



ESTIMATIVA DO EXPOENTE DE HURST EM DADOS SÍSMICOS UTILIZANDO ANÁLISE FRACTAL

Alane Farias dos Santos¹; Francisco Edcarlos Alves Leite¹

¹ Universidade Federal Rural do Semi-Árido – Campus de Angicos – Departamento de Ciências Exatas, Tecnológicas e Humanas – DCETH – alaneurias9@gmail.com, edcarlos@ufersa.edu.br.

RESUMO

Diversos fenômenos na natureza apresentam características geométricas com certas singularidades especiais com auto-afinidade em diferentes níveis de escalas. A geometria fractal tem sido bastante usada para caracterizar estes fenômenos. A Geometria Fractal foi utilizada neste trabalho, juntamente com a Transformada Wavelet para analisar e identificar características e reconhecimento de padrões em imagens sísmicas, nas quais uma estrutura ruidosa, denominada de “ground roll” está sempre presente. Este ruído é indesejável e, portanto, sua remoção é necessária. A remoção do “ground roll” foi realizada pelo método da Decomposição em Multiescala com base da Transformada Wavelets. Com a Decomposição em Multiescala foi obtido vários padrões sísmicos, isto é, um padrão sísmico para cada escala da wavelet utilizada na decomposição. Neste contexto, este trabalho objetiva apresentar a constatação e caracterização de um padrão de correlação (semelhanças) nas imagens sísmicas (sismograma) obtidas a partir das prospecções sísmicas. A análise do padrão de correlação foi realizada através da relação da Dimensão Fractal (D) com o Expoente de Hurst (H). O método “Box-counting” foi utilizado para calcular o expoente de Hurst e, assim, encontrar a dimensão fractal dos padrões de imagens sísmicas. Os resultados obtidos com o desenvolvimento deste trabalho mostraram que a Análise Wavelet é eficiente na decomposição por escalas. Analisando os expoentes de Hurst para cada padrão de imagem sísmica percebemos que existe uma correção para cada tipo de padrão sísmico: a imagem original, a imagem sem ruído e imagem contendo somente o ruído.

Palavras-chave: transformada wavelet, sísmica, “ground roll”, dimensão fractal, Hurst.

1. INTRODUÇÃO

A Sísmica de Reflexão é uma técnica de exploração sísmica, sendo que a indústria do petróleo a emprega em larga escala devido ao seu poder de resolução e ao seu custo relativamente baixo. É a principal técnica de construção de imagens do subsolo terrestre. Nesta técnica, ondas mecânicas são geradas artificialmente na superfície terrestre por explosões controladas. Essas ondas propagam-se em direção ao interior do subsolo experimentando fenômenos físicos, tais como: o espalhamento, a refração, a difração, a reflexão, particionamento na energia e outros. As

ondas que sofrem o fenômeno da reflexão devido as diferentes interfaces geológicas (heterogeneidade do meio) e que conseguem retornar a superfície, essas são captadas por um arranjo ordenado de sensores especiais, denominados geofones. Os geofones são distribuídos em superfície de forma geométrica regular escolhida previamente. As ondas que conseguem retornar à superfície “conduzem” informações sobre as heterogeneidades do meio geológico do interior da Terra. Uma vez captadas pelo arranjo de geofones é possível construir graficamente uma imagem sísmica (registro sísmico ou ainda sismograma),



que é uma imagem 2D da formação geológica e geofísica do subsolo [Yilmaz, 2003]. A partir dessa imagem sísmica é possível detectar, prever e aferir algumas características das heterogeneidades do meio geológico.

A Figura 1(a) mostra a representação gráfica 2D para um sismograma original. Cada geofone (na horizontal) representa um traço sísmico e na vertical tem-se a quantidade de vezes que cada geofone registra as “chegadas” das ondas. As reflexões sísmicas, que contém as informações de interesse [Yilmaz, 2003], aparecem na forma de hipérbolas. Porém, estas são “contaminadas” por sinal ruidoso denominado de “ground roll” e que aparece na imagem na forma de um cone e com decaimento forte durante todo o tempo. Isto mascara as informações sobre as componentes refletidas geológicas.

