

## LEI DO RESFRIAMENTO DE NEWTON - UMA RELAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E FÍSICA

Carlos Daniel Henrique de Sousa<sup>1</sup>  
Daliana Alves da Silva<sup>2</sup>  
Iara Luiza Mariano Oliveira<sup>3</sup>  
Wendell dos Santos Souto<sup>4</sup>  
Orlando Batista de Almeida<sup>5</sup>

### RESUMO

A lei do resfriamento de Newton, contabiliza os estudos feitos pelo físico mediante experimentos envolvendo situações de equilíbrio térmico entre um corpo e o ambiente a qual ele está exposto. O mesmo analisou situações de resfriamento e aquecimentos dentre os corpos em ambientes com temperaturas constantes, no qual, ao final dos seus testes ele percebeu que, a taxa de variação da temperatura em função do tempo é diretamente proporcional a variação da temperatura do corpo pela temperatura do ambiente em todos os pontos do corpo. Não se sabe ao certo quem finalizou o seu trabalho, contudo, ao analisarem os estudos de Newton perceberam que havia demasiada semelhança entre Equações Diferenciais Ordinárias (EDO) e com o intuito de formular um algoritmo para solucionar os problemas abrangente, foi assim desenvolvido o que hoje chamamos de fórmula do resfriamento de Newton. O intuito é mostrar as ligações entre aplicações físicas envolvendo os estudos de Isaac Newton e a matemática investigativa nas soluções desses problemas, reforçando o ideal de que tanto a matemática quanto a física são indispensáveis para a vida moderna uma vez que se originam como soluções e interpretações de problemas do mundo moderno.

**Palavras-chave:** Matemática. Modelagem, Resfriamento, Newton, Física.

### INTRODUÇÃO

Diante de uma sala de aula, somos confrontados pelos nossos alunos com a temida pergunta: “Onde iremos utilizar isto?”. De fato, existem conteúdos (em sua essência) que não serão utilizados em nossas vidas. Diferente da química e biologia onde conseguimos notar a presença de assuntos da sala de aula no meio exterior, contudo na Física e na Matemática, não enxergar uma fórmula de juro no dia a dia não significa dizer que não a utilizamos em nossos trabalhos, estudos, interações sociais e afazeres domésticos. Além disso, usufruímos de um vasto conhecimento científico em sua forma indireta, não por meio de cálculos de expressões variadas, mas em aplicações nas nossas vivências. Entendemos que muitos conceitos

---

<sup>1</sup> Graduando do Curso de Matemática do Instituto Federal - PB, henrique.sousa@academico.ifpb.edu.br;

<sup>2</sup> Graduanda do Curso de Física do Instituto Federal – PB, dalianaalves.23@gmail.com;

<sup>3</sup> Graduanda do Curso de Matemática do Instituto Federal – PB, iara.luiza@academico.ifpb.edu.br;

<sup>4</sup> Graduando do Curso de Matemática do Instituto Federal - PB, wendell.souto@academico.ifpb.edu.br;

<sup>5</sup> Graduado em Matemática pela Fundação Universitária ao Ensino Pesquisa e Extensão, Mestre em Matemática pela Universidade Federal - PB, orlando.almeida@ifpb.edu.br.

matemáticos podem parecer abstratos e distantes da vida cotidiana, especialmente quando não encontramos aplicações diretas em nossas vidas, mas não quer dizer que eles não estejam lá.

Ademais queremos enfatizar a importância de conectar o conhecimento às suas aplicações práticas, destacando que aprender algo sem entender como ele se relaciona com o mundo real pode ser comparado a nunca usar um livro por permanecer fechado. No ensino fundamental e médio, por diversas vezes os alunos não conseguem conectar o conteúdo apresentado a situações em que eles aparecem no dia a dia. Por isso, ao nos depararmos com suas aparições em nossas vidas, seja através de uma experiência ou relato, por exemplo, uma garrafa térmica na qual, sua estrutura irá reduzir a troca de calor entre o líquido e o seu meio externo. Dessa forma, o fato de não interligar o conteúdo com suas aplicações faz com que o indivíduo não interprete o mundo com uma visão científica.

