

MODELAGEM MATEMÁTICA: Aprendendo matemática por meio da análise de impedimento de futebol

NEVES DA SILVA, Ilkenny¹

LUCAS DE LIMA, José²

SANTOS DE LIMA, Valdir³

FRANCISLANE MEDEIROS PALMEIRA, Eulina⁴

ESTEVÃO LIMA, Ricardo⁵

DOS SANTOS BARBOSA, Hirlene⁶

RESUMO: Ao longo de muitas décadas, tem sido uma preocupação crescente o ensino da matemática na educação, com muitos alunos demonstrando desinteresse e dificuldades na aprendizagem de conteúdos matemáticos. Nesse contexto, a modelagem matemática surge como uma abordagem pedagógica que visa superar as limitações do ensino tradicional, incorporando diversas estratégias metodológicas para melhorar o desempenho dos alunos nas escolas. Diante disso, o presente artigo se propõe a explorar como a modelagem matemática pode ser uma solução para esse problema, definindo e destacando sua importância e sua utilização pelos professores de matemática, bem como sua aceitação no ambiente escolar.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática. Modelagem matemática. Educação.

1 INTRODUÇÃO

Certamente, existe uma ampla gama de trabalhos e publicações que convergem para um fato inegável: as instituições educacionais estão enfrentando sérias dificuldades no processo de ensino e aprendizagem, especialmente quando lidam com alunos desmotivados e desinteressados. Isso é ainda mais evidente no contexto do ensino da matemática, onde a percepção geral é de que a disciplina é desafiadora e apenas para indivíduos excepcionalmente talentosos (Aparecida, 2020). É crucial reconhecer que problemas relacionados à aptidão física, aspectos

1 Graduada de Licenciatura em Matemática, Bolsista do Programa Residência Pedagógica, UNEAL, *Campus* Arapiraca, ilkennyneveessilva@gmail.com

2 Graduando de Licenciatura em Matemática, Bolsista do Programa Residência Pedagógica, UNEAL, *Campus* Arapiraca, jose.lima15@alunos.uneal.edu.br

3 Graduando de Licenciatura em Matemática, Bolsista do Programa Residência Pedagógica, UNEAL, *Campus* Arapiraca, valdir@alunos.uneal.edu.br

4 Graduada de Licenciatura em Matemática, Bolsista do Programa Residência Pedagógica, UNEAL, *Campus* Arapiraca, eulina@alunos.uneal.edu.br

5 Graduando de Licenciatura em Matemática, Bolsista do Programa Residência Pedagógica, UNEAL, *Campus* Arapiraca, ricardolima@alunos.uneal.edu.br

6 Professora de Matemática da Rede Estadual de Ensino de Alagoas, Preceptora Bolsista do Programa Residência Pedagógica, UNEAL, *Campus* Arapiraca, profahirlene@gmail.com

psicológicos e influências do ambiente escolar e familiar devem ser levados em consideração ao abordar as questões relacionadas à aprendizagem da matemática. A literatura acadêmica oferece várias metodologias que têm o potencial de reverter esse cenário no ensino da matemática, e uma dessas abordagens é a Modelagem Matemática. A Modelagem Matemática proporciona para o ensino e aprendizagem a interação aprimorada entre alunos e professores, permitindo que os alunos compartilhem seus conhecimentos sobre o assunto abordado na sala de aula. Como mencionado por Fonseca (2017), a importância da Modelagem Matemática reside no fato de que não é um método rígido e fechado, mas sim dinâmico. Isso significa que os alunos têm a oportunidade de analisar dados, fazer sugestões sobre tópicos e participar de debates, discussões e interpretações de dados, incluindo tabelas e gráficos. Em resumo, a Modelagem Matemática abrange vários aspectos e transforma o aluno em um sujeito ativo na construção de conhecimento com base em sua própria experiência cotidiana.

A Modelagem Matemática é apenas uma das metodologias disponíveis para os professores, e a escolha de quando e como utilizá-la deve ser baseada em uma análise cuidadosa das necessidades dos alunos e do conteúdo a ser ensinado. Nesse sentido, escolhemos usar a análise das decisões do árbitro de vídeo em lances de futebol, especificamente para determinar se houve impedimento ou não. Acreditamos que essa abordagem seja eficaz, dada a popularidade global do futebol, e esperamos que essa escolha facilite o ensino da geometria de posição por meio da Modelagem Matemática. Além disso, a maioria dos alunos já possui algum entendimento das regras de impedimento, o que deve tornar o processo de aprendizagem mais acessível e interessante.

