

UMA BREVE HISTÓRIA DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL CONTRIBUIÇÕES DE NEWTON E LEIBNIZ

Jose Max de Souza Alves ¹
José Joelson Pimentel de Almeida ²

RESUMO

O cálculo diferencial e o cálculo integral são alguns dos artifícios mais poderosos das ferramentas matemáticas da atualidade. Sua descoberta tem contribuído para a evolução de diversas outras ciências devido a sua vasta aplicação. Porém, para chegar a essa descoberta, a humanidade estuda o assunto há séculos, buscando respostas para problemas de áreas e similares que eram do cotidiano das diversas sociedades da época, e atualmente, com a contribuição de diversos pensadores, percebe-se que a aplicação do cálculo é muito maior do que inicialmente imaginado ao iniciar esta pesquisa. Os primeiros registros que nos levam a pensar na ideia de cálculo datam de 1.800 a.C., e desde a antiguidade, grandes nomes, como Arquimedes, Kepler e Fermat, deram sua contribuição ao estudo, até que no século XVII, Newton e Leibniz chegaram, independentemente, a fórmulas para utilizar o cálculo de maneira funcional. Através dessas descobertas feitas por Newton e Leibniz, muitos outros matemáticos trabalharam para aperfeiçoar cada vez mais a ferramenta, como, por exemplo, L'Hospital, Lagrange, Cauchy e Riemann.

Palavras-chave: Cálculo integral, Cálculo, História, Newton, Leibniz.

¹ Graduando do Curso de Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, jose.max@aluno.uepb.edu.br;

² Docente Orientador do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB jjmat@servidor.uepb.edu.br;

1. INTRODUÇÃO

O cálculo diferencial e integral é uma das mais importantes ferramentas matemáticas utilizadas em diversas áreas do conhecimento, desde a própria matemática até áreas como a física, economia, engenharias e medicina. Seu desenvolvimento foi resultado de um longo processo histórico que teve início com as antigas civilizações e que passou por diversas etapas até alcançar a sua forma atual.

O século XVII trouxe grandes avanços na matemática, principalmente devido à abertura de novos campos de estudo. No entanto, a maior conquista matemática desse período foi à invenção independente do cálculo diferencial e integral, ou cálculo infinitesimal, por Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz na segunda metade do século.

De acordo com Eves (2004, p. 417), “[...] com esta invenção, a matemática criativa entrou em um plano superior, e a história da matemática elementar essencialmente terminou”, acrescentando, Os principais conceitos de cálculo “[...] alcance e tanta influência no mundo moderno que, talvez, se possa dizer que, sem algum conhecimento delas, dificilmente alguém pode ser considerado alfabetizado hoje”.

O cálculo infinitesimal é o estudo do movimento e da mudança, antes com sua descoberta, os matemáticos ficaram amplamente limitados aos problemas estáticos de cálculo, medição e descrição de formas. Com o novo cálculo, é possível para os matemáticos estudar:

“[...] o movimento de planetas e corpos caindo na terra, a operação de máquinas, o fluxo de líquidos, a expansão de gases, forças físicas como magnetismo e eletricidade, voo, crescimento de plantas e animais, a propagação de epidemias e flutuações no lucro. Variação matemática torna-se um estudo de número, forma, movimento, mudança e espaço.” (DEVLIN, 2010, p. 24-25).

No início o cálculo era dirigido para o estudo da física, uma vez que muitos dos grandes estudiosos matemáticos dos séculos XVII e XVIII eram também físicos. Foi a partir dos meados do século XVIII, que com o aumento do interesse nos aspectos teóricos da matemática, concomitante com o interesse de suas aplicações, conforme passou a se compreender mais sobre a importância e o poder do cálculo, diversos matemáticos contribuíram no aprimoramento do cálculo diferencial e integral, facilitando a divulgação do cálculo no meio acadêmico e abrindo novos caminhos para o desenvolvimento de estudos e ampliando sua gama de utilizações.