Diante disso, buscamos apresentar uma abordagem do conteúdo de termologia de forma em que a matemática e a física interliguem-se a partir de uma prática experimental. Com isso, iremos propor uma aplicação da lei de resfriamento de Newton a partir de uma modelagem feita com auxílio das equações diferenciais ordinárias.

Vale ressaltar que, a lei do resfriamento de Newton (igualmente aplicável ao aquecimento) consiste em determinar a variação de temperatura “(T)” de um determinado corpo durante certo tempo “(t)” em um ambiente qualquer (temperatura do ambiente é dada por  $\Theta$ ). De forma que, o ganho ou perda de calor é de forma igualitária em todos os pontos desse corpo, ademais, a temperatura do ambiente onde esse corpo se encontra é constante. Então, a taxa de variação da temperatura de um corpo em determinado tempo (a taxa de variação temporal é dada pela derivada da temperatura em função do tempo), é proporcional a diferença entre a temperatura do corpo e o ambiente ou meio circundante ( $T - \Theta$ ).

$$\frac{dT}{dt} \approx (T - \Theta)$$

Portanto, podemos representar a lei do resfriamento de Newton por:

$$\frac{dT}{dt} = -k \cdot (T - \Theta),$$

onde  $k$  é uma constante real positiva arbitrária de proporcionalidade.

Uma observação importante a se fazer, é o caso da temperatura do corpo ser maior que a temperatura do ambiente, implicando em um processo de resfriamento, pois a única possibilidade para o corpo (com a ausência de interferência externa) é a perda de energia térmica até entrar em estado de equilíbrio térmico, em caso contrário, o processo é de aquecimento.

**Demonstração:**

Separando as variáveis, temos:

$$\frac{dT}{dt} = k \cdot (T - \Theta)$$

$$\frac{dT}{(T - \Theta)} = k \cdot dt$$

Integrando a equação acima, obtemos:

$$\int \left( \frac{dT}{(T - \Theta)} \right) = \int (k \cdot dt)$$

$$\ln |T - \Theta| = kt + c$$

Observe que  $T - \Theta$  vai ser sempre positivo para a situação de resfriamento de um corpo, e sempre será o negativo para o aquecimento de um corpo. Continuando o desenvolvimento da equação:

$$\ln |T - \Theta| = kt + c$$

$$T - \Theta = e^{kt+c_1}$$

$$T = \Theta + e^{kt+c_1}$$

$$T = \Theta + e^{kt} \cdot e^{c_1}$$

Observe que podemos substituir  $e^{c_1}$  por  $c$ , sendo uma constante arbitrária. Portanto, podemos expressar a lei do resfriamento de Newton como:

$$T(t) = \Theta + ce^{kt}, \text{ onde } k = \begin{cases} +k, & \text{para aquecimento;} \\ -k, & \text{para resfriamento.} \end{cases}$$

Como a temperatura do corpo é em função do tempo, podemos determinar a constante  $c$  pelo momento inicial da aferição pela seguinte forma.

$$T(0) = \Theta + ce^{-k \cdot 0}$$

$$T(0) = \Theta + ce^0$$

$$T(0) = \Theta + c$$

$$c = T(0) - \Theta$$

Logo, obtemos que uma equação particular para o resfriamento de Newton, dada por:

$$T(t) = \Theta + (T(0) - \Theta) \cdot e^{kt}, \text{ onde } k = \begin{cases} +k, & \text{para aquecimento;} \\ -k, & \text{para resfriamento.} \end{cases}$$



Embora pareça difícil de enxergar esse conteúdo para uma turma de ensino médio, podemos usufruir da fórmula particular proposta, tendo consciência do peso histórico desse estudo. A propósito, uma aplicação desse ensinamento, que visa investigar situações reais e assegurar justiça na sociedade, é a perícia criminal, onde através da medição da temperatura do cadáver é possível estimar a hora da morte, conseqüentemente deduzir o instante do assassinato ou suicídio. Contudo, quem pensa que a dedução do horário é feita por uma medição da temperatura habitual está equivocado.

Para ser feita determinada ação, o médico legista pode optar por medir a temperatura cerebral podendo ser através de um termômetro específico, onde é enquadrado pela entrada nasal até o cérebro, podendo ser feita também por um equipamento que emite um tipo de radiação infravermelha, o termômetro óptico ou digital. De forma similar, no caso de medição feita pelo fígado, é feito um corte na região lateral do abdome para inserção do termômetro ou apenas a utilização a uma certa distância com o digital.