Devido ao “ground roll” e ao alto grau de desordem do meio os reservatórios de petróleo são estruturas geológicas que constituem sistemas de alta complexidade, com heterogeneidades em todas as escalas e grandes flutuações em suas características. Portanto, o processamento e análise dos registros sísmicos, antes da perfuração de um poço, para detectar e prever sua localização e quantificação de hidrocarbonetos e algumas características são tarefas muito importantes. Diante disso, nos últimos anos, novas metodologias com novos métodos numéricos, modelagem para processamento e análise de sinais e imagens sísmicas, baseados em conceitos da Física Estatística e da Matemática evidenciaram um poder de análise utilizando a Transformada Wavelet [Deighan, 1997].

A Transformada Wavelet é uma ferramenta matemática muito utilizada para se obter uma decomposição de um

sinal (e imagem) em diferentes resoluções e, assim, visualizar o seu comportamento em várias escalas. Por essa razão, as wavelets são mais adequadas para se estudar sinais e imagens geofísicas [Deighan, 1997], [Corso et al., 2003], [Leite, 2007].

Juntamente com as wavelets, algumas técnicas e modelos matemáticos têm sido usadas para estudar e caracterizar as correlações e propriedades de escalas em séries temporais que exibem um comportamento de auto-similaridade [Arneodo et al., 1994]. Nesse sentido, análises com base na Dimensão Fractal (D) têm sido consideradas como ferramentas que fornecem uma descrição estatística alternativa das medidas singulares do meio geológico que pode ser caracterizada pelo Expoente de Hurst (H), que essencialmente mede as propriedades de correlações dos sinais.

1.1. A Transformada Wavelet

Assim como a Transformada de Fourier realiza a decomposição de uma função $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ em uma base formada por funções senos e cossenos, a Transformada Wavelet realiza uma decomposição em uma base formada por funções wavelets. Porém, enquanto que a análise em Fourier fornece uma representação no domínio da frequência do sinal, a análise em wavelet fornece uma representação no domínio espacial e frequência [MÓRETIN, 2010]. Nesse sentido, a Transformada Wavelet é introduzida como uma ferramenta matemática eficaz para a obtenção de funções em um domínio tempo-escala. Dessa forma, uma análise realizada através da Transformada Wavelet é um método de decomposição multi-resolução e, portanto, adequada para realizar varreduras mais eficientes, dentre elas, uma visão geral da geração de um



modelo de simulação e hierarquia de modelagem [MALLAT, 1989].

1.1.1. A transformada wavelet contínua

A Transformada wavelet contínua $d(s, u)$ de uma função $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ na escala s e tempo u é definida como sendo [DAUBECHIES, 1992]:

$$d(s, u) = \langle f, \psi_{s, u} \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi_{s, u}^* dt \quad [1]$$

onde

$$\psi_{s, u}(t) = \frac{1}{\sqrt{|s|}} \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) \quad [2]$$

representam as funções de base formadas por wavelets. Os parâmetros s e u são números reais ($s \neq 0$) e que representam as dilatações e translações da função ψ .

A transformada wavelet contínua representa a medida da correlação entre a função $f(t)$ e as funções wavelets ψ . É uma integral inversível e suas translações em u (temporal) caracterizam as localizações da função e as dilatações em s (escala) caracterizam informações na frequência para as escalas.

1.1.2. A transformada wavelet discreta

A Transformada wavelet pode ser implementada para valores discretos com a discretização dos parâmetros de escala e localização. Dessa forma, uma base formada por wavelets discretas pode ser construída com a escolha de $s = 2^j$ e

$u = n2^j$ com j e n inteiros. Cada valor de 2^j é a escala e j o índice de escala. As condições para a escolha dessas discretizações são discutidas em Daubechies [1992].