No presente trabalho é abordada a história do cálculo, adquiridos por meio de pesquisas bibliográficas, de acordo com o surgimento do cálculo: a começar pela descrição de alguns fatos e contribuições de matemáticos, físicos e filósofos, que criaram as ideias e as teorias relacionadas ao que atualmente conhecemos sobre o cálculo; após será relatado o surgimento da integração, em seguida da diferenciação, e da junção de ambas, por meio do teorema fundamental do cálculo. Este artigo tem como objetivo apresentar um panorama da história do cálculo diferencial e integral, desde as suas origens até as contribuições mais recentes nessa

área. Para isso, serão apresentados os principais matemáticos e suas contribuições no decorrer dos séculos.

Desenvolvimento (Referencial Teórico)

2. COMPREENDEDO O CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL

O desenvolvimento do cálculo, diferente do convencional o qual vemos hoje, se deu em ordem inversa àquela que se costuma estudar, de modo que se sabe que o cálculo nos meios acadêmicos: o surgimento do cálculo integral veio muito antes que o cálculo diferencial:

A ideia de integrais tem origem no processo de somatório, que tem a ver com o cálculo de certas áreas e de certos volumes e comprimentos. As diferenciações subsequentes surgem de problemas de tangentes a curvas e problemas de valores máximos e mínimos. Mais tarde, descobriu-se que a integração e a diferenciação estão inter-relacionadas e são operações inversas. (EVES, 2004, p. 417).

O cálculo diferencial se trata de um subcampo do cálculo que estuda as taxas nas quais as quantidades mudam. É uma das duas divisões tradicionais do cálculo, sendo a outra o cálculo integral – onde o segundo trata-se de estudo da área sob uma curva.

2.1 Origens do Cálculo

As primeiras noções de cálculo apareceram no Egito e na Babilônia há mais de 2000 anos a.C. Os egípcios utilizavam um sistema simples de notação para registrar suas atividades econômicas, enquanto os babilônios desenvolveram técnicas avançadas para a resolução de problemas de geometria e aritmética.

No entanto, foi com os gregos que a matemática começou a ganhar o seu caráter científico. Os matemáticos gregos como Euclides, Pitágoras e Platão deram importantes contribuições para o desenvolvimento da geometria e da álgebra, criando a base para o desenvolvimento do cálculo.

2.2 Cálculo Integral

Existem alguns problemas para os quais as soluções minimamente satisfatórias são encontradas milhares de anos depois de terem sido estudadas pela primeira vez. É o caso do método das integrais, cujas origens remontam aos primórdios da topografia entendida como técnica de determinação da área da superfície da Terra.

De acordo com essa ideia, Eves (2004) aponta que as primeiras problemáticas da história do cálculo estavam relacionadas aos cálculos de áreas, dos volumes e dos comprimentos de arcos. Onde as formas que eram determinadas por linhas retas já eram calculadas há milênios, no entanto os cálculos mais precisos para formas compostas por linhas curvas seriam estudos mais recentes.

Nos impérios mais avançados da antiguidade, Egito e Babilônia, a ênfase inicial da matemática estava na aritmética e na medição. No segundo caso, estamos particularmente interessados em medir área de terra e espaço para colocação de grãos. Documentos provam que por volta de 2.000 a.C. os babilônios já estavam envolvidos na determinação da área de um polígono regular e da área de um círculo. A solução final para o problema de determinação de área veio de cálculos propostos quase simultaneamente por Newton e Leibniz no final do século XVII. Em particular, a integração é mais do que uma solução para o problema de determinação de área e volume. Portanto, vai além de seu uso em geometrias planares e espaciais.

Segundo Eves (2004), na antiguidade os gregos tinham grande conhecimento acerca de áreas de triângulos, dos círculos e das configurações a estes relacionadas, porém calcular a área de qualquer outra figura era um problema difícil de solucionar.

Arquimedes usou o método de equilíbrio, que usa o momento de um objeto para calcular a área ou o volume, e usou o método de fadiga para demonstrar com precisão seus resultados.

