

## O ENSINO DO CÁLCULO ATRAVÉS DE FRACTAIS: Relato de uma atividade durante o estágio supervisionado.

SOBRENOME, Nome <sup>1</sup>

SOBRENOME, Nome <sup>2</sup>

SOBRENOME, Nome <sup>3</sup>

**RESUMO:** Considerando a importância da presença de metodologias que fomentem aprendizados significativos, aproximar os licenciandos da sala de aula e incentivar a utilização de atividades que fujam do contexto esperado de uma aula de matemática é essencial durante o período de formação de futuros professores da área. Desta forma, o presente texto tem como objetivo relatar uma atividade realizada durante o estágio docente, que proporcionou aos alunos de uma turma do ensino médio/técnico a construção de conceitos do cálculo de forma significativa, a fim de avaliar a seguinte questão: o quanto essas experiências podem favorecer o processo de formação de professores? A atividade consistiu na elaboração de um modelo de fractal tridimensional e provocou os alunos a pensarem quais conceitos matemáticos estavam acontecendo no processo, com a finalidade de apresentar a definição de Integral. Em seguida, os alunos avaliaram a atividade, as expectativas e a decorrência da disciplina. A partir das respostas obtidas, observamos que os alunos tinham muitos receios quanto ao cálculo, mas que a atividade foi capaz de representar uma quebra de paradigmas. Os resultados analisados apontam que a proximidade dos licenciandos com o ambiente escolar pode ser capaz de fomentar discussões e propostas prósperas para o aprendizado da matemática, a fim de contribuir em experiências valiosas que poderão ser utilizadas a favor de um exercício da profissão mais qualificado.

**PALAVRAS-CHAVE:** Formação de professores; Metodologias de ensino; Estágio docente; Aprendizagem significativa.

### 1 INTRODUÇÃO

A educação é uma das áreas mais cruciais para o desenvolvimento de indivíduos e da sociedade como um todo. Considerando um mundo que está em constante evolução, onde as demandas sobre o ensino transformam-se a um ritmo apressado, hoje em dia, e mais do que nunca, os alunos demandam de um aprendizado realizado por diferentes frentes metodológicas. É imprescindível que as

---

<sup>1</sup> Graduando em Licenciatura <colocar o curso de graduação>, Bolsista <Colocar o programa no qual faz parte>, IFRO, *Campus* <Colocar o campus de origem>, emailautor@email.com.br <Arial, ou fonte não serigrafada, 9, Justificado>

<sup>2</sup> Formação/atuação profissional <Preceptor>, Bolsista <Colocar o programa no qual faz parte>, IFRO, *Campus* <Colocar o campus de origem>, emailautor@email.com.br <Arial, ou fonte não serigrafada, 9, Justificado>

<sup>3</sup> Formação/atuação profissional <coordenador de área>, Bolsista <Colocar o programa no qual faz parte>, IFRO, *Campus* <Colocar o campus de origem>, emailautor@email.com.br <Arial, ou fonte não serigrafada, 9, Justificado>

escolas e educadores reconheçam essa necessidade e adotem abordagens pedagógicas que motivem um aprendizado atrativo, como as metodologias ativas, por exemplo.

Essas metodologias, são uma resposta à crescente complexidade do mundo em que vivemos, de alunos cada vez mais críticos e com mais acesso à informação. Elas buscam envolver os alunos de maneira ativa, tornando-os protagonistas de seu próprio processo de aprendizagem. Essas abordagens pedagógicas promovem o engajamento dos alunos, estimulando sua participação em sala de aula e fazendo com que esse processo possa ser mais efetivo.

Uma vantagem perceptível na utilização das metodologias ativas é que elas não se limitam à transmissão de informações. Elas enfatizam o desenvolvimento de habilidades essenciais, como o pensamento crítico, a criatividade, a comunicação e a resolução de problemas. Os alunos não apenas absorvem os conteúdos, mas também aprendem quais suas origens, assim como a aplicá-los ou identificá-los em situações do mundo real. Ou seja, não se resume apenas à uma simples execução ou repetição de comandos, e por isso é imprescindível que o estudante torne-se um personagem ativo ao longo de todo processo de ensino e aprendizagem (Moreira, 2006).

