássicos como a quadratura do círculo, impossível de ser resolvida utilizando a álgebra geométrica de Euclides. (TELES, 2004). Hoje a álgebra é considerada uma importante área de estudos da matemática. De acordo com Usiskin (1995), a álgebra se tornou uma área-chave de estudos da matemática pelos diferentes trunfos que ela oferece e pela matematização crescente da sociedade. Para Usiskin (1995, p. 21).

Já não cabe classificar a álgebra apenas como aritmética generalizada, pois ela é muito mais que isso. A álgebra continua sendo um veículo para a resolução de problemas, mas também é mais do que isso. Ela fornece meios para se

¹ Aluna do Programa de Mestrado em Educação Matemática e Bolsista da CAPES – UFMS. E-mail: rodrigues_franciele@hotmail.com.

² Professora do Programa de Mestrado em Educação Matemática – UFMS e orientadora desta pesquisa. E-mail: marilenabittar@gmail.com.

desenvolverem e se analisarem relações. E é a chave para a caracterização e a compreensão das estruturas matemáticas.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN, 1998), a álgebra tem sido um dos conteúdos da matemática que os professores têm dado ênfase no ensino. Entretanto, os alunos não têm alcançado sucesso na aprendizagem dos conceitos algébricos, como podemos observar nos resultados obtidos do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), “os itens referentes à álgebra raramente atingem um índice de 40% de acerto em muitas regiões do país.” (BRASIL, 1998, p. 115-116). Isso mostra que o baixo rendimento dos alunos não está centralizado em apenas algumas partes do Brasil, mas é um problema que atinge boa parte dos estudantes.

Várias pesquisas (BOOTH, 1995; TELES, 2004; NOGUEIRA, 2008) apontam dificuldades em aprendizagem em álgebra indicando possíveis caminhos a serem percorridos para uma aprendizagem significativa desses alunos em dificuldades. Estamos nos referindo às dificuldades cognitivas relativas à apreensão do objeto matemático que impedem, por exemplo, que um aluno do 1º ano do Ensino Médio resolva uma determinada tarefa, em álgebra, que, nessa série, seria esperado que ele a resolvesse.

Nosso foco principal é identificar e analisar algumas dificuldades de aprendizagem em álgebra elementar vivenciadas por alunos do 1º ano do Ensino Médio e realizar um estudo sobre situações que podem contribuir para a superação dessas dificuldades.

De acordo com Booth (1995, p. 23) “Uma das maneiras de tentar descobrir o que torna a álgebra difícil é identificar os tipos de erros que os alunos comumente cometem nessa matéria e investigar as razões desses erros.” Para entender algumas das dificuldades de aprendizagem, optamos por usar a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990) por ser uma teoria cognitivista que ajuda a compreender as dificuldades de apreensão de um conceito. Utilizaremos, principalmente, o conceito de invariantes operatórios³ tanto para nos ajudar a compreender e modelar as dificuldades dos alunos quanto para indicar caminhos (situações) na superação dessas dificuldades.

Para as situações que podem contribuir para a superação das dificuldades de aprendizagem, utilizaremos a teoria construtivista da aprendizagem, que tem como base a problematização matemática e a hipótese de que o aluno aprende adaptando-se a “um meio que é produtor de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios, um pouco como o faz a sociedade humana. Esse saber, fruto da adaptação do aluno, se manifesta por meio de

³ Explicados no tópico que trata especificamente do referencial teórico.

respostas novas que são a prova da aprendizagem” (BROUSSEAU *apud* BITTAR; CHAACHOUA, 2004, p. 02). A construção do conhecimento acontece na dialética do aluno com o meio e consideramos que a tecnologia pode contribuir com a constituição de um meio favorável à superação de dificuldades de aprendizagem em álgebra.

De acordo com Laborde e Capponi (*apud* BITTAR, 2004, p. 02), os ambientes informatizados podem fornecer ferramentas para constituir um *meio* que favoreça a aprendizagem dos alunos. Pesquisas como a de Bittar (2004), mostram que o *software Aplusix* tem características para construir um *meio* para a aprendizagem dos conceitos de álgebra. Nesse sentido, Bittar e Chaachoua (2004) e Bittar (2010) mostram vários pontos positivos na utilização do *software Aplusix* na autonomia dos alunos, contribuindo para a aprendizagem dos mesmos. Esse *software* permite que cada aluno siga seu ritmo de aprendizagem; suas retroações permitem que o aluno reveja sua produção e analise seus erros, corrigindo-os, tornando-se, assim, mais autônomo em sua aprendizagem e consciente dos seus erros. O uso do *Aplusix* como instrumento de auxílio na superação das dificuldades em álgebra permite ao aluno caminhar com poucas intervenções do professor; o professor ganha um papel de mediador do conhecimento e não detentor único do saber.