A correspondente wavelet discreta $\psi_{j, n}$ é definida como:

$$\psi_{j, n}(t) = \frac{1}{\sqrt{2^j}} \psi\left(\frac{t - n2^j}{2^j}\right) \quad [3]$$

onde j e n são parâmetros inteiros associados com as dilatações e translações da wavelet, respectivamente. Nesse sentido, existe uma base de wavelets discretas $\{\psi_{j, n}\}$ tal que, uma função $f(t)$ pode ser expandida como uma combinação linear das funções dessa base:

$$f(t) = \sum_j \sum_n d_{j, n} \psi_{j, n}(t) \quad [4]$$

Os coeficientes $d_{j, n}$ da função $f(t)$ são calculados por fazer o produto interno da função $f(t)$ com as funções de base wavelets $\psi_{j, n}$. Esses coeficientes dão informações sobre o comportamento da função $f(t)$ na escala 2^j e no tempo $2^j n$.

1.2. Fractal

Fractais são objetos que apresentam formas geométricas invariantes à medida que se muda a escala na qual está sendo analisado. Os fractais apresentam algumas propriedades importantes e para este trabalho usamos duas: a auto-similaridade (invariância por escala) e a dimensão.

A dimensão geométrica de um objeto fractal pode ser determinada através da quantificação de elementos menores similares que são utilizados na formação do objeto original. A geometria dos fractais permite uma concepção mais ampla para o dimensionamento de algumas propriedades relacionadas aos objetos: o grau de aspereza, rugosidade, fragmentação e irregularidade.

1.2.1. Dimensão Fractal

A dimensão fractal D representa o que um objeto ocupa em um determinado espaço. Uma forma de medir a dimensão fractal é analisar a quantidade de objetos



menores similares para cobrir todo o espaço, isto é, formar o objeto original.

Para um número N de objetos menores para constituir o objeto maior é proporcional a sua escala S elevado a um expoente D :

$$N = S^D \rightarrow D = \frac{\log(N)}{\log(S)} \quad [5]$$

onde D é a dimensão fractal.

1.4. Expoente de Hurst

As séries periodicamente exibem flutuações e comportamento imprevisível independente das escalas de tempo. Tais flutuações geralmente são analisadas a partir do cálculo da correlação entre os dados. O expoente de Hurst (H) da série temporal fornece informações sobre o tipo de correlação presente na série [RÊGO, 2012].

Os valores de H varia entre 0 e 1. Para $H = 0.5$ o sinal ou processo é aleatório. Para $0 < H < 0.5$, o sinal é caracterizado como anti-persistente, ou seja, existe uma probabilidade maior do que cinquenta por cento de que um valor “negativo” seja seguido de um valor “positivo”. E para $0.5 < H < 1$, o sinal é dito persistente, pois apresenta uma tendência, isto é, a probabilidade de repetição de um valor é maior do que cinquenta por cento.

A dimensão fractal está relacionada com o Expoente de Hurst de acordo com a seguinte equação:

$$D = 2 - H. \quad [6]$$

Neste caso, a dimensão fractal ainda assume valores não-inteiros. Quanto menor é H , mais a dimensão fractal se aproxima de dois e o perfil se torna menos rugoso. Em outras palavras, os objetos menores tem uma aproximação de preencher completamente o plano.

2. METODOLOGIA

A metodologia compreende em duas etapas principais: (i) processamento do

dados sísmico original utilizando a Transformada Wavelet para se obter uma decomposição sísmica em multiescalas a qual gera vários padrões de imagens sísmicas com intuito de eliminar o ruído “ground roll” e (ii) análise fractal (dimensão fractal via expoente de Hurst) dos dados sísmicos completos e em uma região delimitada (previamente escolhida) bem como dos vários padrões de imagens sísmicas gerados com a Decomposição em Multiescala.

