

## PROPAGAÇÃO DO VÍRUS DA GRIPE: ESTIMATIVA POR MEIO DE CRESCIMENTO POPULACIONAL

Otávio Paulino Lavor <sup>1</sup>  
Fabíola Luana Maia Rocha <sup>2</sup>

### RESUMO

As epidemias de gripe são hoje alvo de incessantes estudos e debates no âmbito global, isso devido a sua influência no meio social e de saúde. Nessa perspectiva, é de grande importância conhecer o grau que a respectiva epidemia alcança, verificando o total de pessoas contagiadas. Mediante a tal cenário, o presente trabalho buscou trazer uma estimativa de pessoas contagiadas com o vírus da gripe, dentro de um período de 6 dias, dentro de um grupo de 1000 pessoas. Tal pesquisa foi baseada em equações diferenciais matemáticas, que proporcionaram a determinação da população contagiada com o vírus. A partir dos resultados obtidos podem ser desenvolvidos inúmeros trabalhos, principalmente de conscientização e de tratamento dos doentes em determinada região.

**Palavras-chave:** Equações diferenciais. Epidemia de gripe, estimativa populacional

### INTRODUÇÃO

A gripe é uma das maiores preocupações da saúde pública portuguesa, afetando o país social e economicamente por estar diretamente associada a uma maior procura de cuidados de saúde (George, 2006). No Brasil as epidemias de gripe são bastante consideráveis, alvo de incessantes estudos e preocupações, tendo em vista as dificuldades impostas na área da saúde. Destaca-se que atualmente o Sistema Nacional de Saúde tem buscado combater as falhas nos serviços de saúde, todavia as necessidades são muitas, demandando muito trabalho para ainda ser feito.

Destaca-se que a gripe pode se apresentar em vários estágios, causando problemas nas mais variadas escalas. A transmissão do vírus da gripe se dá de forma fácil e rápida, quando um infectado espirra inúmeras partículas com vírus da gripe são lançadas naquele ambiente, as quais se espalharão pelo e chegarão a outras pessoas que tiverem contato com o mesmo ambiente.

---

<sup>1</sup> Professor Adjunto da Universidade Federal Rural do Semi-Árido - Ufersa, [otavio.lavor@ufersa.edu.br](mailto:otavio.lavor@ufersa.edu.br)

<sup>2</sup> Professora da Universidade Federal Rural do Semi-Árido – Ufersa e Mestranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino – PPGE, [fabiola.rocha@ufersa.edu.br](mailto:fabiola.rocha@ufersa.edu.br).

No que se refere as inovações surgidas no respectivo âmbito, destacam-se vários desenvolvimentos, principalmente no que se refere a utilização de estudos acadêmicos e implementações tecnológicas para auxiliar na melhoria das condições de saúde. Nesse aspecto uma das necessidades que pode ser evidenciada é a estimativa de pessoas contagiadas em determinado local, tendo em vista que com o respectivo conhecimento será mais fácil organizar as formas de tratamento da gripe;

Conhecer o processo de propagação de uma doença em uma população com finalidade de controle é uma tarefa complicada, pois os processos de epidemias não seguem um modelo linear. Além disso, destaca-se que quando esse número é calculado de forma incorreta, a epidemia pode levar a gastos excessivos em saúde pública para o controle da mesma.

Quando um surto ocorre, uma das primeiras coisas que deve ser levado em consideração é o que se sabe sobre esta doença. Como pode ser transmitida? Quais seus sintomas? Qual período de incubação? Com essas informações em mãos, cabe aos epidemiologistas caracterizar os casos em termos de características pessoais, que Segundo o Manual princípio de epidemiologia da Organização Pan-Americana da Saúde/OMS “a epidemiologia estuda a frequência, a distribuição e os determinantes dos eventos de saúde nas populações humanas” este manual ainda se refere ao uso de variáveis clássicas da epidemiologia que são: tempo, lugar e pessoa. Ou seja, quando? Onde? e quem? Através dessas perguntas pode-se criar um modelo para apontar características e modos como as doenças age em função do tempo, espaço e população.