Como nossa pesquisa é com alunos em dificuldade de aprendizagem, acreditamos ser necessário um acompanhamento constante, de maneira que eles possam entrar em contato conosco sempre que sentirem necessidade. A criação de um ambiente virtual de aprendizagem pode permitir oferecer esse suporte interativo aos alunos. A comunicação por meio da tecnologia possibilitará o acompanhamento individual de cada um, respeitando suas individualidades. Nossa intenção é analisar as contribuições do uso deste ambiente virtual, para a superação das dificuldades de aprendizagem em álgebra elementar.

Questão de Pesquisa e Objetivos

Tendo como foco discutir o uso das tecnologias para a superação de dificuldades de aprendizagem em álgebra elementar, definimos a seguinte questão de pesquisa: Que tipo de ação pode favorecer a superação de dificuldades de aprendizagem em álgebra elementar por alunos do 1º ano do ensino médio? A fim de responder essa questão definimos como objetivo principal: **Investigar dificuldades de aprendizagem em álgebra e sua superação por alunos do 1º ano do Ensino Médio com o auxílio do *software Aplusix* e de um ambiente virtual de aprendizagem.**

Para atingir o objetivo geral, definimos os seguintes objetivos específicos:

- Estudar dificuldades de aprendizagem em álgebra elementar de alunos do 1º ano do Ensino Médio.
- Investigar contribuições do *software Aplusix* para a superação de dificuldades de aprendizagem.
- Investigar contribuições do uso de um ambiente virtual de aprendizagem como instrumento de apoio para a superação de dificuldades de aprendizagem dos alunos.

A identificação e análise de algumas dificuldades de aprendizagem em álgebra é fundamental para dar suporte à elaboração de questões a serem propostas no *Aplusix* e que ajudem os alunos a superar suas dificuldades. Além disso, para avaliarmos o trabalho realizado com os alunos será necessário conhecer suas dificuldades e estudar como elas evoluem ao longo do trabalho. E como queremos estudar as dificuldades de aprendizagem dos alunos com o auxílio de dois ambientes informatizados, precisamos investigar as contribuições de cada um deles para esse processo, considerando suas especificidades. Para analisar a contribuição do uso articulado dos dois ambientes, precisamos compreender como um ambiente virtual que permite a troca entre o grupo de alunos e nós, pesquisadores, pode contribuir com a superação de dificuldades de aprendizagem dos alunos em álgebra. Analisaremos as interações realizadas nesse ambiente, que tipo de dúvidas postas pelos alunos, a frequência de acesso ao ambiente e outras questões desse tipo.

Referencial Teórico

Para responder nossa questão e alcançar nosso objetivo de estudo escolhemos a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990) que é:

[...] é uma teoria cognitivista que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente daquelas relevando das ciências e das técnicas. Por fornecer uma estrutura à aprendizagem ela envolve a didática, embora não seja, em si uma teoria didática. Sua principal finalidade é propor uma estrutura que permita compreender as filiações e rupturas entre conhecimento, em crianças e adolescentes, entendendo-se por “conhecimento”, tanto as habilidades quanto as informações expressas. (VERGNAUD *apud* BURIGATO, 2007, p. 19).

A Teoria dos Campos Conceituais possibilita estudar o comportamento cognitivo dos alunos em situação de aprendizagem, analisando a formação e funcionamento dos conhecimentos. De acordo com Vergnaud (*apud* MOREIRA, 2002, p. 16), o conhecimento está organizado em campos conceituais, que é,

[...] um conjunto informal e heterogêneo de problemas, situações, conceitos, relações, estruturas, conteúdos e operações de pensamento, conectados uns aos outros e, provavelmente, entrelaçados durante o processo de aquisição.

O conhecimento se constitui e desenvolve ao longo do tempo de forma gradativa. O domínio de um campo conceitual, que para Vergnaud (2009, p. 29) é, “ao mesmo tempo, um conjunto de situações e um conjunto de conceitos, demanda tempo e novos problemas que exijam uma variedade de conceitos”. Quando o aluno na resolução de um problema utiliza conhecimentos já adquiridos e incorpora novos elementos, desenvolve competências cada vez mais complexas. As dificuldades conceituais são superadas de acordo com a necessidade de cada problema e de forma gradual.