O método da fadiga corresponde ao cálculo integral grego e foi atribuído por Arquimedes ao discípulo de Platão, Eudoxo de Cnidos (BOYER, 2010). Ele diz que uma quantidade é infinitamente divisível com base na afirmação, onde “subtraia pelo menos metade de qualquer quantidade e subtraia mais da metade do restante e você terminará com menos do que qualquer outra quantidade ficada no mesmo valor” (EVES, 2004, p. 419).

Chegando com isso aos infinitésimos. Dentre os antigos matemáticos, o melhor que aplicou o método da exaustão, chegando muito próximo da atual integração, teria sido Arquimedes. Segundo Eves (2004) aponta que, Arquimedes conseguiu resultados equivalentes a muitas integrais definidas que são utilizadas atualmente, para o cálculo de áreas e volumes.

Considere-se uma questão abordada por Arquimedes, ao utilizar o método da exaustão. Que trata-se de dois modos para “exaurir”, por meio de polígonos regulares, a região delimitada por um círculo. Podendo promover a exaustão do círculo considerando um polígono regular de n lados circunscrito. A exaustão é referente ao processo junto o qual as áreas das duas figuras se tornam arbitrariamente próximas uma da outra, que, nesse caso, consiste em tomar o número n de lados do polígono cada vez maior.

Isto é a área do polígono (em excesso) no qual a circunferência está inscrita. Outra alternativa é a exaustão por falta. Nesse caso, consideramos polígonos inscritos na circunferência e escrevemos para a área A do círculo sendo esta a área do polígono (em falta) inscrito na circunferência.

Arquimedes concluiu que o número π deveria estar limitado por dois valores:



$$\frac{A_n -}{R^2} < \pi < \frac{A_n +}{R^2}$$

E, usando um polígono de 96 lados, obtém-se:

$$3 \frac{10}{71} < \pi < 3 \frac{10}{70}$$

2.3 Cálculo Diferencial

Por se tratar de uma das principais áreas do cálculo, a diferencial lida com o estudo das velocidades às quais certas grandezas variam. Segundo Eves (2004) a diferenciação se origina da relatividade dos problemas ao traçado de tangentes a curvas e das questões que visavam determinar máximos e mínimos de funções na Grécia antiga, todavia a primeira manifestação clara do método diferencial está datada no ano de 1629.

Desse modo, os principais objetos de estudo no cálculo diferencial são a derivada de uma função, noções relacionadas como o diferencial e suas aplicações.

O alemão Johannes Kepler (1571– 1630) observou que os incrementos de uma função tornam-se infinitesimais nas proximidades de um ponto de máximo ou de mínimo comum. Mas foi o matemático francês Pierre de Fermat (1601–1665) o primeiro a se manifestar de forma clara o método diferencial. Ao considerar a ideia de Kepler, Fermat estabelece um procedimento que visava determinar os pontos de máximo ou de mínimo, onde aponta que:

Se $f(x)$ há um máximo ou mínimo comum em x e se e for muito pequeno, então o valor de $f(x-e) = f(x)$ e, para que essa igualdade se trone correta, impõe que e assumo o valor zero. O resultado das raízes da equação darão, então, os valores de x para os quais $f(x)$ assume um máximo ou mínimo. (EVES, 2004, p. 429).

Esse método é conhecido como método de Fermat. Porém é método incompleto, já que ignora que a condição de a derivada de $f(x)$ se anular não é suficiente para que se obtenha um máximo ou mínimo comum e também não faria distinção entre os valores máximo e mínimo (EVES, 2004).

Outra das descobertas de Fermat foi um procedimento geral para que determine a tangente por um ponto de uma curva onde a equação cartesiana é dada. O método consistia-se em encontrar a subtangente relativa ao ponto de tangência sobre o eixo x e a intersecção da tangente com esse eixo (EVES, 2004).