De acordo com Brandão (2022, p.37), A modelagem matemática emergiu como uma valiosa aliada no ensino da matemática, uma vez que busca apresentar ao aluno situações do mundo real, transformando problemas matemáticos aparentemente desvinculados da realidade em questões significativas e contextualizadas.

Cosenza & Guerra (2011, p. 45) complementam ainda mais esse ponto crucial, ressaltando que a significância do aprendizado está diretamente relacionada às conexões que são estabelecidas com o conhecimento prévio do aluno, à

capacidade de atender às suas expectativas e ao fator motivacional e agradável da abordagem. Portanto, uma estratégia eficaz para alcançar essa significância reside na exposição prévia do conteúdo a ser aprendido, estabelecendo conexões com a vida cotidiana do aluno e criando as expectativas adequadas em relação ao que será ensinado. Isso não apenas torna o processo de aprendizado mais relevante, mas também aumenta a probabilidade de retenção e compreensão dos conceitos matemáticos, tornando a educação matemática uma experiência mais enriquecedora e envolvente para os estudantes.

“A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual” (Bassanezi, 2009, p.24). O uso da metodologia em assunto, não é simplesmente elaborar uma questão com problema do cotidiano. O professor deve ter o cuidado de se atentar para não usar, por exemplo, dados que não condizem com a realidade. É necessário que seja um problema real, o mais próximo possível do dia a dia do aluno, e que apresente valores condizentes com a normalidade. A modelagem matemática é “um ambiente de aprendizagem em que os alunos são convidados a investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade” (BARBOSA, 2007, p.161). Outra ênfase que precisamos colocar, é o incentivo necessário para que o aluno possa contribuir na investigação do aprendizado. Assim, ele poderá se sentir útil e capaz de apreender os conteúdos matemáticos tão misticamente aterrorizantes.

A BNCC e a modelagem matemática em sala de aula

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um conjunto de diretrizes educacionais que estabelecem os conhecimentos, competências e habilidades essenciais que os alunos devem adquirir ao longo da educação básica no Brasil (BNCC, 2018). A modelagem matemática desempenha um papel importante dentro desse contexto. Através do uso da modelagem matemática na sala de aula pode ser trabalhado a interdisciplinaridade e a transversalidade, em busca de mostrar aos alunos como a matemática é útil em sua vida e no âmbito escolar. Assim, na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) a Modelagem Matemática é vista através de propostas de atividades matemáticas, que são introduzidas no contexto da vivência dos alunos, trazendo para dentro da sala de aula a realidade dos alunos, usando como estratégias no aprendizado dos discentes do ensino fundamental e

médio. Podemos encontrar na BNCC várias vezes, e com palavras diferentes, alusões ao ensino da matemática de maneira contextualizada.

A modelagem matemática é uma abordagem pedagógica que se alinha bem com os princípios da BNCC, pois ela envolve a aplicação da matemática na resolução de problemas do mundo real. Ela ajuda os alunos a desenvolverem habilidades de pensamento crítico, resolução de problemas e raciocínio lógico, que são competências valorizadas pela BNCC. Além disso, a modelagem matemática permite a contextualização dos conteúdos matemáticos, tornando o aprendizado mais significativo para os alunos, o que está em consonância com a ênfase da BNCC na interdisciplinaridade e na aplicação prática do conhecimento.

Portanto, a modelagem matemática pode ser uma abordagem eficaz para atender às diretrizes estabelecidas pela BNCC (2018) e promover um ensino mais alinhado com as necessidades dos alunos e as demandas do mundo contemporâneo.

A importância da modelagem matemática de acordo com o referencial curricular de Alagoas

De acordo com o Referencial Curricular de Alagoas (2019), para criar condições de aprendizagem eficazes, é fundamental que o professor possua uma visão abrangente do desenvolvimento dos conceitos matemáticos e das metodologias de ensino que se mostram eficazes na promoção da aprendizagem. Isso implica na utilização de vivências, experiências cotidianas e elementos lúdicos como ferramentas pedagógicas. O professor deve também estar atento às mudanças que ocorreram ao longo dos anos no que diz respeito ao ensino da matemática e se esforçar constantemente para desenvolver e adaptar metodologias que favoreçam a compreensão e a aprendizagem efetiva da disciplina.