Figura 1 - Termômetros e exemplo de aferição da temperatura do cérebro.

**Exemplos de termômetros  
digitais/infravermelhos**



Fonte: <https://www.canaldepericia.org/>.

Todavia, pode surgir o questionamento se todo esse procedimento é mesmo necessário, “será que não podemos utilizar o método normal de medição pela axila ou até mesmo a boca?”. Tome como exemplo a seguinte situação, em uma sala com a temperatura constante tome 3 recipientes com água de diferentes temperaturas-fria, natural e quente- peça para que alguém coloque a mão no recipiente com água fria e em seguida no que contém água natural, certamente ele dirá que um tem água fria e o outro água quente. Agora peça para que outra pessoa coloque a mão no recipiente com água quente e em seguida no que contém água normal, certamente ela dirá que um tem água quente e o outro água fria. Dessa forma podemos ver que apenas o contato com a epiderme não é suficiente para afirmar com exatidão a temperatura do corpo.

## METODOLOGIA

Muitas das vezes em sala de aula, somos confrontados pelos nossos alunos com a temida pergunta: “Onde iremos utilizar isto?”, de fato há vezes que não usaremos determinado assunto (em sua essência) em nossas vidas, diferente da química e biologia, não conseguimos enxergar, por exemplo, um polinômio. A exemplo disso: não ver uma fórmula de juros no dia à dia, não significa dizer que não a utilizamos em nossos trabalhos, estudos, interações virtuais e afazeres domésticos, usufruímos de um vasto conhecimento científico em sua forma indireta, não por meio de cálculos de expressões variadas ou até mesmo, uma garrafa térmica que contém um vidro com duas paredes espelhadas e as duas contém um vácuo, na qual, essa estrutura irá reduzir a troca de calor entre o líquido e o meio externo. mas com saberes pesquisados, comprovados, analisados e moldados para sua simplicidade com afins relacionados ao nosso viver diário.

Em contraponto, no ensino fundamental e médio não chegamos a ser apresentados vários assuntos pelo seu grau de complexidade que o torna inadequado para aquele momento. Contudo, vivenciamos ou nos deparamos com suas consequências em nossas vidas, seja através de uma experiência ou relato. A exemplo disso estão os filmes, novelas e séries de gêneros diversificados, onde para ser feita determinada ação perigosa de um dublê, uma explosão artificial ou uma perseguição com acidente, é necessário uma preparação matemática para que a cena ocorra corretamente sem erros e riscos, através de cálculos matemáticos e físicos é elaborado todo um cronograma para que as ações não acarretem em ameaça para a vida de nenhum dos envolvidos.

Com isso, a Lei do Resfriamento de Newton descreve o processo pelo qual um objeto aquecido perde calor para o ambiente circundante, e a taxa de resfriamento é proporcional à diferença entre a temperatura do objeto e a temperatura do ambiente. Dessa forma, Para obter um melhor desfecho no ensino, realizamos um experimento que teve por objetivo comprovar por meio de resultados a veracidade da lei do resfriamento, possibilitando a ligação entre teoria e prática. Pois, desta forma os alunos são construtores ativos do seu próprio conhecimento, o que torna a aprendizagem mais prazerosa e motivadora para os discentes.

O experimento foi realizado no laboratório com ar-condicionado cuja temperatura indicada era de 26°C, diante disso, foram observadas as diferentes variações da temperatura da água contida no recipiente com o passar do tempo e auxílio de um termômetro de cobre, no

qual tratamos os processos de aquecimento e resfriamento. Na primeira etapa, adicionamos a um becker de 250 ml, 200 ml de água cuja temperatura inicial era de 10,5°C, em seguida foram feitas aferições consecutivas com o auxílio do termômetro em um intervalo de 40 minutos.

Figura 2 - Processo de aquecimento da água.



Fonte: Daliana Alves.

As tabelas a seguir (1, 2 e 3), mostram as aferições das temperaturas feitas em diferentes intervalos de tempo:

Tabela 1 - Aquecimento no intervalo de 2 minutos.