Destaca-se que as informações sobre os casos geralmente são armazenadas em uma lista com: idade, sexo e endereço, pois estas são características mais relacionadas a exposição e ao risco da doença. Também é feita uma entrevista para levantar hipóteses de meios pelos quais a doença geralmente é transmitida, levando em consideração outras características pessoais, como viagens, ocupação, uso de medicamentos, tabaco e drogas, ou o que elas têm em comum. Estas hipóteses geradas através de entrevistas podem gerar rapidamente possíveis pistas sobre a fonte da doença.

Quanto ao lugar, a análise de um surto por local pode fornecer informações sobre a extensão geográfica do problema, assim como também mostrar padrões que fornecem pistas sobre a origem do problema. Uma técnica simples para observar estes padrões é traçar um mapa de pontos na área onde as pessoas afetadas vivem, trabalham ou podem ter sido expostas. Um mapa desse tipo pode gerar um aglomerado de pontos ou padrões que podem explicar contaminação através da água, do vento ou até mesmo um local.

No que se refere ao tempo, os epidemiologistas registram a data do início da doença em cada uma das vítimas, em seguida em novas vítimas, gerando assim o que é chamado de curva epidêmica, que juntamente com as outras pistas ajudam a criar as hipóteses sobre a origem da epidemia.

Mediante a tais argumentos o presente trabalho traz a tona a preocupação com a perspectiva da saúde e propõe a análise quantitativa de casos de gripe, subsidiada pelas equações diferenciais, determinando o possível número de infectados de determinada região.

## **METODOLOGIA**

O presente trabalho se apresenta como uma pesquisa exploratória, analisando especificamente os assuntos de saúde/gripe e equações diferenciais, evidenciando-os com ênfase no âmbito acadêmico e ambiental, tendo em vista que são dois campos altamente influenciados pelos fatores citados.

No que se refere aos procedimentos seguidos para efetivar a pesquisa, abordou-se inicialmente uma pesquisa bibliográfica, com intuito de conhecer os principais conceitos acerca das epidemias de gripe, assim como sobre as teorias a serem seguidas nas equações diferenciais. Segundo Marconi e Lakatos (2003) esse tipo de pesquisa abrange toda bibliografia publicada em relação ao tema de estudo, desde publicações, boletins, jornais, revistas, livros, monografias, teses, filmes, televisão, entre outros.

No tocante ao desenvolvimento das equações diferenciais, destaca-se o seu uso para estimar a quantidade de pessoas infectadas, após um período de 6 dias após uma pessoa estar infectada, diretamente em contato com 1000 pessoas.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Para entender um processo infecto contagioso é extremamente importante entender como se comporta a dinâmica populacional dos sistemas imunológicos em ação contra o antígeno que está em combate. Em torno de 1840, o matemático-biólogo P.F. Verhulst, observando as fórmulas matemáticas capazes de prever a população humana, estudou a seguinte fórmula da equação logística:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) \quad (1)$$

onde  $a$  e  $b$  são constantes e  $a.b > 0$ .

Este é um exemplo de uma EDO não linear separável. As soluções constantes são  $P = 0$  e  $P = L$ . As soluções não constantes podem ser obtidas pela separação das variáveis, seguido do uso de integração com o uso da técnica das frações parciais. Com algumas manipulações algébricas.

Sabendo que a equação de uma população foi desenhada no problema de crescimento e decréscimo como a equação:

$$\frac{d(P)}{d(t)} = kp, k > 0 \quad (2)$$

onde  $P(t)$  se comporta com um crescimento exponencial não limitado, no entanto, essa equação difere substancialmente do previsto. Assim, para resolver o problema a seguir que está integrado com transmissão do vírus da gripe a uma população de alunos, utiliza-se a equação logística.