Em especial, o uso da modelagem matemática na sala de aula apresenta vantagens notáveis, como a promoção da interdisciplinaridade e da transversalidade (REFERENCIAL CURRICULAR DE ALAGOAS, 2019). Isso demonstra aos estudantes como a matemática é aplicável em suas vidas cotidianas e como se conecta com outras áreas do conhecimento. Os estudantes passam a reconhecer a relevância da matemática na compreensão de fenômenos naturais, incluindo a capacidade de prever eventos por meio de fórmulas e modelos, despertando assim

seu interesse pela ciência. A introdução da modelagem matemática pode ser efetuada por meio da resolução de problemas que trazem a realidade dos estudantes para dentro da sala de aula. As diversas situações-problema estimulam a melhoria na capacidade de interpretação, incentivam os estudantes a adotarem uma postura crítica ao tentar resolvê-las e os levam a compreender que frequentemente há múltiplas soluções e diversos caminhos para alcançá-las.

A regra do impedimento no futebol

Posição de impedimento

De acordo com a Confederação Brasileira de Futebol (CBF), um jogador só estará em posição de impedimento se:

- Qualquer parte de sua cabeça, seu corpo ou seus pés estiver no campo do adversário (excluindo-se a linha de meio de campo); e
- Qualquer parte de sua cabeça, seu corpo ou seus pés estiver mais próxima da linha de fundo do campo do adversário do que a bola e o penúltimo adversário.
- As mãos e os braços são desconsiderados no momento de avaliar o impedimento.

Em outras palavras, para ser considerado em posição de impedimento, um jogador deve estar mais perto da linha de fundo do campo adversário do que a bola ou do que o penúltimo defensor (geralmente o último jogador de defesa, excluindo o goleiro) no momento em que a bola é passada para ele. A regra do impedimento visa evitar que os jogadores atacantes se posicionem de maneira vantajosa em relação à defesa adversária.

Um jogador não estará em posição de impedimento se estiver na mesma linha:

- Do penúltimo adversário; ou
- Dos dois últimos adversários.

Infração por impedimento

Para ser punido por impedimento, o jogador precisa se envolver ativamente no jogo após estar em posição de impedimento. Isso geralmente envolve tocar na bola, disputar um lance com um adversário ou interferir na capacidade de um adversário jogar a bola, se o jogador em posição de impedimento não se envolver ativamente no jogo não será punido, e o jogo continuará.

É importante notar que as regras do impedimento podem ser complexas, e a interpretação pode variar de acordo com as decisões do árbitro. Portanto, é essencial que os jogadores e torcedores estejam familiarizados com as regras do impedimento para entender como elas se aplicam em situações específicas durante uma partida de futebol.

A matemática no impedimento

No artigo de Sibemberg e Notare (2021), é apresentado um lance de uma partida de futebol que gerou diferentes opiniões. Na obra, essa temática foi levada para sala de aula com o objetivo de explorar a geometria dinâmica no ensino de projeção ortogonal. Para justificar a decisão da arbitragem foi disponibilizado a fala do chefe de arbitragem diante da polêmica do lance, essa fala foi utilizada na pesquisa como base para compreender o processo de análise de um lance de futebol.

Segundo Gaciba,

“É feita uma calibragem de todas as câmeras, é parada a imagem no momento do toque do jogador de cabeça e, a partir daí, a gente trabalha com a linha de vertical, vê qual o ponto do jogador, nesse caso o ponto dele mais próximo da linha de fundo é o ombro, faz uma projeção ao solo e vai até o jogador do Bahia, pois com a imagem em diagonal a gente não consegue ver o pé do jogador, que está dando condição” (SIBEMBERG E NOTARE, 2021 apud GACIBA, 2019).

O que nos chama a atenção nesta explicação do árbitro são os elementos matemáticos empregados na análise da posição do jogador. Nota-se que a calibração da câmera desempenha um papel crucial na avaliação do lance de futebol, pois assegura que as imagens capturadas estejam isentas de distorções e que as dimensões do campo e dos jogadores sejam representadas com precisão. Esse aspecto é de extrema importância para uma análise rigorosa das jogadas, a localização dos jogadores e a tomada de decisões, tanto para os árbitros quanto

para os técnicos e analistas esportivos. A calibração auxilia na prevenção de erros de percepção e contribui para uma avaliação mais justa e precisa das partidas de futebol.