Portanto, a derivada de uma função em um valor de entrada selecionado representa a taxa de variação da função perto desse valor de entrada. Esse processo de encontrar a derivada é chamado de diferenciação. Geometricamente, a derivada em um ponto é a inclinação da tangente ao gráfico de uma função naquele ponto, se a derivada existir e for definida naquele ponto.

2.4 Teorema Fundamental Do Cálculo

O início do século XVII foi um período de grande efervescência intelectual na Europa, que levaria ao nascimento do cálculo. Foi durante esse período que os avanços na geometria e na álgebra permitiram a criação de novas ferramentas para a resolução de problemas matemáticos.

Os matemáticos usavam restrições para calcular a área de uma forma com contorno curvo. Newton e Leibniz mostraram que o resultado poderia ser obtido mais facilmente usando integrais. Isso porque se o valor pode ser calculado como exatidão, também pode ser calculado como antiderivada. "Este importante resultado é chamado de Teorema Fundamental do Cálculo." (PIHOWIAK, 2011, p. 191).

O matemático inglês Isaac Barrow (1630–1677) criou uma abordagem de cálculo diferencial muito semelhante à usada hoje, chamada de triângulo diferencial:

Considera-se Barrow o primeiro a perceber, de modo claro, que a diferenciação e a integração são operações inversas uma da outra. Uma importante descoberta conhecida como teorema fundamental do cálculo que aparecem enunciada e provada nas *Lectiones de Barrow*. (EVES, 2004, p. 435).

Vidal (2012, ed. 14, p.23) fala que, em termos atuais, Barrow percebeu que “[...] se a derivada de uma função f é uma função g , então, para calcular a integral da função g no intervalo entre a e b , basta calcular $f(a)$ e $f(b)$ e tirar $f(a)$ de $f(b)$.” Em notação matemática moderna:

$$g(x) = f'(x) \Leftrightarrow \int_a^b g(x)dx = f(b) - f(a)$$

O Teorema fundamental do cálculo trata-se da base das duas operações centrais do cálculo, diferenciação e integração, onde são consideradas inversas uma da outra. Isto implica que se uma função contínua é primeiramente integrada e depois diferenciada, retorna-se na função original.

A ideia básica do cálculo de que uma quantidade é infinitamente divisível provavelmente vem de Antífono (c. 490 a.C.). Ele propôs que aumentando o número de lados de um polígono inscrito em um círculo, a diferença entre um círculo e a área limitada por um polígono com lados ilimitados poderia ser exaurida. Ele lançou as bases para um método que se tornou famoso na antiguidade, chamado de método da fadiga. Eudoxo de Cnido (c. 350 a.C.), geralmente associado a este método, explica-o de forma mais geral quando afirma: Pegar mais da metade dele, e assim para sempre, acabará por render uma porção menor do que outra predeterminada.

Dessa forma, ele encontrou um método para determinar a área de uma superfície plana, que é arbitrária inscrevendo no interior dela uma sequência de n polígonos, de modo que a soma

das áreas dessa sequência, ou a sequência destas áreas em si, viessem a convergir para a área da região delimitada pela curva dada inicialmente.

3. A CONTRIBUIÇÃO DE NEWTON E LEIBNIZ

Um dos principais matemáticos desse período foi Johannes Kepler, que formulou as leis que descrevem o movimento dos planetas ao redor do Sol. Kepler utilizou métodos geométricos para chegar a suas conclusões, antecipando os avanços do cálculo.

No entanto, foi com Isaac Newton e Gottfried Leibniz que o cálculo alcançou a sua forma atual. Newton desenvolveu o cálculo das diferenças, enquanto que Leibniz criou o cálculo integral, ambos trabalhando independentemente um do outro.

Newton e Leibniz sabiam que havia uma relação entre a inclinação da tangente e a área entre as curvas. A descoberta desse elo "combina cálculo diferencial e integral na ferramenta mais poderosa que os matemáticos já tiveram para entender o universo". (PIEHOWIAK, 2011, p. 173).