Vergnaud, discípulo de Piaget, ao desenvolver a Teoria dos Campos Conceituais, amplia e redireciona as estruturas gerais do pensamento que, para Piaget, eram independentes do conteúdo do conhecimento. Ele retoma os princípios de Piaget, porém considerando como referência o conteúdo do conhecimento. Segundo Vergnaud (*apud* MOREIRA, p. 10, 2002) a essência do desenvolvimento cognitivo é a conceitualização e, portanto, “deve-se dar toda atenção aos aspectos conceituais dos esquemas e à análise conceitual das situações para as quais os estudantes desenvolvem seus esquemas, na escola ou fora dela”. Como nosso objetivo principal é investigar as dificuldades de aprendizagem em álgebra elementar, iremos analisar algumas dificuldades conceituais que envolvem o estudo da álgebra.

Vergnaud (2009) considera que um conceito é formado por três conjuntos, $C = (S, I, L)$:

S: conjunto das situações que dão sentido ao conceito (a referência);

I: conjunto dos invariantes operatórios, conceitos-em-ação e teoremas-em-ação que intervêm nos esquemas de tratamento das situações (o significado);

L: conjunto das representações linguísticas e simbólicas que permitem a representação do conceito e de suas propriedades, das situações às quais ele se aplica e dos procedimentos de resolução destas situações. (o significante).

Para estudar o desenvolvimento e a utilização de um conceito é necessário considerar os três conjuntos, mas além da definição de conceito, Vergnaud (*apud* BITTAR, 2002, p. 01) afirma ainda que: “um conceito não pode ser reduzido a sua definição se estamos interessados na sua aprendizagem e no seu ensino. É através de situações e de problemas que um conceito adquire sentido para o aluno”. O conceito de situação aqui tem o sentido de tarefa, toda situação pode ser analisada como uma combinação de tarefas, onde é importante analisar e conhecer as peculiaridades de cada uma. Vergnaud (*apud* FRANCHI, 2008, p. 193) também recorre ao sentido que é atribuído pelo psicólogo ao termo situação: “os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com as quais são confrontadas”. Segundo Vergnaud, não é por meio de uma situação problema ou de poucas situações que o conceito vai se tornar significativo para o aluno, por isso a importância de analisar os aspectos conceituais contidos nos esquemas utilizados pelos alunos ao lidarem com as situações e de se estudar o conjunto de situações que melhor permitem a construção desses esquemas. São os esquemas que:

[...] organizam o comportamento do sujeito para uma classe de situações dada, mas também organizam, ao mesmo tempo, sua ação e a atividade de representação simbólica, sobretudo lingüística, que acompanha essa ação. (VERGNAUD *apud* BURIGATO, 2007, p. 19).

De acordo com Vergnaud (2009), o esquema é a organização invariante da atividade para uma determinada classe de situações dada, onde o que é invariante são as organizações das ações, não as classes de situações e nem mesmo as ações. Um esquema é formado necessariamente por quatro componentes:

- Invariantes operatórios: conceitos em ação e teoremas em ação. Os invariantes são os conhecimentos contidos nos esquemas.
- Antecipações do objetivo a alcançar, ou seja, o que ajuda o sujeito a definir onde quer chegar, qual é seu objetivo.
- Regras em ação, tomada de informações e controle.
- Possibilidades de inferências em situações.

Entre esses quatro componentes iremos nos aprofundar nos invariantes operatórios, pois de acordo com Vergnaud (*apud* MOREIRA, p. 13, 2002).

[...] são os invariantes operatórios que fazem a articulação essencial entre teoria e prática, pois a percepção, a busca e a seleção de informação baseiam-se

inteiramente no sistema de conceitos-em-ação disponíveis para o sujeito (objetos, atributos, relações, condições, circunstâncias...) e nos teoremas-em-ação subjacentes à sua conduta.

Os conceitos-em-ação e os teoremas-em-ação recebem essa denominação inspirados da matemática, entretanto, um teorema-em-ação é uma proposição tida como verdadeira na ação em situação, ou seja, ela é verdadeira para o sujeito que a elabora, mas não é, necessariamente, verdadeira. Já o conceito-em-ação é um conceito considerado pertinente na ação em situação, não se discute seu valor de verdade. Existe uma relação dialética entre conceitos-em-ação e teoremas-em-ação, pois os conceitos constituem os teoremas e teoremas são propriedades que dão aos conceitos seus conteúdos. Mas não se deve confundi-los, pois conceitos não são teoremas, conceitos podem ser relevantes ou irrelevantes, enquanto que os teoremas podem ser vistos como proposições verdadeiras ou falsas.