Para solucionar essa equação logística usa-se o método de separação de variável. Ou seja:

$$\frac{dP}{dt} = P(a - bP) \quad (3)$$

Por separação de variáveis, continuamos com a seguir:

$$\frac{dP}{P(a - bP)} = dt \quad (4)$$

Integrando a equação:

$$\int \frac{dP}{P(a - bP)} = \int dt \quad (5)$$

Usando o método das frações parciais, temos:

$$\frac{1}{P(a - bP)} = \frac{C}{a - bP} + \frac{D}{P} \quad (6)$$

Donde obtemos

$$\frac{1}{P(a - bP)} = \frac{CP + D(a - bP)}{P(a - bP)} \quad (7)$$

Com isso conseguimos saber o valor de cada constante  $C$  e  $D$ :

$$aC = 1 \quad (8)$$

$$C = \frac{1}{a} \quad (9)$$

$$-bC + D = 0 \quad (10)$$

$$D = bC \quad (11)$$

Substituindo (9) em (11), temos:

$$D = \frac{b}{a} \quad (12)$$

Agora, podemos escrever:

$$\int \left( \frac{D}{a - bP} + \frac{C}{P} \right) dP = \int dt \quad (13)$$

$$\int \left( \frac{\frac{b}{a}}{a - bP} + \frac{\frac{1}{a}}{P} \right) dP = \int dt \quad (14)$$

Integrando, obtemos:

$$\frac{1}{a} \ln|P| + \frac{b}{a} \left( \frac{-1}{b} \right) \ln|a - bP| = t + c \quad (15)$$

Tomando  $K = e^c$  e arrumando os termos, obtemos:

$$P = (a - bP)ke^{at} = ake^{at} - bPke^{at} \Rightarrow (1 + bPke^{at}) \cdot P = ake^{at} \quad (16)$$

$$P = \frac{ak}{(e - at + bk)} \quad (17)$$

Se o problema for de condição inicial  $P(0) = P_0$ ; tal que  $P_0 \neq a/b$ . Logo, obtêm-se:

$$P_0 = \frac{ak}{(1 + bk)} \quad (18)$$

$$P_0(1 + bk) = ak \quad (19)$$

$$P_0 + P_0bk = ak \quad (20)$$

Assim temos:

$$P_0 = (a - P_0b)k \quad (21)$$

Logo:

$$k = \frac{P_0}{(a - P_0b)} \quad (22)$$

Substituindo o k encontrado na equação inicial, temos:

$$P = \frac{a \frac{P_0}{(a - P_0 b)}}{\left( e - at + b \frac{P_0}{(a - P_0 b)} \right)} \quad (23)$$

Quando  $t \rightarrow \infty$ , então  $P(t) \rightarrow L$ , se  $P_0$  não for zero. Este modelo é bem mais realista que outros métodos, mas ainda é insatisfatório, pois não permite a possibilidade de extinção: mesmo começando com uma população pequena, a população sempre tenderá para  $L$ , a capacidade do ambiente. Ainda assim, o modelo é bastante apropriado para a análise de crescimento populacional de cidades e de populações de lactobacilos, entre outras situações.

No que segue, vamos quantificar hipoteticamente os valores para aplicação da fórmula. Supondo que há um estudante de uma faculdade infectado com um vírus da gripe, e que nesse campus encontram-se 1000 estudantes matriculados e presentes cotidianamente. Presumindo que a taxa na qual o vírus se espalha é proporcional não somente à quantidade  $X$  de alunos infectados, mas também à quantidade de alunos não infectados, determine o número de alunos infectados após 6 dias, se ainda é observado que depois de 4 dias  $x(4)=50$ .

DADOS:

$P$  :quantidade de alunos;

$x(t)$ : a quantidade de alunos em um instante  $t$ ;

$x(0) = 1$ ;  $x = 1000$  alunos;

$x(6)$ : quantidade de alunos infectados em 6 dias;

$x(4) = 50$  alunos infectados.