3.1 Isaac Newton (1642 – 1727)

Isaac Newton nasceu em 1642 na zona rural da Inglaterra. Quando jovem, ele demonstrou uma habilidade notável para criar miniaturas mecânicas originais. Enquanto estudava na Universidade de Cambridge, ele teve um caso com um livro de astrologia que despertou seu interesse pela matemática.

Depois de ler vários livros, ele começou a construir sua própria matemática, primeiro descobrindo o teorema geral do binômio e depois criando o equivalente atual do cálculo diferencial.

O método de fluxo foi escrito em 1671, mas não foi publicado até 1736. Neste estudo, assume-se que a curva é criada a partir do movimento dos pontos. Com base nessa suposição, as coordenadas do ponto tornam-se variáveis. A variável newtoniana é chamada de fluxo, e sua taxa de variação é chamada de fluxo. Unindo fluentes e fluência, conseguiu-se o que hoje chamamos de diferenciação. (EVES, 2004)

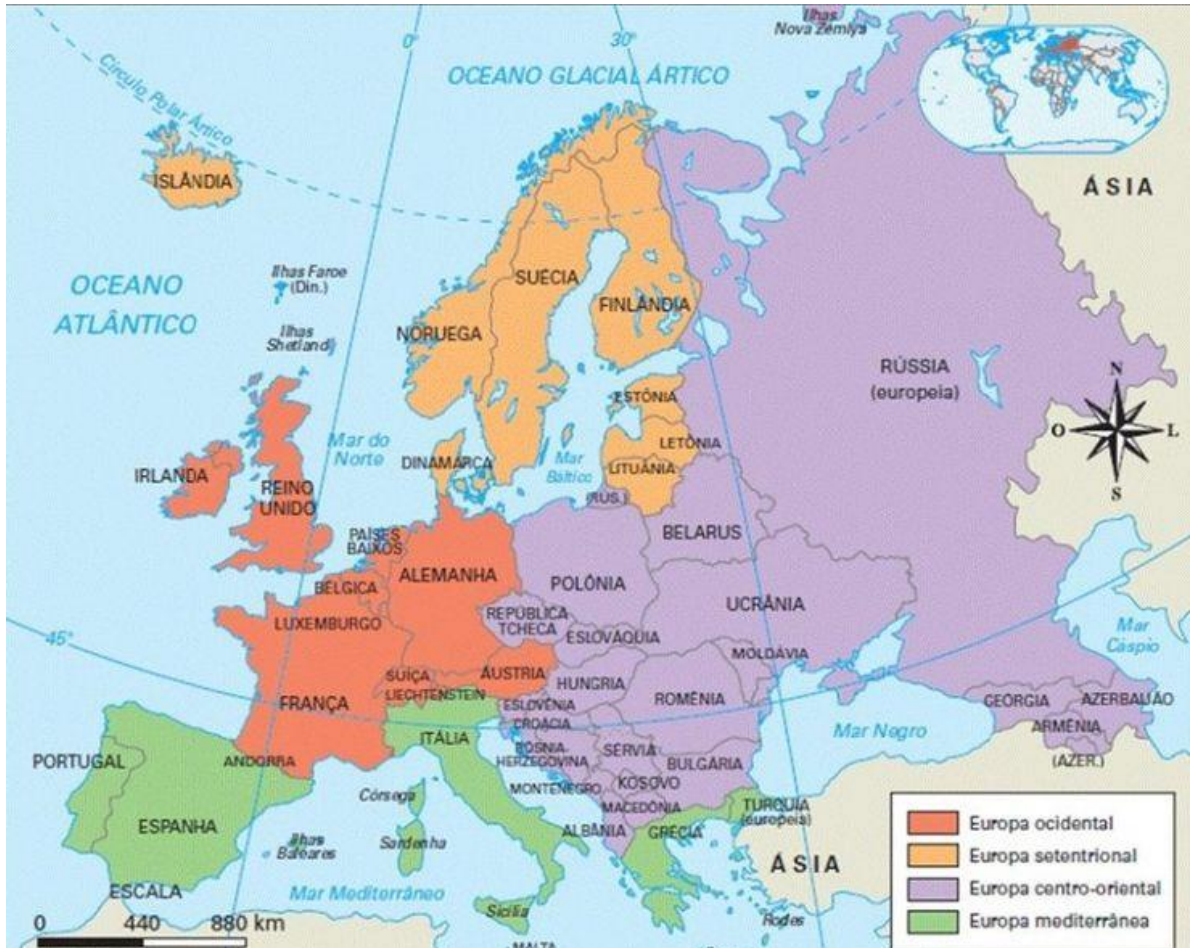
Embora Newton não tenha sido o primeiro a usar o cálculo diferencial e integral, seu legado no cálculo é um único algoritmo geral aplicável a qualquer função, seja algébrica ou transcendental (BOYER, 1996).