Os conhecimentos-em-ação (conceitos-em-ação e teoremas-em-ação), raramente são explicitados pelos alunos. Eles são construídos pelos alunos na tentativa de resolver uma situação. O estudo desses conhecimentos pode nos permitir identificar e compreender as dificuldades de aprendizagem de um campo conceitual.

Alguns estudos das dificuldades de aprendizagem dos alunos, usando a Teoria dos Campos Conceituais, têm sido realizados. Bittar (2009), Bittar *et al* (2004) e Burigato (2007) mostram como a modelagem e o estudo de alguns invariantes operatórios construídos pelos alunos permite identificar e compreender algumas dificuldades de aprendizagem.

Para ajudar a entender como a Teoria dos Campos Conceituais pode ser utilizada no estudo de dificuldades de aprendizagem, apresentaremos a síntese da pesquisa de Burigato (2007).

O objetivo geral dessa pesquisa foi estudar dificuldades dos alunos na fatoração de expressões algébricas, em uma turma de 8ª série (atual 9ª ano). Para fazer este estudo, a pesquisadora:

- Identificou teoremas em ação utilizados pelos alunos e,
- Investigou a estabilidade dos teoremas em ação construídos pelos alunos.

Primeiramente foi realizada uma análise de livros didáticos e de pesquisas que tratam de concepções, erros e dificuldades no ensino e aprendizagem do conceito de fatoração, para saber como o conceito de fatoração está presente no ensino atual.

Após esta análise foi elaborado um teste diagnóstico composto de 12 questões de fatoração semelhantes às atividades dos livros didáticos. O teste foi realizado com o *software Aplusix* e aplicado com 54 alunos de duas turmas da 8ª série (atual 9º ano). Com isso a autora buscou verificar se os alunos apresentaram alguma dificuldade em fatorar as expressões algébricas e fez um estudo de teoremas falsos usados por eles na resolução do teste, que teve também como objetivo auxiliar a construção de uma sequência didática.

A sequência didática foi composta por dois grupos de atividades e um teste contendo 13 exercícios. Foram trabalhadas o fator comum em evidência e produtos notáveis. A partir da análise das atividades propostas a pesquisadora elencou os possíveis teoremas em ação que os alunos utilizariam em sua resolução que foram confrontados com os resultados obtidos. Essa sequência foi aplicada em uma turma de 25 alunos da 8ª série do Ensino Fundamental. Devido a problemas com a quantidade de máquinas disponíveis no laboratório de informática, a sala foi dividida em dois grupos, sendo que um deles resolveu as atividades com papel e lápis e o outro utilizando o *Aplusix*.

As análises das atividades foram divididas em dois momentos: primeiramente foi feita uma tabela, contendo todas as respostas das resoluções dos alunos, a identificação dos teoremas que foram elencados durante a análise preliminar das atividades e outros teoremas não previstos anteriormente. E então, para verificar a frequência e analisar a persistência na utilização de alguns teoremas, foi elaborada outra tabela com todos os teoremas em ação usados pelos alunos e a quantidade de vezes que esse teorema foi usado.

Como nossa análise será similar a realizada por Burigato, descrevemos uma síntese de sua análise de uma atividade: ⁴Fatorar os polinômios, colocando em evidência o fator comum, cujo polinômio é $2x + 2x^2$. Os teoremas em ação falsos que o aluno poderia usar durante na atividade, de acordo com Burigato (2007, p.64), estão descrito na figura 1:

Expressão	Fator comum	Teoremas em ação falsos
(2) $2x+2x^2$	$2x$	$2x(1+2x)$ [T ₁] $2x(1+2x^2)$ [T ₄]

Figura 1. Teoremas em ação falsos possíveis de serem usados pelos alunos

A forma geral desses teoremas é a seguinte:

⁴ Atividade retirada da p. 61

$$\begin{array}{l} \hline x^2 - a^2x \rightarrow x(x-a) \\ \hline x^2 - a^2x \rightarrow x(x+a) \\ \hline ax^2 + ax \rightarrow ax(x+a) \\ \hline \end{array}$$

Teorema em ação falso T_1
(BURIGATO, 2007, p. 54)

$$\begin{array}{l} \hline x^2 + ax \rightarrow x(x+ax) \\ \hline ax^2 + a^2x \rightarrow ax(x+a^2x) \\ \hline x^2 - ax \rightarrow x(x-ax) \\ \hline \end{array}$$

Teorema em ação falso T_4
(BURIGATO, 2007, p. 56)

Agora vamos verificar, na figura 2, como foi a resolução dos alunos deste exercício.