O registro sísmico original (sismograma em $2D$) aqui analisado para se alcançar o objetivo deste trabalho está na Figura 1(a) e que representa um levantamento sísmico realizado em terra. Como se pode ver nesta figura, a fonte geradora (explosão controlada com dinamites) das ondas mecânicas está localizada no ponto médio e com distribuição uniforme de geofones aos dois lados da fonte. Para este exemplo são 83 geofones os quais resultam em 83 traços sísmicos (série temporal) e 2100 leituras (amostras temporais) por cada traço quando na leitura e visualização computacional gráfica

O sismograma é considerado como uma matriz $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$ de valores reais. A matriz é formada por n traços (cada traço um geofone) e m amostras por traço. As amostras são as medidas das amplitudes no tempo. Para o sismograma aqui analisado e mostrado na Figura 1(a), os valores são $m = 2100$ e $n = 83$. No entanto, o sismograma é uma matriz de ordem 2100×83 .

A Decomposição em Multiescala é um método que faz uso da Transformada Wavelet e que foi desenvolvido para se obter padrões sísmicos semelhantes do sismograma original. Essa decomposição transforma o sismograma original em padrões de imagens sísmicas (subsismogramas) semelhantes, porém diferentes nas amplitudes, nas frequências e representados por escalas

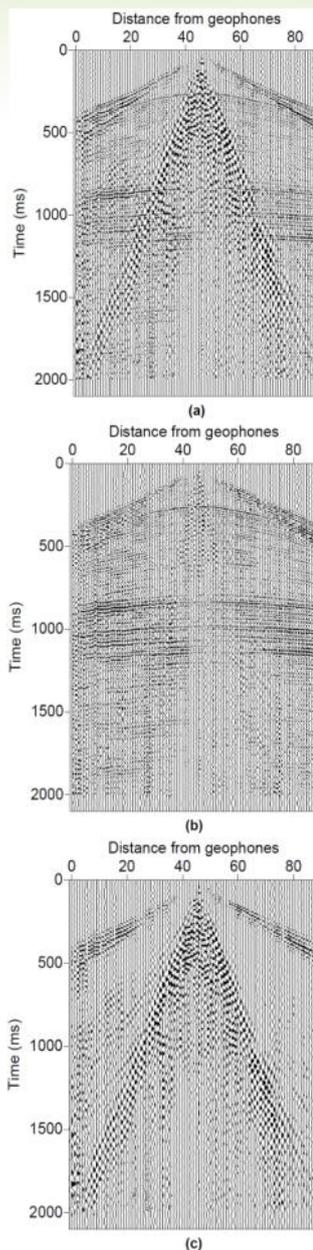


Figura 1: Sismogramas (a) original, (b) sem ruído e (c) ground roll.

[LEITE, 2007]. Nesse sentido, a Decomposição em Multiescala significa uma distribuição da energia do sismograma e cada padrão está relacionado com o particionamento da energia nas interfaces do meio geológico. Assim é permitida uma identificação visual de alguns eventos geológicos (heterogeneidade) particulares bem como a localização por escalas do ruído *ground roll* aumentando assim o controle da

filtragem desse ruído indesejável (*ground roll*).

O método utilizado para calcular a dimensão fractal (D) do sismograma foi o método *box-counting* que é um algoritmo de fácil implementação e tem sido usado dentro das análises envolvendo geometria fractal. O *box-counting* considera o número de quadrados $N(s)$ necessário para cobrir totalmente uma imagem (série temporal) para uma determinada escala. Um expoente estatístico H ($0 < H < 1$) é usado para medir a dependência do grau de correlação. Para os dados sísmicos aqui analisados esta dependência está relacionada com a auto-similaridade do sismograma. Se o sismograma possui característica geométrica fractal, então o expoente está relacionado com a dimensão fractal pela equação $D = 2 - H$. O expoente H é o expoente de hurst. Aqui o método *box-counting* foi aplicado ao sismograma de duas formas para se obter o expoente de hurst. Primeiro foi aplicado ao sismograma inteiro e depois somente em uma região delimitada do sismograma. A região compreende a todos os traços ($n = 83$) e as amostras de 800 a 1200 ($m = 400$ amostras) para cada traço. Esta região representa as amplitudes de hipérbolas e que as mesmas representam as possíveis amplitudes geológicas de interesse físico. O cálculo da dimensão fractal e do expoente de hurst para caracterizar os dados sísmicos é o objetivo principal deste trabalho.