Em relação à necessidade atual da sala de aula ser um espaço cada vez mais diversificado e completo, a utilização da Geometria Fractal, devido a sua alta atratividade visual, pode ser um aliado para estimular o aprendizado conforme cita SALLUM (2005):

“A introdução de fractais no ensino médio, além de satisfazer a curiosidade de quantos já ouviram falar neles, propicia a oportunidade de trabalhar com processos iterativos, escrever fórmulas gerais, criar algoritmos, calcular áreas e perímetros de figuras com complexidade crescente, introduzir uma idéia intuitiva do conceito de limite e é um excelente tópico para aplicação de progressões geométricas e estímulo ao uso de tabelas.” (Sallum, 2005, p.1).

Levando em consideração a importância de um posicionamento criativo dos professores em sala de aula, para proporcionar aos seus alunos aprendizados significativos, e também o desafio de apresentar uma matemática cada vez mais inovadora, é ponderável que a formação desses professores seja capaz de

provocá-los em relação a essas características tão necessárias frente às demandas da sala de aula.

Nesse sentido, para que reflitam como proporcionar uma sala de aula e um aprendizado cada vez mais atrativo e significativo, é indispensável que estudantes do curso de licenciatura em matemática estejam em contato com a realidade vivida no exercício da sua profissão. Por isso, proporcionar essa proximidade entre futuros professores e a realidade da sala de aula é imprescindível nesse processo, como indica Nóvoa (2022, p. 102) “Para mim, a indução profissional é um momento decisivo, não só para a formação de professores e a sua integração na carreira docente, mas também para a própria reconfiguração da profissão docente.”

Deste modo, considerando a necessidade da utilização de diferentes metodologias ativas em sala de aula para a consolidação de uma aprendizagem significativa, como aponta Moran (2018), o presente texto tem o objetivo de relatar uma experiência que propõe a utilização da geometria fractal no incentivo da construção de conceitos matemáticos presentes na disciplina de Cálculo a nível médio, a fim de identificar o quanto esse processo pode ser motivador e consequentemente resultar em perspectivas positivas na formação de futuros professores durante o estágio docente.

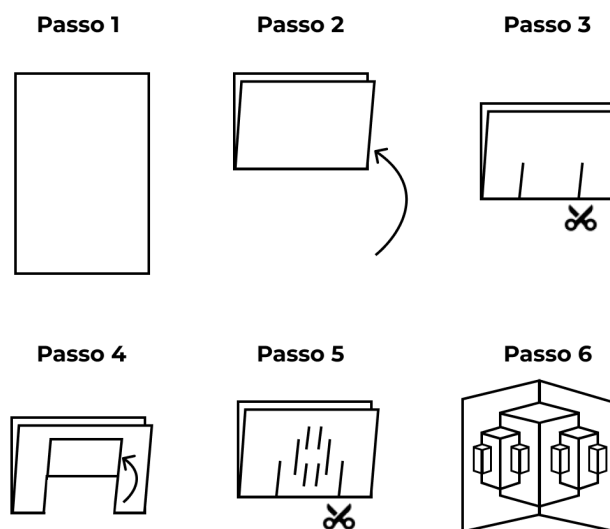
## **2 METODOLOGIA**

Realizada no Instituto Federal de Ciências e Suas Tecnologias Sul Rio-Grandense Campus Pelotas, no mês de julho de 2023, a atividade foi conduzida pelo aluno estagiário, autor deste texto, e orientada pela professora titular da turma. Os estudantes que participaram deste momento foram alunos da instituição que cursavam o semestre de Cálculo do curso técnico integrado em Química..

A atividade, que contou com a presença de 30 alunos, consistiu na prática da construção em um papel de um modelo de geometria fractal em 3D, para ser utilizado a fins comparativos entre os conceitos que apareceram durante esse processo e os conteúdos abordados na disciplina de cálculo, com o objetivo final de provocar os alunos visualmente à fundamentação do conceito do cálculo da área abaixo da curva através da soma de Riemann.

No primeiro momento, os alunos ficaram encarregados de, a partir da orientação do professor estagiário, construir um modelo de fractal, conforme apresentado na figura abaixo.

Figura 1: Passo a passo resumido da construção do fractal.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

A segunda etapa desta atividade aconteceu à medida que os fractais foram sendo confeccionados, e consistiu na construção de uma tabela interpretativa, preenchida com informações percebidas pelos alunos como: tamanho do lado da figura geométrica, número de sólidos novos e suas respectivas áreas, números de sólidos totais e área total.