A projeção ortogonal é “a representação de um objeto em um plano de projeção, quando as linhas visuais são perpendiculares a este plano” (HOESLSCHER; SPRINGER; DOBROVOLNY, 1978). Ou seja, a projeção ortogonal é um conceito matemático que envolve a projeção de um plano ou espaço tridimensional de forma perpendicular a esse plano, sendo muito importante para analisar e resolver problemas relacionados à representação de objetos em diferentes dimensões.

As linhas verticais citadas na explicação do árbitro referem-se a linhas paralelas. Por definição temos que: Duas retas são paralelas quando são coplanares (estão em um mesmo plano) e não têm ponto comum. Para entender a análise do árbitro precisamos ainda compreender algumas propriedades: Dada uma reta r e um ponto A existe uma, e somente uma, reta paralela à r que passa por A . Isso significa que, se você escolher um ponto qualquer, haverá apenas uma reta que pode ser desenhada de tal forma que seja paralela à reta r e que também passe pelo ponto A . Não importa onde você escolha o ponto A ao longo da reta r , a reta paralela resultante será única.

Em resumo, podemos analisar um lance de futebol e verificar se o lance está impedido ou legal, da seguinte forma:

1. É feito a calibragem da câmera buscando o melhor ângulo.
2. Projetamos no plano (campo) o ponto do corpo dos jogadores de ataque e o penúltimo adversário, mais próximo a linha de fundo.
3. Feita as projeções, traçamos retas paralelas a linha de fundo que passam por esse ponto.

Esses três passos, juntamente com a explicação matemática dos conceitos abordados foram trabalhados em sala de aula à luz da metodologia de modelagem matemática.

2 METODOLOGIA

Este trabalho tem como metodologia qualitativa onde haverá um questionário semi-estruturado de avaliação da atividade, a aprendizagem matemática ocorrerá a partir da análise de lances de futebol, para determinar quando houver impedimento. Para isso observa-se 03 (três) lances de futebol onde tudo que se avalia refere-se a matemática.

A amostra é de uma turma do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Em Tempo Integral Integrado Professora Izaura Antônia de Lisboa, a amostra é não probabilística e intencional, na qual participaram 30 alunos. Como instrumento avaliativo realizamos uma atividade com a turma. Foram formados trios com os alunos na sala, onde foram distribuídos um lance de futebol impresso para os mesmos determinarem impedimento ou não, a partir das técnicas estudadas. Além disso, distribuimos réguas, compassos e transferidores, com o intuito de que os alunos consigam representar adequadamente as retas e projeções.

Posteriormente entregamos um questionário semi-estruturado de avaliação da atividade para cada aluno, contendo um total de nove perguntas abertas. Para análise dos dados obtidos utilizamos a codificação dedutiva para extrair os dados e montar tabelas.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

No início da atividade, indagamos à turma se apreciavam o futebol e se tinham conhecimento das regras para a determinação do impedimento em um lance. Após essa consulta, se observou que um grande número de alunos demonstrava interesse pelo futebol, entretanto, dentre aqueles que manifestaram apreço pelo esporte, apenas uma minoria tinha conhecimento das regras, sendo esta minoria composta por alunos que já tinham experiência na prática do futebol.

Posteriormente, iniciamos a explicação acerca da regra de impedimento no futebol e das circunstâncias que levam a punições, determinando quando uma jogada é considerada impedimento. (Ver figura 1 e 2)

Figura 1- Explicando as regras de impedimento no futebol.



Fonte: Autores, 2023.

Figura 2- Aluno explicando a regra do impedimento no futebol.



Fonte: Autores, 2023.

Durante a explicação matemática sobre as técnicas utilizadas pelo árbitro de vídeo, notou-se uma grande dificuldade na compreensão dos conceitos abstratos da geometria posicional. Através da Modelagem Matemática, foi possível destacar a aplicação desses conceitos abstratos na realidade, tornando a compreensão desses princípios mais perceptível.