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

O sismograma original analisado neste trabalho está representado na figura 1(a) e que representa uma matriz de valores reais de dimensão 2100 x 83. Nesta figura percebe-se que existem duas regiões bem características: o ruído “ground roll” na forma de um cone e as reflexões de interesse que representam as heterogeneidades do meio geológico.



Primeiramente foi feito a remoção do “ground roll” do sismograma original utilizando o método da Decomposição em Multiescala via a transformada *wavelet*. Com essa decomposição, o sismograma original fica decomposto em escalas de padrões sísmicos semelhantes. O resultado da decomposição em escalas está representado na Figura 2 (de (a) até (f)). Assim as características que não são detectadas em um determinado padrão (em uma determinada escala) podem ser determinadas em outro padrão sísmico. Esses padrões estão relacionados com as amplitudes e com as frequências, isto é, o método da Decomposição em Multiescala representa uma “separação” do sismograma em amplitudes e frequências diferentes.

A Figura 2 (de (a) até (f)) representa os padrões sísmicos decompostos em suas 10 escalas com suas respectivas frequências (e amplitudes) bem características. Esse número de escala é o permitido pelo sismograma, pois cada traço contém 2100 amostras (reduzimos para 2048) uma vez que a transformada *wavelet* faz uso de potencia de 2 na sua decomposição. As escalas de 6 a 10 estão representadas em um único padrão sísmico (Figura 2 (f)) uma vez que suas amplitudes e frequências são quase que indistinguíveis.

Com a Decomposição em Multiescala percebe-se que a cada nível de decomposição (nível de escala) o ruído indesejável “ground roll” torna-se mais evidente em cada padrão sísmico. Por exemplo, nos padrões sísmicos da primeira escala até a terceira escala (Figura 2 (a), (b) e (c)) não é possível a visualização do ruído *ground roll*. Na quarta escala (Figura 2 (d)) o *ground roll* aparece em uma pequena região localizada no centro superior deste padrão sísmico e as reflexões são preservadas uma vez que o ruído *ground roll* não atrapalha a leitura (ao menos

visual) destas. Já para as outras escalas (figura 2 (e), (f)) o ruído *ground roll* é predominante e essas escalas devem ser descartadas na reconstrução do sismograma original.

O sismograma representado na figura 1(b) é o sismograma após a remoção do ground roll e que é a soma dos padrões sísmicos que não contêm o *ground roll* e que estão representados na Figura 2 (de (a) até (d)). O sismograma da figura 1(c) é o sismograma contendo somente o ruído *ground roll* e que representa a parte removida do sismograma original e que é a soma dos padrões sísmicos que contêm somente o ruído *ground roll* (Figura 2 (de (d) até (f))).

A última e conclusiva etapa deste trabalho se refere à análise fractal com base no cálculo e dinâmica do expoente de hurst H . Esta etapa foi realizada considerando os sismogramas de duas maneiras:

- A primeira foi analisando por inteiro (traços completos) os sismogramas da Figura 1((a), (b) e (c)) e os padrões sísmicos mostrados na Figura 2, isto é, foi considerada as 2048 amostras para todos os traços;
- A outra forma foi realizada analisando os mesmos sismogramas em uma região delimitada. A região escolhida para os sismogramas e os padrões sísmicos foi no intervalo das amostras 800 até 1200. Nesse sentido, a região analisada forma uma matriz de dados da ordem de $m = 400$ por $n = 83$. Esta região dos sismogramas foi escolhida por apresentar certa concentração de reflexões, isto é, uma região de alta ocorrência de particionamento da energia de interfaces geológicas.