Intervalo	Tempo (minutos)	Temperatura (°C)	Varição (°C)
1	0	10,5	0
2	2	11	0,5
3	4	11,9	0,9
4	6	12,5	0,6
5	8	13	0,5

Fonte: Autoria própria.

Tabela 2 - Aquecimento no intervalo de 5 minutos.

Intervalo	Tempo (minutos)	Temperatura (°C)	Varição (°C)
1	0	10,5	0
2	5	12	1,5
3	10	13,5	1,5

4	15	14,9	1,4
5	20	15,9	1

Fonte: Autoria própria.

Tabela 3 - Aquecimento no intervalo de 10 minutos.

Intervalo	Tempo (minutos)	Temperatura (°C)	Varição (°C)
1	0	10,5	0
2	10	13,5	3
3	20	15,9	2,4
4	30	17,9	2
5	40	19,2	1,3

Fonte: Autoria própria.

Para a segunda etapa, foi aquecido 200 ml de água, sem perda de matéria, até 60°C, em seguida, o líquido foi transferido para outro becker de 250 ml onde foram feitas as aferições consecutivas da temperatura durante o mesmo intervalo de 40 minutos.

Figura 3 - Processo de resfriamento da água.



Fonte: Autoria própria.

As tabelas a seguir (1, 2 e 3), mostram as aferições das temperaturas feitas em diferentes intervalos de tempo:

Tabela 4 - Aquecimento no intervalo de 2 minutos.

Intervalo	Tempo (minutos)	Temperatura (°C)	Varição (°C)
1	0	60	0
2	2	57,8	-2,2
3	4	56,9	-0,9
4	6	54	-2,9
5	8	52,9	-1,1

Fonte: Autoria própria.

Tabela 5 - Aquecimento no intervalo de 5 minutos.

Intervalo	Tempo (minutos)	Temperatura (°C)	Varição (°C)
1	0	60	0
2	5	55	-5
3	10	52	-3
4	15	47,5	-4,5
5	20	44,9	-2,6

Fonte: Autoria própria.

Tabela 6 - Aquecimento no intervalo de 10 minutos.

Intervalo	Tempo (minutos)	Temperatura (°C)	Varição (°C)
1	0	60	0
2	10	52	-8
3	20	44,9	-7,1
4	30	40,3	-4,6
5	40	37,3	-3

Fonte: Autoria própria.

Concluída a parte laboratorial, foi feita a investigação matemática acerca dos fenômenos encontrados.

A propósito, uma aplicação de ambas ciências que visam investigar situações reais e assegurar justiça na sociedade diante crimes que envolve morte é a Lei do resfriamento de Newton na perícia criminal, onde através da medição da temperatura do cadáver é possível estimar a hora da morte, conseqüentemente a hora do assassinato ou suicídio. Contudo, quem pensa que a dedução do horário é feita por uma medição da temperatura habitual está equivocado.

Ao incorporar a perícia criminal no ensino de ciências, os educadores podem criar experiências práticas e interdisciplinares que conectam teoria e aplicação do conhecimento científico no mundo real, ao mesmo tempo em que despertam o interesse dos alunos. Em seu estudo sobre o tema, Rodrigues (2010) identificou que a perícia criminal está presente tanto em obras de ficção quanto em jornais, por exemplo, contribuindo desta forma com a atratividade do conteúdo. Dessa forma, buscamos entrelaçar o ensino de física com a prática de laboratório. Além disso, contextualizamos o ensino com a prática realizada pelos peritos criminais, com enfoque na física forense.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Com os dados registrados durante o experimento, partimos para interpretação física e matemática dos resultados, com a intenção de averiguar a eficácia da fórmula no exemplo. Através do Geogebra e Planilhas Google, construímos gráficos e tabelas para melhor comparação visual entre os processos de resfriamento e aquecimento. Os registros feitos acerca das temperaturas em determinados intervalos foram explorados como pontos e interpretados como diferentes funções lineares, embora que, na realidade eles apresentem oscilações não lineares, conforme mostrado no gráfico.

Ademais, para construção da fórmula que melhor representa estes processos, consideramos diferentes valores de  $k$  para cada um deles, baseando-se na temperatura registrada em 2 minutos e 40 minutos, conforme mostrado na tabela abaixo.

Tabela 7 - Valores admitidos pela constante  $k$ .