<p>(2)$2x+2x^2$ forma geral: $ax+ax^2$</p>	Não transforma em produto	
	Transforma em produto e não identifica o fator comum	
	TA. Corretos	$ax(1+x)$ $x(a+ax)$
	TA. Falsos	$ax(x+ax)$ [T_4]
		$a(ax+ax^2)$
		$a(x+b)$ [T_1]
		$x(x+1)$
		$ax(x+x^2)$
		$a(x^2-1)$
		$x(a-ax)$ [T_1]
		$ax(ax+ax^2)$
		$ax(1+ax)$ [T_1]
		$x(x+ax^2)$
		$x(x+ax)$
		$x(x+x^2)$
$a(x+a^2x)$ [T_1]		
$x(ax+a^2)$		

Figura 2. Resolução dos alunos das atividades. (BURIGATO, 2007, p. 86).

Como podemos observar, os alunos usaram os teoremas em ação T_1 e T_4 , e outros que não constam na lista dos possíveis teoremas em ação previstos de serem utilizados. De acordo com a autora, o teorema T_1 foi utilizado algumas vezes e por vários alunos no decorrer das atividades, mas a maior parte só o utilizou uma vez, indicando talvez uma simples falta de atenção. Já o teorema T_4 foi utilizado várias vezes por um mesmo aluno, confirmando o que outras pesquisas já haviam observado: um este erro de distribuição da multiplicação com relação à adição é bem comum.

Nas considerações finais, a autora avalia a utilização do *Aplusix* em comparação ao papel e lápis, e afirma que os alunos se mostraram mais motivados a fazerem mais tentativas ao resolver as atividades com o *Aplusix*, em virtude das retroações que o *software* apresenta. Alguns alunos que usaram o *Aplusix*, não conseguiam usar teoremas corretamente nas primeiras atividades, mas com as retroações conseguiram utilizar

teoremas verdadeiros. Contudo alguns teoremas em ação falsos continuaram sendo mobilizados.

Escolhas Metodológicas

Como nosso objetivo principal é estudar dificuldades de aprendizagem em álgebra, queremos trabalhar com alunos que acreditem ter tal dificuldade. Optamos por fazer a identificação inicial desses alunos de dois modos: por meio de um questionário no qual o aluno, respondendo algumas questões, pode identificar se tem ou não dificuldades de aprendizagem e então se candidata, voluntariamente, a participar de nossa pesquisa. Além disso, discutiremos com o professor regente da turma para colher suas impressões sobre o grupo de alunos. Nenhum aluno deverá participar da pesquisa por imposição.

Para conseguir alcançar nosso objetivo vamos identificar alguns teoremas em ação falsos utilizados pelos alunos, pois concordamos com Booth (1995), que para se identificar uma dificuldade conceitual de um aluno, é preciso identificar os tipos de erros que os alunos cometem e investigar o motivo que os levem a cometer tal erro. Para tanto iremos listar alguns teoremas em ação possíveis de serem utilizados pelos alunos. Para elaborar esta lista faremos o estudo de algumas pesquisas que tratam de concepções, erros e dificuldades no ensino e aprendizagem do conceito de álgebra, e assim conseguir saber como os conceitos de álgebra estão sendo tratados no ensino atual, e ainda identificar algumas dificuldades de aprendizagem desse conceito.

A partir desse estudo vamos elaborar alguns exercícios nos quais os alunos possam ou não mobilizar os teoremas em ação falsos previamente listados ou outros. Caso tais teoremas sejam identificados, serão propostas atividades visando desestabilizá-los buscando a superação da dificuldade manifestada com essa mobilização. Na resolução dos exercícios, os alunos utilizarão o *Aplusix*, o que lhes possibilitará validação constante de suas atividades, impedindo-os de continuarem cometendo os mesmos erros, e de resolverem as atividades se continuarem usando os teoremas em ação falsos.