Após esse momento de discussão e exploração do conteúdo, aplicamos o trabalho na turma. Verificamos nos resultados obtidos da atividade que os alunos conseguiram compreender a regra de impedimento e em relação a esta temática houve pouca dúvida. Durante a aplicação do trabalho nos chamou a atenção uma equipe, designada por nós de “Grupo A”, notamos que eles conseguiram compreender a regra de impedimento, pois conseguiram visualizar a situação com clareza, identificando o atacante e o penúltimo adversário. Além disso, aplicaram corretamente a técnica utilizada pelo árbitro de vídeo, que, embora essa análise seja

realizada com recursos tecnológicos, pode ser facilmente compreendida através das técnicas apropriadas de desenho geométrico. O grupo determinou o impedimento e concluiu a atividade.

Foram formados um total de dez trios, sete deles concluíram atividade com respostas semelhantes às vistas anteriormente. Três trios tiveram dificuldades referentes ao desenho geométrico da reta paralela e projeção ortogonal. Apresentamos duas dessas respostas. (Ver figura 3 e 4)

Figura 3- Resposta de um grupo.



Fonte: Autores, 2023.

Figura 4- Resposta de um grupo.



Fonte: Autores, 2023.

Na figura 3, os alunos não passaram a reta paralela pela projeção do ponto (a parte mais próxima do jogador em relação a linha de fundo). Já na figura 4 os alunos não conseguiram representar corretamente a reta paralela. Notamos durante a

aplicação da atividade que alguns alunos tiveram muita dificuldade em representar as retas paralelas e isso se confirmou com as respostas do questionário de avaliação da atividade.

A primeira pergunta do questionário era a seguinte: Em sua opinião, a atividade foi proveitosa para aprofundar o entendimento sobre o conteúdo estudado? Justifique.

Tabela 1- Análise das respostas.

Aproveitamento da atividade	Quantidade de alunos
Considerou a atividade proveitosa	96,6 %
Não considerou proveitosa	3,4%

Fonte: Autores, 2023.

Dos 30 alunos que responderam, 29 alunos consideraram a atividade proveitosa por motivos como, a atividade ter sido realizada em grupo ou por ter sido interativa ou por ter abordado um tema “diferente”, o futebol.

A segunda pergunta tratava o seguinte, houve algum aspecto da atividade que você achou especialmente útil para o seu aprendizado? Se sim, descreva.

Tabela 2- Análise das respostas.

Aspecto especialmente útil para o aprendizado	Quantidade de alunos
Identificou algum aspecto útil	93%
Não identificou nenhum aspecto útil	7%

Fonte: Autores, 2023.

Cerca de 28 alunos responderam que acharam algum aspecto útil para o seu aprendizado como conhecer a forma como o VAR trabalha e os conceitos abordados durante a atividade. Segue algumas respostas: Na terceira pergunta, questionamos o seguinte, houve algum desafio ou dificuldade que você encontrou durante a atividade que afetou seu aprendizado? Se sim, explique.

Tabela 3- Análise das respostas.

Desafio ou dificuldade	Quantidade de alunos
Encontrou algum desafio ou dificuldade	90 %

Não encontrou nenhum desafio ou dificuldade	10%
---	------------

Fonte: Autores, 2023.

Dos 30 alunos, 27 responderam que a maior dificuldade ou desafio foi desenhar as retas paralelas, algumas respostas: Na quarta pergunta, que questionava o seguinte, enumere de 0 a 10, como você avaliaria sua confiança em aplicar o que aprendeu nesta atividade em situações futuras. Obtemos uma média aritmética 07.

Tabela 4- Análise das respostas.

Confiança em utilizar o conhecimento adquirido em situações posteriores.	De 0 a 10
Média aritmética	7

Fonte: Autores, 2023.

A quinta e última pergunta era referente ao seguinte, você já encontrou situações em sua vida diária em que a compreensão desses conceitos matemáticos foi útil? Se sim, poderia compartilhar um exemplo?

Tabela 5- Análise das respostas.

Utilidade da compreensão dos conceitos matemáticos	Quantidade de alunos
Encontrou utilidade	10 %
Não encontrou utilidade	90%

Fonte: Autores, 2023.