$k$	Aquecimento	Resfriamento
Expressão	$-\frac{1}{38} \cdot \ln\left(\frac{15}{6,8}\right)$	$\frac{1}{38} \cdot \ln\left(\frac{31,8}{11,3}\right)$
Valor	-0.02081914708	0.02722798853

Fonte: Autores.

Logo, partindo da equação particular,  $T(t) = \Theta + (T(0) - \Theta) \cdot e^{-kt}$ , e tendo este valor para a constante  $k$ , obtemos a equação  $T(t) = 26 - 15,5 \cdot e^{-\frac{1}{38} \cdot \ln\left(\frac{15}{6,8}\right)t}$  para o processo de aquecimento da água e  $T(t) = 26 + 34 \cdot e^{-\frac{1}{38} \cdot \ln\left(\frac{31,8}{11,3}\right)t}$  para o processo de resfriamento da água.

A tabela a seguir mostra as aproximações numéricas e percentuais dos experimentos observados e os cálculos realizados. Nela consta as diferenças de temperatura, bem como o

percentual de imperfeição da continuidade da sequência em comparação com os cálculos numéricos, vale ressaltar que estes números encontrados no experimento não estão omissos de erros.

Tabela 8 - Comparação dos dados obtidos no intervalo de 2 minutos.

Tempo (min)	Aquecimento (°C)		Diferença (°C)	Falha (%)	Resfriamento (°C)		Diferença (°C)	Falha (%)
	Experimento	Cálculo			Experimento	Cálculo		
0	10,5	10,5	0	0	60	60	0	0
2	11	11,13	-0,13	1,20	57,8	58,20	0,40	0,69
4	11,9	11,74	0,16	-1,36	56,9	56,49	-0,41	-0,72
6	12,5	12,32	0,18	-1,44	54	54,88	0,88	1,62
8	13	12,88	0,12	-0,94	52,9	53,35	0,45	0,84

Fonte: Autores.

Tabela 9 - Comparação dos dados obtidos no intervalo de 5 minutos.

Tempo (min)	Aquecimento (°C)		Diferença (°C)	Falha (%)	Resfriamento (°C)		Diferença (°C)	Falha (%)
	Experimento	Cálculo			Experimento	Cálculo		
0	10.5	10.5	0	0	60	60	0	0
5	12	12.03	-0.03	0.27	55	55.67	0.67	1.22
10	13.5	13.41	0.09	-0.64	52	51.90	-0.10	-0.20
15	14.9	14.66	0.24	-1.63	47.5	48.60	1.10	2.32
20	15.9	15.78	0.12	-0.76	44.9	45.72	0.82	1.83

Fonte: Autores.

Tabela 10 - Comparação dos dados obtidos no intervalo de 10 minutos.

Tempo (min)	Aquecimento (°C)		Diferença (°C)	Falha (%)	Resfriamento (°C)		Diferença (°C)	Falha (%)
	Experimento	Cálculo			Experimento	Cálculo		
0	10.5	10.5	0	0	60	60	0	0
10	13.5	13.41	0.09	-0.64	52	51.90	-0.10	-0.20
20	15.9	15.78	0.12	-0.76	44.9	45.72	0.82	1.83
30	17.9	17.70	0.20	-1.12	40.3	41.02	0.72	1.79
40	19.2	19.26	-0.06	0.31	37.3	37.44	0.14	0.38

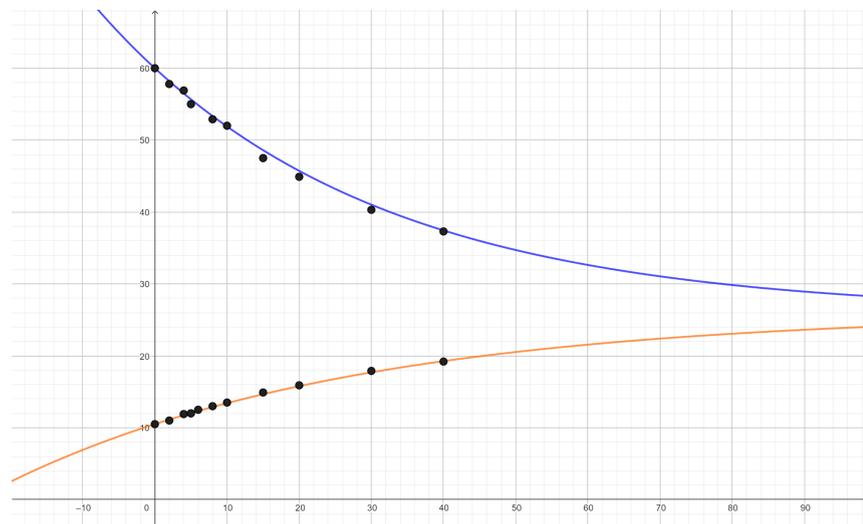
Fonte: Autores.