A dimensão fractal (D) está relacionada com o expoente de hurst (H) de acordo com a expressão matemática $D = 2 - H$ e que assume características de

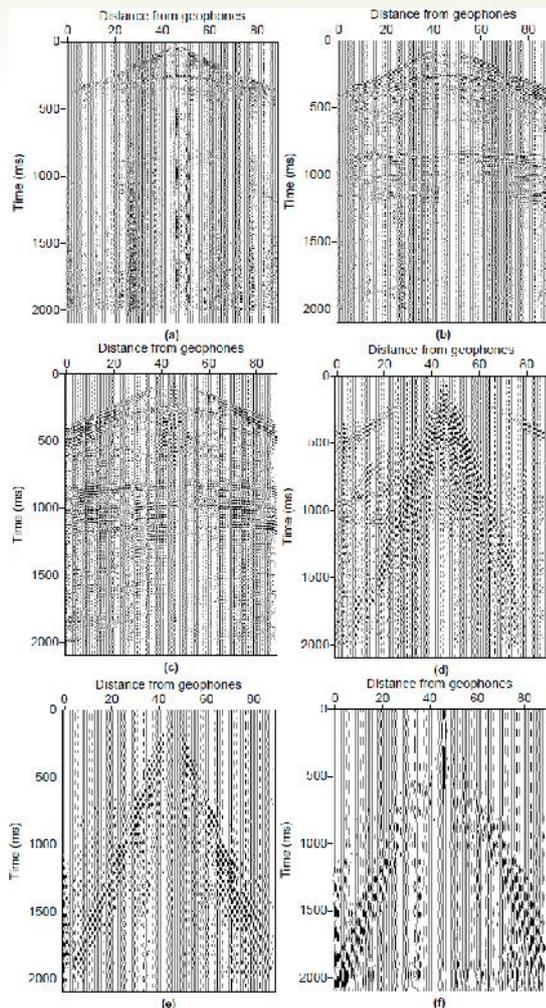


Figura 2: Padrões sísmicos gerados com a Decomposição em Multiescala. Padrões para as escalas (a) primeira, (b) segunda, (c) terceira, (d) quarta, (e) quinta e (f) da sexta à décima.

preenchimento do espaço, podendo assumir valores não inteiros, ou seja, à medida que o expoente de hurst H diminui a dimensão fractal D se aproxima de 2. Dessa forma, o logo perfil torna-se mais rugoso de tal maneira a preencher o espaço como um plano. Se o expoente de hurst H aumenta a dimensão fractal diminui suavizando o perfil.

Na Figura 3 (superior) tem-se a dinâmica do expoente de hurst de cada traço sísmico completo para os sismogramas mostrados na Figura 1(a), (b) e (c). Percebe-se que os expoentes de

hurst são maiores (cor azul) para o sismograma onde o ruído *ground roll* é predominante (sismograma da Figura 1(c)) e valores menores (cor verde) para o sismograma sem o ruído *ground roll* (sismograma da Figura 1(b)) enquanto que para o sismograma original (sismograma da Figura 1(a)) o expoente de hurst apresenta valores intermediários (cor preta).

Ainda nesta figura percebe-se que a dinâmica do expoente de hurst apresenta um comportamento semelhante para o sismograma original (cor preta) e com o *ground roll* (cor azul) enquanto que a dinâmica do expoente de hurst para o sismograma sem o ruído *ground roll* (cor verde) apresenta dinâmica inversa, isto é, a variação da dinâmica de crescimento no expoente de hurst para o sismograma original e o sismograma com o *ground roll* é acompanhada de uma variação oposta na dinâmica do expoente de hurst para o sismograma sem o *ground roll*.

Na Figura 3 (inferior) tem-se a dinâmica do expoente de hurst de cada traço inteiro para todos os padrões sísmico decomposto em escalas e que estão representados na Figura 2 (de (a) até (f)). Percebe-se pela dinâmica que os valores de H tornam-se menores para as primeiras escalas da decomposição e maiores para as escalas maiores.

