

DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM SOBRE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ENVOLVENDO SISTEMAS DE EQUAÇÕES DO 2º GRAU NO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Hélio Oliveira Rodrigues: UDELMAR/CL; IFPE-EaD; FAINTVISA/PE

RESUMO

Nos dias atuais, muitas são as dificuldades dos alunos na hora da resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau. Na Álgebra os alunos estranham quando surgem as letras ao invés de números, gerando de certa forma, muita confusão. Outra dificuldade dos alunos é na hora de passar da linguagem natural para a linguagem algébrica e em particular nos problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau que é empregado em várias áreas do conhecimento tais como Engenharia, Química, Física entre outras. A presente pesquisa tem como objetivo analisar as dificuldades de aprendizagem dos alunos do 1º ano do Ensino Médio na resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau. A pesquisa foi desenvolvida com 29 (vinte e nove) alunos de uma escola pública na cidade da Vitória de Santo Antão, município do estado de Pernambuco. Os procedimentos metodológicos foram desenvolvidos em 4 (quatro) momentos e envolvendo 4 (quatro) questões. Os resultados indicaram que os estudantes apresentaram dificuldades não apenas na interpretação do problema, mas também nos métodos matemáticos para resolver os sistemas e na transformação da linguagem contextualizada, para linguagem algébrica.

Palavras chave: Dificuldades de aprendizagem, Resolução de Sistemas de Equações do 2º Grau e Ensino Médio.

INTRODUÇÃO

Esta pesquisa tem o intuito de analisar as dificuldades enfrentadas pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio, no ato da interpretação e resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau, onde as situações problemas envolveram duas incógnitas. A pesquisa está embasada na análise dos obstáculos em interpretar problemas, organizadas com base na teoria das Representações Semióticas de Duval (2005) e justifica-se, pela da necessidade de se buscar alternativas de ensino, para resolução de problemas que contribuam, tanto com o trabalho do professor, quanto com a aprendizagem do aluno na sala de aula nos momentos de ensinamento.

A pesquisa em si, se fundamentou a partir das concepções de Polya (1978), por defender que “resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esquiar ou tocar piano: você pode aprendê-la por meio de imitação e prática (...) se você quer aprender a nadar você tem que ir à água e se você quer adquirir habilidades para resolver problemas, tem que se dedicar no enfrentamento de grandes desafios Polya (1978, p.65). Pozo (1998, p.14) entende que ensinar os alunos a resolver problemas é “dotá-los da capacidade de aprender a aprender no sentido de

habitua-los a encontrar por si mesmos, respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitida pelo livro texto ou pelo professor”, entre outros.

A metodologia aplicada nesta pesquisa será desenvolvida a partir de uma abordagem quantitativa, qualitativa de forma exploratória descritiva, a partir das concepções de (MOREIRA, 2003; OLIVEIRA, 2008 e SEVERINO, 2000). Na descrição das análises dos resultados foram apresentados os dados estatísticos a partir de quadro de distribuição e frequência e gráfico, onde nas considerações finais foram definidos os resultados através da conclusão da pesquisa.

Breve Relato Histórico Sobre os Sistemas de Equações

O aparecimento histórico de sistemas de equações lineares tem indícios na civilização egípcia com os problemas algébricos e na mesopotâmia quando “num texto da Babilônia antiga achamos duas equações lineares simultâneas em duas incógnitas.” (Boyer, 2010, p. 14). Segundo Fernandes e Miyasaki (2011), no livro “Chiu-Chang Suan-Chu (Nove Capítulos sobre Aritmética)”, há registro de um problema modelado por sistemas lineares em 250 a.C. que retrata um episódio de produção e comércio agrícola, como segue:

Três fardos de uma boa colheita, dois fardos de uma colheita medíocre, e um fardo de uma colheita ruim foram vendidos por 39 dou. Dois fardos de boa, três da medíocre, e u da ruim foram vendidos a 34 dou; e uma boa, dois da medíocre, e três da ruim foram vendidos a 26. Qual o preço recebido pela venda de cada fardo associado a boa colheita, a colheita medíocre e a colheita ruim? FERNANDES e (MIYASAKI *apud* PEREIRA e HAFFNER, 2011.

Segundo Eves (1997), a Matemática oriental antiga deu maior atenção aos sistemas de equações lineares do que a Matemática ocidental. Os chineses usavam barras de bambus sobre quadrado de um tabuleiro para representar sistemas de equações lineares, através de barras desse material para escrever seus coeficientes, consistindo em zerá-los através de operações elementares descobrindo um novo método de resolução por eliminação.