Eves (2004) apontou que Newton resolveu dois tipos de problemas com métodos de fluxo:

- Num primeiro momento, olhando para a relação entre diferentes eloquências, encontramos a relação entre essas eloquências e suas correntes, que hoje chamamos de diferenciação.
- A segunda considera a relação entre a eloquência e seu fluxo e explora a relação inversa tentando encontrar uma relação envolvendo apenas a eloquência. Este é o processo de diferenciação.

Newton descobriu várias aplicações importantes do método de fluxo. Ele também o aplicou a muitas quadraturas e correções de curvas, e demonstrou notável capacidade de incorporar múltiplas curvas derivadas. (EVES, 2004, p. 439-440).

Podemos começar assim a entender onde o cálculo começou a ser desenvolvido através de onde os grandes estudiosos da área nasceram e viveram a maioria do tempo, vejamos que Newton nasceu na Inglaterra, continente europeu como nos mostra a imagem:



Inglaterra (Reino Unido), destacado em vermelho na Europa Ocidental. CanStoke Photo

3.2 LEIBNIZ (1646 – 1716)

Nascido na Alemanha em 1646, Gorfried Wilhelm Leibniz é considerado o último gênio universal, tendo dominado matemática, filosofia e teologia com apenas 12 anos de idade. Durante sua vida esteve sempre envolvido em assuntos diplomáticos.

Continuando com o entedimento da parte geográfica do desenvolvimento do cálculo, temos agora a parte derfente a Leibnez, o qual como foi destacado acima, nasceu na Alemanha, que esta em destaque no mapa em vermelho, vejamos:



Alemanha, destacado em vermelho na Europa Ocidental. CanStoke Photo

Entre 1673 e 1676 Leibniz avançou seus estudos de cálculo, refinando suas ideias sobre o teorema fundamental do cálculo e estabelecendo muitas fórmulas diferenciais fundamentais. Ele usou pela primeira vez o símbolo \int para integrais em 1675. Este símbolo vem da primeira letra da palavra soma. Seu primeiro artigo sobre integrais foi datado em 1684 (EVES, 2004).

A invenção do cálculo provocou um grande debate entre Newton e Leibniz por muitos anos. O trabalho de Newton precedeu o de Leibniz, mas Leibniz foi o primeiro a publicar seus resultados. Acredita-se que os dois tenham avançado a pesquisa de forma independente.

Newton não foi o primeiro a fazer cálculo diferencial ou integral, nem foi ele a ver a relação entre essas operações no Teorema Fundamental do Cálculo. Sua descoberta é



combinar esses elementos em um algoritmo geral que pode ser usado para qualquer função, seja algébrica ou transcendental. (BOYLER, 2010, p. 274).

Ele usou cálculo diferencial para encontrar a tangente e resumo de cálculo ou cálculo integral para encontrar a quadratura da qual veio a nomenclatura em uso hoje. (BOYER, 2010).

Seu primeiro trabalho sobre cálculo diferencial foi publicado em 1684, no qual Leibniz definiu dx como um intervalo finito e arbitrário e dy como a razão $dy: dx = y$: subtangente. (Eva, 2004).

Em 1986 Leibniz publicou outra importante publicação enfatizando a relação inversa entre derivadas e derivadas no Teorema Fundamental do Cálculo. (BOYER, 2010, p. 278).