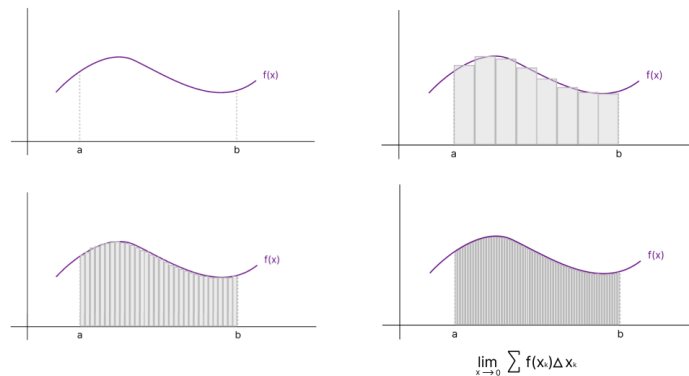
Na sequência, a terceira parte da atividade consistiu em relacionar os conceitos observados na produção dos fractais, associando a diminuição do lado da figura, à medida que as manipulações foram acontecendo, com a ideia intuitiva de limite. Na sequência, os alunos foram questionados se perceberam alguma comparação entre as somas parciais das áreas que foram aparecendo durante o processo de confecção e algum conceito apresentado na disciplina de cálculo.

A indagação foi um fio condutor utilizado para iniciar o quarto e último momento desta atividade, que consistiu em apresentar para os alunos, através de uma animação, de que maneira o cálculo de uma área abaixo da curva foi pensado pelos matemáticos na antiguidade. Esta animação consistia na apresentação visual da utilização de diversos retângulos de bases infinitamente pequenas, de forma que

os sólidos ficavam cada vez menores a fim de preencher o espaço abaixo de uma curva determinado em um intervalo específico  $[a, b]$  e assim então diminuir o erro que acontecia na utilização de retângulos maiores.

Esse estímulo visual pode ser observado a partir do estático apresentado na figura abaixo, que apresenta alguns frames da animação.

Figura 2: Estático da animação da área abaixo da curva.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

O ponto chave de toda a atividade se deu no fechamento, onde foi apresentado para os alunos que o cálculo da área abaixo da curva se dá a partir do somatório dos  $n$  retângulos presentes no intervalo  $[a, b]$ , a medida que o limite de  $\Delta x$ , que é a base de cada sólido, tende a zero. Esse processo possibilita um preenchimento total e sem erros da área desejada e é conhecido como a Soma de Riemann, a fórmula fechada deste somatório pode ser visualizada na figura abaixo.

Figura 3: Soma de Riemann.

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \sum_{k=1}^n \Delta x \cdot f(x_k)$$

$\nwarrow$  Soma das áreas dos retângulos  
 $\downarrow$  Base       $\downarrow$  Altura

Fonte: Elaborado pelo autor, 2023.

Para fins de registro e avaliação da percepção dos alunos em relação a utilização dessa atividade, eles responderam a um questionário realizado via Google Forms, contendo as seguintes perguntas: Qual a primeira palavra que vem à sua cabeça para representar a atividade que realizamos?; De forma geral, o que você achou da atividade dos fractais?; Qual a sua percepção ou como você imaginava a disciplina de cálculo antes de cursá-la?; O que você está achando da disciplina agora?; Você acha que atividades como a que realizamos pode contribuir para seu aprendizado em cálculo? Por quê?

Essas perguntas tiveram como o objetivo entender qual o posicionamento desses alunos sobre a disciplina de cálculo, a fim de identificar se a realização dessa atividade estava de acordo com essa expectativa ou se apresentaria um potencial contrário ao que se era esperado em relação ao desenvolvimento do semestre.

Outro ponto interessante de ser destacado é que, ainda que tenham sido apresentadas operações matemáticas, necessárias para o entendimento do processo do cálculo da área abaixo da curva, que até então eram desconhecidas pelos alunos, como por exemplo a notação de Somatório, eles apresentaram um fácil entendimento em relação a essas informações.

### **3 RESULTADOS E DISCUSSÃO**

Desde as primeiras explicações de como funcionaria a atividade, os alunos demonstraram interesse e curiosidade em saber qual seria o resultado dos cortes e dobras realizados no papel. Esse entusiasmo ficou ainda mais evidente quando, por conta própria, os estudantes manipularam os fractais de forma espontânea a fim de encontrar mais formas geométricas. Além disso, outra manifestação em relação a disposição da turma em entender os conceitos que estavam sendo apresentados, foi a maneira como eles participaram de cada processo, acompanhando as orientações de forma atenta, questionando nos momentos que tiveram alguma dúvida e respondendo a todas as indagações que lhes foram feitas. Desta maneira, destacamos que os estímulos visuais, tanto a produção prática da manipulação dos sólidos, quanto a apresentação da animação foram elementos que cumpriram seus

papéis em prender a atenção dos alunos as informações apresentadas, assim como facilitar o entendimento das mesmas, uma vez que, durante a experiência, os alunos foram incentivados em diversos sentidos a acompanhar o desenvolvimento da atividade. Deste modo, é possível perceber que a atividade utilizando de processos interativos e da construção de objetos representou um atrativo no interesse dos alunos em realizá-la.