Já Luccas (2004, p.44), aponta que os matemáticos indianos realizaram importantes trabalhos relacionados principalmente à produção algébrica, dentre eles, pode ser destacado o trabalho desenvolvido por Brahmagupta.”

Luccas afirma que apesar de registros tão remotos, só em 1683 Takakazu SekiKowa (1642-1708), considerado como o maior matemático japonês do século XVII, resolvendo um problema geométrico, deparou-se com sistemas de equações lineares, ele em seus estudos,

percebeu ao aplicar seus cálculos que era possível uma generalização simplificada independente das incógnitas do sistema. O autor ainda aponta que Gauss sistematizou uma técnica de resolução de sistemas denominada Método da Eliminação, atualmente esse método se apresenta na forma como conhecemos hoje, ou seja, forma escalonada.

Os progressos matemáticos de Euler e D’Lambert através das compilações de Etienne Bézout (1730-1783) tornaram bastante conhecidos. Etienne Bézout teve importante participação no uso de determinantes de eliminação algébrica, apresentando regras semelhantes às de Cramer. Para Ponte (*et al*; 2009, p. 148), os sistemas de equações com duas incógnitas, “proporcionam aos alunos um amplo conjunto de ferramentas para a modelação de situações da realidade (...) e contribui para desenvolver a capacidade de utilizar linguagem algébrica, o seu raciocínio matemático e a sua capacidade de resolver problemas.”

Conceitos da Educação Algébrica na Literatura e as Dificuldades Enfrentadas nos Problemas contextualizados

Para os PCN’s (1998), no que se refere ao aluno, existe uma grande dificuldade na compreensão sobre o que é uma variável, pois, eles sempre associam a uma incógnita, ou seja, um valor a ser descoberto, causando uma problemática na aprendizagem. A proposta dos PCN’s para os docentes é que ele trabalhe com várias concepções utilizando a geometria para ajudar os discentes a entender a generalização, ou seja, através de padrões.

É fundamental que os alunos entendam os conceitos algébricos e que consigam usar o que aprendeu no cotidiano sem se preocupar com algoritmos que buscam apenas resultados, deixando de lado a compreensão algébrica e passam o conteúdo de forma mecânica sem dá atenção a essência da álgebra que é ser criativo, ou seja, trocas de ideias para que ele passe a opinar. Os objetos matemáticos tais como expressões algébricas, equações usam letras e símbolos e enriquece a notação algébrica.

Segundo Garnica (2008):

Concepções são, portanto, suportes para a ação. Mantendo-se relativamente estáveis, as concepções criam em nós alguns hábitos, algumas formas de intervenção que julgamos ser seguras (GARNICA, 2008, p. 499).

A interpretação do problema para linguagem algébrica é muito difícil para o aluno, e sabendo que o primeiro passo é a transição da linguagem contextualizada para a linguagem algébrica os alunos são apresentados a algo novo e desafiador, ou seja, uma nova linguagem simbólica, onde o pensamento aritmético é traduzido para a notação algébrica.

Como afirma Ponte (2005):

(...) Ao lado das expressões numéricas, envolvendo números e operações com que contactaram anteriormente, surgem agora outras expressões, envolvendo novos símbolos e novas regras de manipulação, que remetem para outro nível de abstração. (PONTE, 2005, p.149).

A compreensão da matemática é muito difícil por parte do aluno, porque é considerada o terror de todas as disciplinas, por isso é preciso analisar o funcionamento para ajudar o mesmo em sua aprendizagem. Os conceitos da matemática são bastantes abstratos, ou seja, precisam de uma representação simbólica e são estudados por Raymond Duval, e denominado por ele como “registros de representação semiótica”

Os tratamentos e as conversões são dois tipos de variações dos registros de representação semiótica, eles são feitos dentro de um mesmo registro. Por exemplo, quando se aplica um dos métodos de resoluções para o sistema de equações está se fazendo um tratamento desse registro algébrico.

Quando se os utiliza apenas no registro algébrico, o aluno certamente aprenderá a resolvê-los usando um dos métodos de resolução. O que não fica claro para ele é que a solução encontrada verifica simultaneamente as duas equações do sistema, mas quando fazemos a conversão do registro algébrico para o registro geométrico esta lacuna é preenchida.

Segundo Durval, a falta da contextualização limita o aluno, pois alguns professores trabalham os sistemas já prontos, ou seja, na forma de registro algébrico, o que pode não dá sentido para o aluno, porém se forem apresentadas situações no registro da língua natural, essa dificuldade pode ser superada, pois ele passaria a interpretar o que está escrito.