3.3 Newton versus Leibniz

Leibniz foi o primeiro a publicar suas descobertas sobre cálculo e cálculo, mas Newton desenvolveu a teoria anos antes, provocando um debate sobre o parentesco do cálculo. A Royal Society, composta pelos principais cientistas da Grã-Bretanha, acusou Leibniz de plágio que marcou um marco na carreira de German. (GAYO, 2010).

As expressões que ambos Os matemáticos usam são completamente diferentes. A única semelhança que existe é o uso de símbolos gerados. Outros matemáticos (GAYO, 2010, p. 151):

- "- A adoção das letras x e y eixo cartesiano (Descartes)
 - Expansão deste eixo para o lado negativo;
 - O uso atual do sinal de igual.
- (produzido por Robert Records, 1557).

Por ser o primeiro a desenvolver esta razão, Newton é chamado de pai do cálculo, embora:

A opinião predominante hoje é que ambos criaram o cálculo de forma independente. Embora a descoberta de Newton vindo anteriormente, os resultados publicados pela primeira vez por Leibniz. Se Leibniz não era tão profundo em matemática quanto Newton, era talvez mais eclético e embora inferior (...) como analista e físico matemático, pode ser concedido imaginação e sentimento mais aguçados se destaca em matemática (EVES, 2004, p. 444).

4. A CONSOLIDAÇÃO DO CÁLCULO

O cálculo se tornou uma ferramenta fundamental para a resolução de problemas matemáticos e para o avanço da ciência e da tecnologia. A partir do século XVIII, matemáticos como Leonhard Euler, Joseph Lagrange e Carl Friedrich Gauss fizeram importantes contribuições para a consolidação do cálculo.

Euler, por exemplo, desenvolveu diversas técnicas para a resolução de equações diferenciais, enquanto Lagrange criou o método dos multiplicadores de Lagrange para resolver problemas de otimização.



As descobertas dos grandes matemáticos (...) não se tornam automaticamente parte da tradição matemática. Eles podem desaparecer do mundo, a menos que outros cientistas tenham o cuidado de compreendê-los e olhá-los de uma perspectiva diferente, explicá-los, generalizá-los e apontar seu significado. (BOYER, 2010, p. 286).

Os primeiros a estudar o trabalho de Leibniz, e o fizeram entre os anos de 1687 e 1690, foram os dois irmãos italianos Jacques (1654–1705) e Johann (1667–1748) Bernoulli, onde o cálculo Leibniziano passou a ser difundido a partir da publicação dos artigos na *Acta Eruditorum*¹.

Os irmãos Bernoulli foram contribuintes para o desenvolvimento de métodos para resolver equações diferenciais e ampliaram o campo de suas aplicações, como exemplo, para resolver diversos problemas em mecânica com ajuda do cálculo, formulando-os como equações diferenciais (BOYCE, 2010).

Piehowiak (2008), introduz outra palavra importante da série de Bernoulli na história do cálculo. Daniel Bernoulli (1700-1782), filho de Johann Bernoulli. Daniel era um bom matemático, embora tivesse formação médica como seu pai e obtivesse um doutorado em medicina usando física matemática. Sua maior força no campo da computação é que ele aceitou e utilizou a teoria de Newton junto com o cálculo de Leibniz, o que contribuiu muito para o desenvolvimento da física matemática. Daniel também é um pioneiro no campo de equações diferenciais parciais.

Por volta de 1700, grande parte do cálculo visto nos cursos de graduação nos dias atuais foi estabelecida com temas mais complexos. (IEVES, 2004).

5. O CÁLCULO NO SÉCULO XX

O século XX foi marcado por avanços significativos no cálculo, especialmente com o surgimento da teoria das funções analíticas, introduzida por Augustin-Louis Cauchy e Bernhard Riemann. A análise real e a teoria da medida também se tornaram temas importantes na área do cálculo.