Na Figura 4 (superior) tem-se a dinâmica do expoente de hurst para os mesmos sismogramas, porém em cada região delimitada e previamente escolhida. Essa mesma análise foi feita para os sismogramas da Figura 1(a), (b) e (c) bem como para todos os padrões sísmicos representados na Figura 2 (de (a) até (f)). O resultado desta análise está representado na Figura 4. Analisando esta figura percebe-se que o comportamento da dinâmica do expoente de hurst é semelhante para os sismogramas original, ruidoso e sem ruído quando analisado por inteiro. Os expoentes de hurst são



maiores (cor azul) para o sismograma onde o ruído *ground roll* é predominante (sismograma da Figura 1(c)) e valores menores (cor verde) para o sismograma

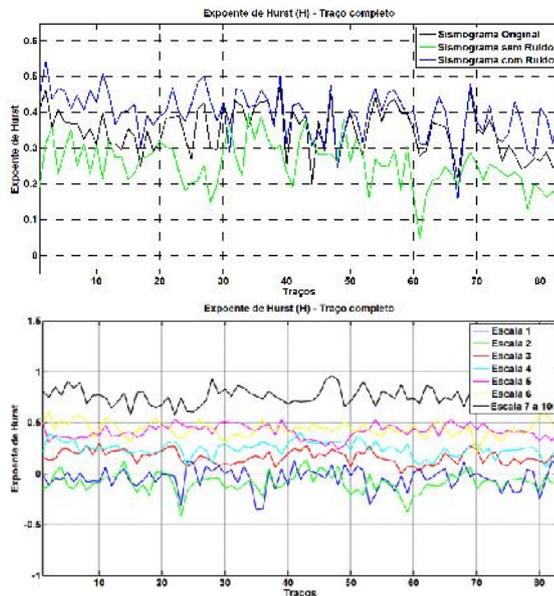


Figura 3: Expoente de Hurst para os traços completos. Sismogramas original (preto), sem ruído (verde) e *ground roll* (azul).

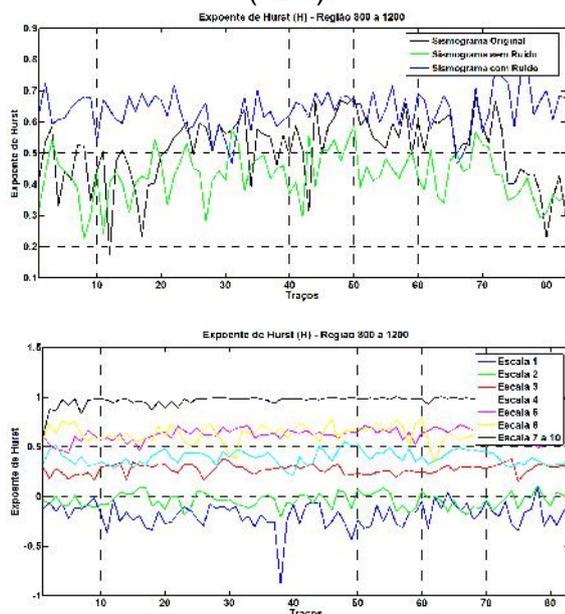


Figura 4: Expoente de Hurst para os traços de certa região delimitadas dos sismogramas.

sem o ruído *ground roll* (sismograma da Figura 1 (b)) enquanto que para o sismograma original (sismograma da Figura 1(a)) o expoente de hurst apresenta valores intermediários (cor preta). Na Figura 4 (inferior) tem-se a dinâmica do expoente de hurst para cada região delimitada de todos os padrões sísmico decomposto em escalas. O comportamento da dinâmica do expoente de hurst é semelhante aos resultados anteriores porém apresenta uma maior constância na variação dos valores, isto é, os valores de H apresenta uma menor variação.