METODOLOGIA

A metodologia aplicada nesta pesquisa foi desenvolvida a partir de uma abordagem quantitativa, qualitativa de forma exploratória descritiva, tendo como objetivo analisar as dificuldades dos alunos no ato da resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau. Quantitativa, por quantificar os dados obtidos através das resoluções do questionário (MOREIRA *apud* RODRIGUES, 2011). Qualitativa, por estimular a análise proporcionando ao pesquisador o desenvolvimento de conceitos e ideias a partir de padrões encontrados nos dados obtidos (OLIVEIRA, 2011). Exploratória de forma descritiva, por possibilitar uma melhor compreensão do fenômeno estudado e descritiva por expor os dados através de análise de questionário (SEVERINO, 2000). O campo de pesquisa foi uma escola pública municipal do município de Vitória de Santo Antão e envolveu 29 (vinte e nove) alunos do 1º ano do Ensino Médio.

Os procedimentos metodológicos foram desenvolvidos em 4 (quatro) momentos, No primeiro foi aplicado um questionário investigativo inicial, no segundo foi realizada uma intervenção sobre o tema abordado No terceiro a turma foi dividida em 6 (seis) grupos de cinco indivíduos outro de quatro de quatro, No quarto momento foi aplicado um questionário investigativo final com as mesmas questões do questionário investigativo inicial.. Vale salientar, que o questionário investigativo foi desenvolvido a partir de 4 (quatro) questões, sendo sua aplicação realizada durante 1 hora e 40 minutos, onde nenhum discente teve ajuda para responder ou qualquer intervenção. As análises dos dados foram feitas a partir dos erros e acertos.

Pressupostos investigativos

Neste momento serão demarcados os pressupostos investigativos, que servirão de escopo para régua de correção durante o processo avaliativo das questões propostas. Vale salientar que tais pressupostos se restringem apenas aos erros cometidos pelos alunos.

Questão 01

Na primeira questão, quando foi proposta uma situação problema, envolvendo um sistema de equações do 2º grau, espera-se que o aluno encontre a solução do sistema.

Questão 02

Na segunda questão, quando foi proposta uma situação problema abordando um sistema de equações do 2º grau, envolvendo o conceito de porcentagem, espera-se que o aluno determine as quantias que representam a solução do sistema.

Questão 03

Na terceira questão, quando foi proposta uma situação problema de forma mais elaborada sobre uma olimpíada de matemática, espera-se que o aluno aponte a quantidade de acertos e erros a partir do regulamento proposto.

Questão 04

Na quarta questão, quando foi proposta uma situação problema de múltipla escolha, espera-se que o aluno ao resolver a questão identifique a alternativa correta.

Problema de Pesquisa

Quais as dificuldades enfrentadas pelos alunos do 9º ano do Ensino Médio, no ato da resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau?

Objetivo Geral

Analisar as dificuldades apresentadas pelos alunos no ato da resolução de problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau.

Objetivos Específicos

- Levantar dados sobre as dificuldades dos alunos durante a resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau;
- Identificar as dificuldades apresentadas pelos alunos no ato da resolução dos sistemas de equações do 2º grau;
- Sugerir alternativas de ensino que contribuam com a resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau.

DESCRIÇÃO DAS ANÁLISES E RESULTADO DA INVESTIGAÇÃO

As informações obtidas através do questionário investigativo foram sistematicamente organizadas e registradas no **Quadro 01**, como pode ser observado a seguir. Vale salientar, que as duas primeiras questões do questionário investigativo se apresentam no presente estudo como de ordem conceitual, enquanto que as duas últimas por serem de ordem prática, se caracterizam como questões foco da pesquisa.

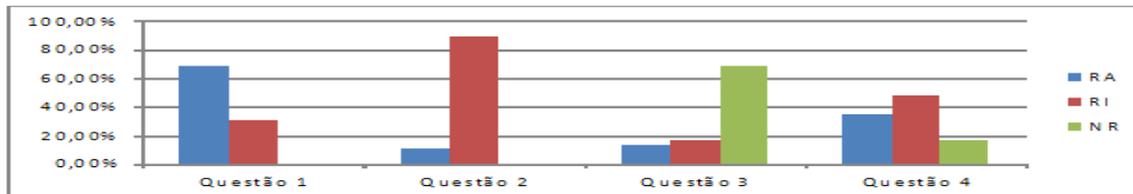
Quadro 01: Referente ao questionário investigativo aplicado aos estudantes

Questões	Respondeu				NR		Total de alunos
	RA	%	RI	%	%		
01	20	68,97	09	31,03	0	0	29
02	03	10,34	26	89,66	0	0	29
03	04	13,79	05	17,24	20	68,97	29
04	10	34,48	14	48,28	05	17,24	29

Através das informações dispostas no **Quadro 01** do questionário investigativo, nota-se que os alunos em sua maioria apresentaram dificuldades em resolver problemas de sistemas de equações do 2º grau.