Os dados expostos nas tabelas, mostram que a os resultados encontrados por meio da pesquisa são condizentes com os possíveis resultados encontrados por meio do cálculo, onde para este caso a temperatura da água em um certo instante  $t$ , pode ser encontrada por meio de da fórmula citada anteriormente, com uma margem de erro percentual de 2,4%, e o registro de

temperatura estando por volta  $1,2^{\circ}\text{C}$ . Dentre os valores expostos nas tabelas, podemos destacar que o instante de tempo onde teve maior percentual de erro, dentre os observados, foi o de 15 minutos, onde a diferença de temperatura mediu aproximadamente  $1,1^{\circ}\text{C}$  e o erro percentual foi de 2,3% em relação a temperatura aferida durante o experimento pela temperatura calculada através da função.

Mesmo que o erro percentual não tenha chegado a sequer 3%, acreditamos que essas imprecisões com os números decimais, tenha ocorrido por deslizos técnicos no momento de aferição e registros dos dados. Podemos reforçar a ideia antes expostas que a perda ou ganho de calor não é resultado de uma relação linear, mas, de uma função exponencial.

Gráfico 1 - Função encontrada sobre o resfriamento e aquecimento da Lei de Newton com pontos registrados durante o experimento.



Fonte: Autores.

O gráfico 1, expõe as funções encontradas de resfriamento (curva azul) e aquecimento (curva vermelha) onde temos no eixo  $x$  o registro do tempo em minutos, e no eixo  $y$  as respectivas temperaturas. Por fim, estes pontos na cor preta, representam a sequência de valores da temperatura registrada durante o procedimento laboratorial.

Ressaltando o ramo Matemático e Físico anexo a interpretação do gráfico 1, temos que tanto as sequências de pontos como as funções, em suas respectivas situações, convergem para um mesmo valor, ou seja, quanto maior for o tempo do corpo exposto àquela temperatura, mais ele tende a se igualar a ela.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do exposto, chegamos à conclusão de que, em suma, a contextualização é uma estratégia eficaz para tornar o ensino mais atrativo, aumentando o interesse, engajamento e motivação dos alunos. Ao apresentar os conceitos de maneira contextualizada, os educadores podem criar um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e envolvente. Dessa forma, buscamos uma alternativa para o ensino de um conteúdo da disciplina de física que poderia ser menos atrativo se apresentado formalmente e sem conexões com a realidade ou sem uma atividade prática. Assim, concluímos que conseguir trazer atratividade para um conteúdo pode não ser uma tarefa fácil, porém esta prática promove a interação e construção do conhecimento por parte dos alunos.

## REFERÊNCIAS

ZILL, Dennis G.; CULLEN, Michael R. **Equações diferenciais**. 3º. ed. São Paulo: Pessotti, 2017.

HALLIDAY, David.; RENISCK, Robert.; WALKER, Jearl. **Fundamentos da física; gravitação, ondas e termodinâmica**. 9º. ed. Rio de Janeiro, Ltc.2012.

DIAS FILHO, Claudemir Rodrigues; ANTEDOMENICO, Edilson. A perícia criminal e a interdisciplinaridade no ensino de ciências naturais. **Química nova na escola**, v. 32, n. 2, p. 67-72, 2010.

Santos, P. M. E., Fagundes, A. W. R., Barboza, C. M., & de Deus, J. A. **MODELAGEM MATEMÁTICA NA LEI DE RESFRIAMENTO DE NEWTON: EXPERIÊNCIA COM GARRAFAS TÉRMICAS**. *South American Journal of Basic Education, Technical and Technological*, 6(2), 21-39, 2019.