Obtivemos as respostas dos 30 alunos que responderam, 27 responderam “não”, os demais 03 alunos responderam “sim” e citaram apenas o exemplo trabalhado em sala de aula, não conseguiram descrever outra situação que a compreensão dos conceitos de geometria de posição foi útil.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho, conseguimos analisar o quanto a Modelagem Matemática é importante para ser aplicada em sala de aula, com o intuito de melhorar o aprendizado dos alunos. Vimos que existem vários trabalhos acadêmicos sobre essa metodologia de ensino e até mesmo cursos de pós-graduação com esse tema. Podemos citar também um dos maiores autores da educação sobre o ensino,

D'Ambrósio que trata a Modelagem como uma ótima opção de metodologia a ser utilizada na Educação Básica.

Alguns conteúdos da Matemática apresentam maior dificuldade para o professor explicar a sua aplicação na prática. E Projeção ortogonal traz um pouco dessa dificuldade, mas conseguimos enxergar sua utilização no futebol, ou melhor, na tecnologia utilizada pelos árbitros de vídeo para averiguação de possíveis lances de impedimento do futebol. Escolhemos essa aplicação pela cultura futebolística do nosso país, onde a grande maioria da população já teve algum contato com o futebol. Foi necessário ter esse cuidado na escolha da aplicação, pois, não podemos aplicar em algo que não faça parte da realidade dos alunos. Por exemplo, não dá para fazer essa aplicação em países que não têm a cultura do futebol.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), também sugere a utilização da Modelagem Matemática, por ser uma metodologia que leva em consideração a cultura regional de cada local do país e as vivências dos discentes. Encontramos nas referências curriculares de Alagoas, também, a sugestão de usar a Modelagem, com intuito dos professores ensinar por meio das experiências do cotidiano dos alunos, colocando como modelo para a elaboração das suas aulas.

Percebemos que a Modelagem Matemática surge simultaneamente à Matemática, pois, a Matemática surgiu através da necessidade dos povos da antiguidade resolver os problemas que surgiam no dia a dia. Desta forma a Matemática era dominada por meio da sua aplicação em tarefas cotidianas, ou seja, por meio de modelos matemáticos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Werle De; SILVA, Karina Pessoa DA; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2016.

BARBOSA. J. C. **Teacher – student interactions in mathematical modelling**(ICTMA12): educativo, engineering and economics. Chichester: Horwood Publishing, 2007a. p. 232 – 240.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018

BASSANEZZI, R. C. **Ensino – aprendizagem com modelagem matemática**. São Paulo: Contexto, 2009.

BELTRÃO, M. E. P. **Ensino de Cálculo pela Modelagem Matemática e Aplicações - Teoria e Prática**. 2009. 320 f. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

BIEMBENGUT, Maria Salette; HEIN, Nelson. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. Ed. São Paulo: Contexto, 2003.

COZENGA, Ramon M.; GUERRA, Leonor B. **Neurociência e educação: como o cérebro aprende**. Porto Alegre: Artmed,.

FONSECA, Kátia Rúbia Silva Carneiro. **Modelagem Matemática no Ensino Básico**. 2017. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 2017.

LIMA FILHO, E. C. **Modelos matemáticos nas ciências não exatas**. In: NOGUEIRA, E. D.; MARTINS, L. E. B.; BRENZIKOFER, R(orgs). Modelos matemáticos nas ciências não exatas: um volume em homenagem a Euclides Custódio de Lima Filho. São Paulo: Blucher, 2008.

ROSA, M. A. **Contribuições da modelagem matemática para abordagens multidisciplinares em cursos superiores**. In: Anais do I Congresso Brasileiro Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia. Anais[...]. Diamantina (MG) Online, 2020. Disponível em: <https://www.even3.com.br/anais/icobicet2020/269678-CONTRIBUICOES-DA-MODELAGEM-MATEMATICA-PARA-ABORDAGENS-MULTIDISCIPLINARES-EM-CURSOS-SUPERIORES>. Acesso em: 22 de junho de 2023.

SIBEMBERG, L. S.; NOTARE, M. R. **Futebol em Sala de Aula: a geometria dinâmica e a interpretação de um lance polêmico**. Bogotá: Góndola, 2021.

STOCCO, Kátia Cristina Smole; DINIS, Maria Ignez de Souza Vieira. **Matemática: Ensino Médio**, volume 2, 6 ed. São Paulo: Saraiva, 2010.