Usando a equação da logística, vamos supor que ninguém se ausentou no campus da universidade, desse modo podemos desenvolver a equação da seguinte forma:

$$\frac{dx}{dt} = kx(1000 - x) \Rightarrow \frac{dx}{dt} = x(1000k - kx) \quad (29)$$

Temos que  $a = 1000k$  e  $b = k$ , logo, no momento que  $X(0)=1$ , a equação será:

$$x(t) = \frac{1000k \cdot 1}{k \cdot 1 + (1000k - k \cdot 1) \cdot e^{-1000kt}} = \frac{1000k}{k + (1000k - k) \cdot e^{-1000kt}} \quad (24)$$

$$x(t) = \left[ \frac{1000k}{k(1 + 999e^{-1000kt})} \right] \quad (25)$$

Assim, a função que representa a população infectada é:

$$x(t) = \frac{1000}{1 + 999e^{-1000kt}} \quad (26)$$

Se em 4 dias, 50 alunos foram infectados, substituindo na equação, temos que a constante é:

$$50 = \frac{1000}{1 + 999e^{-1000k4}} \Rightarrow 1000 = 50(1 + 999e^{-4000k}) \quad (27)$$

$$20 = 1 + 999e^{-4000k} \Rightarrow 999e^{-4000k} = 19 \Rightarrow e^{-4000k} = \frac{19}{999} \quad (28)$$

Agora aplicando o logaritmo:

$$-4000k = \ln \frac{19}{999} \Rightarrow k = 0,0009906 \quad (29)$$

Substituindo k, na equação (26):

$$x(t) = \frac{1000}{1 + 999e^{-0,9906t}} \quad (30)$$

Dessa forma, após 6 dias temos o seguinte resultado:

$$x(6) = \frac{1000}{1 + 999e^{-0,9906 \cdot 6}} = 276 \quad (31)$$

evidenciando que após 6 dias, 276 alunos estavam infectados com o vírus da gripe.

Tais resultados são de grande importância, tendo em vista a possibilidade de prever uma quantidade de pessoas que estarão infectadas com o respectivo vírus, possibilitando medidas de controle efetivas para serem implantadas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através do estudo do crescimento demográfico explicado pela fórmula logística de Verhulst, pode-se ter uma estimativa quantitativa da propagação de um vírus infeccioso, de modo que, entender como se dá o processo infecto contagioso é extremamente importante para a compreensão da dinâmica populacional dos sistemas imunológicos.

Além disso, destaca-se que a estimativa do total de pessoas contagiadas com o vírus da gripe é essencial para ser aplicada em bairros ou cidades, tendo em vista que a partir do número estimado serão tomadas medidas de conscientização e gestão de saúde, propiciando melhores condições de vida para a sociedade.

## REFERÊNCIAS

BEZERRA, ADM et al. **Equações diferenciais ao modelo de malthus na dinâmica de crescimento da população de bataguassu** - ms. Nome da revista, Cidade, v.00, n.11, p.111222, jan. 2012

BRASIL. ORGANIZAÇÃO PAN-AMERICANA DA SAÚDE. . **Módulo de Princípios de Epidemiologia para o Controle de Enfermidades (MOPECE)**: Módulo 2: Saúde e doença na população. Brasília: All Type Assessoria Editorial Ltda, 2010.

CMAC NORDESTE 2012. **Equações relacionadas à dinâmica populacional** . Disponível em: < <http://www.sbmac.org.br/cmacc/cmacc-ne/2012/trabalhos/pdf/294.pdf> >. Acesso em: 07 set. 2018

ECOLOGIA. **Edo's em população**. Disponível em: . Acesso em: 09 set. 2018 UNIFAFIBE. Aplicação na modelagem do crescimento populacional brasileiro. Disponível em: < <http://www.unifafibe.com.br/revistasonline/arquivos/revistafafibeonline/sumario/9/19042010084307.pdf> >. Acesso em: 09 set. 2018

George, F. **Introdução ao estudo da gripe**. DGS. 2006. Disponível em: <http://www.dgs.pt/documentos-e-publicacoes/introducao-ao-estudo-da-gripe.aspx>. Acesso em: 01/11/2019

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.