Outras importantes contribuições para o cálculo no século XX foram feitas por matemáticos como Henri Lebesgue, John von Neumann e Norbert Wiener. Lebesgue criou a integração de Lebesgue, que é o fundamento da medida em matemática, enquanto que von Neumann e Wiener contribuí.

O italiano Joseph Louis Lagrange (1736–1813) grande matemático, foi o primeiro que reconheceu a precariedade dos fundamentos da análise, e se empenhou para atingir o rigor necessário, influenciando as pesquisas matemáticas posteriores (EVES, 2004).

Jean Le Rond D'Alembert (1717–1783) Matemático francês observou que "mais atenção é dada para aumentar a educação da matemática do que para esclarecer sua entrada, e mais atenção é dada para elevá-la a um nível superior, em vez de fortalecer sua fundação" (GARBI, 2009, p. 299). D'Alembert foi um dos primeiros a apontar a fragilidade da ideia de quantidades infinitesimais como base da computação, e tentou substituí-la pelo conceito de limite. O francês Augustin-Louis Cauchy (1789-1857), conhecido como o "Apóstolo do Cálculo", comprovou o acerto de d'Alembert pelo rigor de seus argumentos matemáticos, mostrando que é possível usar valores infinitesimais sem usar valores infinitesimais. Sob o conceito de limite, segundo Gabi, Cauchy o definiu como: "Quando o valor continuamente atribuído a uma variável é infinitamente próximo de um valor fixo, e a diferença dele é a menor possível, esse valor é chamado o limite de todos os outros"

Podemos entender assim a trajetória do desenvolvimento do Cálculo visto que, o estudioso da área passaram muito tempo das suas vidas em viagens por novas nações, peguemos por exemplo Leibniz passou boa parte da sua vida na Alemanha, mas viajou pela França, Áustria, Itália e Inglaterra, enquanto Newton passou a maior parte de sua vida na Inglaterra, mas viajou para a França, Holanda e Escócia. Além disto podemos destacar países como Grécia e Egito onde estudiosos que lá viviam mostraram suas contribuições da época e com os registros da antiga região da Babilônia, podemos assim descrever a trajetória do cálculo da seguinte forma:



Fonte: o autor

Onde temos em destaque os países citados acima mostrando inicialmente o percurso que os estudiosos percorreram durante suas vidas.



6. CONCLUSÃO

O estudo deste artigo e a construção de como foi feita e elaborada a teoria do cálculo integral e diferencial atrelado ao uso e aplicações práticas para uma melhor visualização de problemas mais complexos pode resultar em um aprendizado significativo.

Assim desenvolve-se o raciocínio sistemático envolvido ao invés de um aprendizado mecanizado onde apenas aplica-se fórmulas sem entender o contexto, pois a formação e elaboração do cálculo não foi um processo simples, embora suas aplicações no atual século sejam de suma importância e os meios que nos cercam nos fazem refletir ainda mais acerca do assunto.

Ademais, esse estudo elaborado não se restringe apenas a um mero método de desenvolvimento de resolução de equações e funções dão sua importância a humanidade



REFERENCIAS

BOYCE, William E., DIPRIMA, Richard C. Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

BOYER, Carl B. História da matemática. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

DEVLIN, Keith. O gene da matemática. 5. ed. Rio de Janeiro: Record, 2010. EVES, Howard. Introdução à história da matemática. Campinas: Unicamp, 2004.

FLEMMING, Diva Marília, GONÇALVES, Mirian Buss. Cálculo A. 6. ed. São Paulo: Makron Books, 2006.

GARBI, Gilberto Geraldo. A rainha das ciências. 3. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

GAYO Jairo. Fundamentos e história da matemática. Indaial: Uniasselvi, 2010.

PICKOVER, Clifford A. O livro da matemática. Kerkdriel, Holanda: Librero, 2011.

PIEHOWIAK, Ruy. Equações diferenciais. Indaial: Uniasselvi, 2008.

_____. Cálculo diferencial e integral. Indaial: Uniasselvi, 2011.