4. CONCLUSÕES

Diversas técnicas têm sido desenvolvidas para estudar e analisar correlações e propriedades de escalas em séries temporais as quais exibem um comportamento de auto-similaridade. Nesse contexto, a indústria de petróleo tem analisado a complexidade de imagens sísmica dentro da simetria fractal, juntamente com as wavelets, para poder extrair singularidades dos registros sísmicos e caracterizar as estruturas geológicas que constituem a complexidade bastante heterogênea das interfaces. Nesse sentido, neste trabalho foram propostas essas técnicas modernas de análise para que se possa obter uma representação dinâmica desses sinais que apresentam certa complexidade.

Os resultados obtidos com o desenvolvimento deste trabalho mostraram que as wavelets são extremamente poderosas e eficientes na decomposição em escalas de sinais e series temporais. Analisando os expoentes de hurst para cada padrão de imagem sísmica percebemos que existe uma correlação entre os sismogramas original, sem o ruído “*ground roll*” e com o “*ground roll*” e também para cada tipo de padrão sísmico. Nesse contexto, as análises com base nos fractais, no



expoente de hurst e nas wavelets podem ser analisadas e estudadas para analisar e descrever singularidades em registros sísmicos.

A medida da singularidade do sismograma (e padrões sísmicos) foi realizada com o cálculo do coeficiente de hurst e o método utilizado para realização computacional deste expoente foi o método “box-counting” para o dimensionamento da dimensão fractal o qual apresenta uma implementação computacional adequada.

A relação de sistemas e problemas a estudar está longe de ser exaustiva, pelo contrário sempre está aberta a possibilidade de ser incrementada com novos problemas que podem ser resolvidos no contexto geral de um conhecimento mais profundo da interação interdisciplinar entre a Física a Matemática e as Ciências da Terra. A transformada em wavelets também permite a medida das características fractais ou multi-fractais de séries temporais que apresentam invariância por escalas. Isto significa que com esta transformada podemos analisar em detalhe o espectro de singularidades dos sinais e, em particular, o expoente de hurst. O Método do Máximo do Módulo da transformada em wavelet constitui uma forma poderosa de proceder a uma análise multi-escala dessas singularidades. Este método pode ser aplicado a dados sísmicos e a perfis de poços representando uma ferramenta poderosa para caracterização das estruturas geológicas.

5. AGRADECIMENTOS

- Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA
- Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARNEODO, A.; MUZY, J. F.; BACRY, E. ***The Multifractal Formalism Revisited with Wavelets***. International Journal of Bifurcation and Chaos, V. 4(2), p.245-302, 1994.

CORSO, G.; KUHN, P. S.; LUCENA, L. S.; THOME, Z. D. ***Seismic Ground Roll Time-Frequency Filtering using the Gaussian Wavelet Transform***. Physica A, v. 318, p. 551-561.

DAUBECHIES, I. ***Ten Lectures on Wavelets***. Society for Industrial and Applied Mathematics. Philadelphia, 1992.

DEIGHAN, A. J.; WATTS, D. R. ***Ground-roll suppression using the wavelet transform***. Geophysics, v. 62, p.1896-1903, 1997.

LEITE, F. E. A. ***Análise Estatística de Padrões Sísmicos: Decomposição em Multiescala***. 2007, 135p. Tese de Doutorado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Programa de Pós-Graduação em Física. Natal – RN

MALLAT, S. ***A Wavelet Tour of Signal Processing***, Academic Press, New York, 1999.

MORETTIN, P. A. ***Ondas e Ondaletas: da análise de Fourier à análise de ondaletas***. Edusp, 2010.

RÊGO, C. R. C. ***Multifractalidade dos Rios Brasileiros***. 2012, 102p. Tese de Mestrado, Universidade Federal do Amazonas, Manaus - AM.

THOMAS, J. E. ***Fundamentos de Engenharia de Petróleo***. Interciência, 2004.

YILMAZ, O. ***Seismic Data Processing***. Society of Exploration Geophysicists, Tulsa (USA), 2003.