O *Aplusix* nos possibilitará realizar um trabalho individual com os erros de cada aluno, o que dificilmente acontece sem o uso desse tipo de ferramenta. Além do *software*, que será utilizado nos encontros presenciais, será criado um ambiente virtual de aprendizagem para permitir a interação on-line e off-line entre os alunos e nós. Acreditamos que se faz necessário oferecer apoio constante a esses alunos em dificuldades

de aprendizagem, para que possam discutir as dúvidas surgidas e assim progredirem na aprendizagem. O ambiente virtual pode oferecer esse apoio, inclusive pelo fato de o aluno poder acessá-lo quando quiser, independente da hora ou dia sem precisar esperar o próximo encontro. As interações, tanto no ambiente virtual quanto dos alunos com o *Aplusix*, serão salvas, possibilitando análise detalhada das resoluções, dúvidas e erros de cada um, ajudando-nos a alcançar nosso objetivo.

Algumas Considerações

Até o momento da redação desse artigo, concluímos a fase inicial do projeto: definição dos objetivos e dos referenciais teóricos e metodológicos. Além disso, realizamos leituras acerca do nosso tema de estudo a serem complementadas na sequência. No segundo semestre de 2011 iniciaremos a coleta de dados com os alunos que deve durar até o final do segundo semestre de 2012. Com o início dessa fase provavelmente retomaremos nossas escolhas teórico e metodológicas para verificar a coerência de seu uso.

Referências

BITTAR, M. A Escolha do Software Educacional e a Proposta Didática do Professor: estudo de alguns exemplos em matemática. In: BELINE, Willian; COSTA, Nielce Meneguelo Lobo da. (Org.). **Educação Matemática, Tecnologia e Formação de Professores: algumas reflexões**. Campo Mourão - PR: Editora de FECILCAM, 2010, p. 215-243.

BITTAR, M. A teoria dos campos conceituais e o ensino de vetores no ensino secundário francês. In: 25ª Reunião Anual da Anped, 2002, Caxambu. **Anais da 25ª Reunião Anual da Anped. Caxambu** : Anped, 2002.

BITTAR, M. Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais para o estudo das dificuldades dos alunos na passagem da Geometria Afim à Geometria Vetorial. In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1 ed. Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 53–76.

BITTAR, M. Integração de um software para a aprendizagem da álgebra: Aplusix. Recife. 2004. **Anais VIII ENEM**, Recife – UFPE, 2004.

BITTAR, M.; CHAACHOUA, H. Integração de um Software para a Aprendizagem da Álgebra: Aplusix . Recife. 2004. **Anais VIII ENEM**, Recife – UFPE, 2004.

BITTAR, M.; CHAACHOUA, H.; FREITAS, J. L. M. Aplusix: um software para o ensino de álgebra elementar. Recife. 2004. **Anais VIII ENEM**, Recife – UFPE, 2004.

BOOTH, L. R. Dificuldades das Crianças que se Iniciam em Álgebra. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). **As Idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 23-37.

BRASIL. Secretaria de educação fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BURIGATO, S. M. M. S. **Estudos de dificuldades na aprendizagem da fatoração nos ambientes: papel e lápis no software Aplusix**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2007.

FRANCHI, Anna. Considerações sobre a teoria dos campos conceituais. In: MACHADO, Silva Dias Alcântara (Org.). **Educação matemática: uma (nova) introdução**. 3 ed. rev. São Paulo: EDUC, 2008. p. 189-232.

MOREIRA, M. A. A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências** (UFRGS), Porto Alegre, v. 7, n. 1, p. 7–29, janeiro. 2002.

NOGUEIRA, R. C. S.. **A álgebra nos livros didáticos do ensino fundamental: uma análise praxeológica**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2008.

TELES, R. A. M.. A Aritmética e a álgebra na matemática escolar. **Educação Matemática em Revista**, São Paulo: SBEM, ano 11, n. 16, p. 8 -15, maio 2004.

USISKIN, Zalman. Concepções sobre a Álgebra da Escola Média e Utilizações das Variáveis. In: COXFORD, Arthur F.; SHULTE, Albert P. (Org.). **As Idéias da Álgebra**. São Paulo: Atual, 1995. p. 9-22.

VERGNAUD, G. O que é aprender? In: BITTAR, Marilena; MUNIZ, Cristiano Alberto (Org.). **A aprendizagem matemática na perspectiva da teoria dos campos conceituais**. 1 ed. Curitiba: Editora CRV, 2009. p. 13–35.