Ao todo, 25 alunos registraram suas percepções ao questionário de forma individual, desta forma, para que suas identidades sejam preservadas, os mesmos foram classificados como aluno 1 à aluno 25, preservando a ordem em que as respostas foram registradas. Em relação à expectativa que os alunos tinham na disciplina, as respostas obtidas no questionário apresentam uma postura bastante receosa sobre o quando o cálculo poderia ser complicado, as palavras mais utilizadas para definir essa perspectiva estão relacionadas com os conceitos de dificuldade e complexidade, como relatam o aluno 6: “Tinha uma visão equivocada sobre o nível de dificuldade das atividades, como se fosse algo ultrapassado e muito mais sobre decorar do que aprender a origem dos cálculos, me parecia muito difícil e cansativo.” e o aluno 12: “Sempre ouvi dizer que a matéria de Cálculo era difícil e confusa, então imaginava que seria algo que não entenderia facilmente e que me causaria problemas.”

Já os resultados dos questionamentos acerca da atividade e do desenvolvimento da disciplina apresentam uma postura otimista a respeito do entendimento dos conceitos apresentados e do desenvolvimento do aprendizado, como manifesta o aluno 4: “Felizmente foi possível desmistificar a ideia citada acima e hoje posso dizer que é uma das matérias que mais gosto no semestre.” e o aluno 16: “A disciplina superou minhas expectativas, revelando ser mais empolgante, menos desafiadora e com uma didática criativa e acessível.”

Além disso, todos os alunos responderam sim para a pergunta que questionou se a atividade pode contribuir com seus aprendizados em cálculo. Quanto às justificativas, a maioria das respostas apresenta que essa metodologia torna a aula menos cansativa, mais atrativa e leve, como relata o aluno 5: “Sim! Porque é mais fácil de visualizar o que o professor gostaria que nós entendêssemos, além de ser algo dinâmico e não cansativo, diferentemente de aulas apenas de exposição do conteúdo.”

#### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Levando em consideração o nível alto de participação dos alunos e do interesse demonstrado durante toda a atividade, percebemos que a proposta em estimular o entendimento do porque é possível calcular uma área abaixo da curva com o cálculo da integral definida, utilizando a confecção dos fractais e do estímulo visual a partir da animação, assim como as interações entre esses estímulos e o conteúdo da disciplina, proporcionaram um momento valioso e descontraído de aprendizado para ambos os lados. Além de incentivar o conhecimento de habilidades específicas da matemática, a atividade proporcionou também a manifestações de habilidades socioemocionais, como a cooperação dos alunos entre si.

Os resultados obtidos das respostas dos alunos ao questionário realizado, sugerem que a utilização de atividades e metodologias que incentivem um aprendizado significativo desmistifica a ideia que a matemática é uma disciplina difícil e impossível de ser entendida e que além disso essa prática pode tornar esse processo mais atrativo.

Quanto aos ganhos na formação de professores, considerando a repercussão da atividade realizada, aponta-se que a proximidade com a realidade da sala de aula pode proporcionar um melhor entendimento das necessidades desse espaço, fazendo com o que os futuros professores atentem-se cada vez mais para a importância da diversificação de metodologias que favoreçam o aprendizado dos seus alunos. Deste modo, destaca-se a importância do incentivo para que os estudantes de licenciatura se façam mais presentes nas salas de aula, a fim de proporcionar para esses indivíduos reflexões que sejam capazes de instigá-los à importância dessa experiência com a docência e o quanto ela pode ser enriquecedora para sua formação.

#### **5 AGRADECIMENTOS**

À Universidade Federal de Pelotas e aos professores do Departamento de Educação Matemática pelo incentivo à prática docente e ao Instituto Federal de Educação, Ciências e Suas Tecnologias Sul Rio-Grandense Câmpus Pelotas,





juntamente aos professores da Coordenadoria de Matemática por terem aberto as portas da instituição e acolhido os alunos de licenciatura em período de estágio.

## REFERÊNCIAS

MORAN, J. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais inovadora. In.: BACICH, L; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2006.

NÓVOA, A. **Escolas e Professores. Proteger, Transformar, Valorizar**. Bahia: 2022. 112p.

SALLUM, E. M. Fractais no Ensino Médio. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, v.57, p.1-8, 2005.