As informações obtidas no questionário investigativo possibilitaram a partir do **Quadro 01** a sistematização da forma geométrica do **Gráfico 01**, tal procedimento se deu, na tentativa de se possibilitar uma melhor percepção para discussão dos resultados.

Gráfico 01: Referente ao questionário investigativo aplicado aos estudantes



A partir dos resultados do **Quadro 01 e Gráfico 01** acima, referentes ao questionário investigativo foi possível observar, que os alunos do 1º ano do Ensino Médio, em sua maioria não apresentaram bons resultados.

Caracterizações das análises do resultado da investigação

Na primeira questão, quando foi questionado aos alunos uma situação problema visando que ele pudesse encontrar o sistema e resolvê-lo em seguida, 68,97% deles responderam adequadamente, 31,03% responderam inadequadamente. É possível perceber que esta questão apontou poucas dificuldades pelos alunos no que diz respeito a transposição da linguagem natural para a algébrica e em seguida a resolução do sistema encontrado.

Na segunda questão, quando foi questionado aos alunos sobre uma situação do cotidiano, onde pede que eles achem o sistema e depois resolva achando as respectivas mesadas, 10,34% dos alunos responderam adequadamente e 89,66% responderam inadequadamente. Isto aponta as dificuldades apresentadas pelos alunos na transposição do problema.

Na terceira questão, quando foi questionado sobre uma situação problema na forma contextualizada sobre uma olimpíada de matemática, onde eles tinham que interpretar o significado do problema transpor para a linguagem algébrica e resolver encontrando o número de acertos e de erros, 13,79 responderam adequadamente, 17,24 responderam inadequadamente e 68,97 não responderam. Isto caracteriza a grande dificuldade apresentada pelos alunos no que diz respeito a resolução de problemas de sistemas de equações do 2º grau, quando se envolvem a transposição da linguagem natural para a linguagem algébrica.

Na quarta questão, quando foi questionado aos alunos uma situação problema visando a interpretação de uma situação de forma contextualizada envolvendo um sistema de equação do 2º grau, era preciso que o aluno achasse o sistema e o resolvesse achando as quantidades desconhecidas, 34,48% deles responderam adequadamente, 48,28% responderam

inadequadamente, 17,24% não responderam. Isto caracteriza as dificuldades dos alunos no momento da resolução de problemas.

CONSIDERAÇÕES GERAIS E DEFINIÇÃO DA PESQUISA

Nos dias atuais, uma das grandes dificuldades enfrentadas pelos alunos, diz respeito a transformação da linguagem. Neste sentido, o presente estudo destinou-se analisar as dificuldades na resolução e na transposição da linguagem natural para a algébrica em problemas envolvendo sistemas de equações do 2º grau no Ensino Médio. Tais estruturações se caracterizam como grande preocupação dos professores na sala de aula, acredita-se, pela falta de recursos que possibilitem uma melhor integração entre a teoria e a prática. Na pesquisa o que pode ser percebido é que os alunos em sua maioria não conseguiram resolver as questões propostas de forma contextualizada, apresentando inclusive dificuldade de leitura e interpretação. Isto fica evidente, a partir do momento em que nas questões 04 e 05 respectivamente, caracterizadas como foco da pesquisa, na primeira quando foi apresentada uma média percentual de 43,15% e na segunda quando foi apresentada uma média percentual de 32,76%, responderam a questão de forma inadequada ou não souberam responder as questões.

Portanto, as dificuldades enfrentadas pelos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental, ficam caracterizadas a partir de 3 (três) momentos, ou seja: No primeiro, quando é exigido o processo de transformação da forma natural para forma algébrica. No segundo pelo não domínio dos procedimentos metodológicos no ato da resolução dos problemas. No terceiro pela dificuldade de leitura e interpretação, para conversão da linguagem corrente para a linguagem matemática.

REFERÊNCIAS

BOYER. C.B. **História de Matemática**. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

DUVAL, Raymund. **Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão em Matemática**. In: Machado, Silvia Dias Alcântara (org.), *Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica*. Campinas: Papyrus, 2005.

EVES, Howard, tradução: Hygino H. Domingues, **Introdução à História Da Matemática**. Campinas-SP: editora Unicamp, 2008.

FERNANDES, W. M. A.; MIYASAKI, R. **Sistemas Lineares e Aplicações**. Anais IX Seminário de Iniciação Científica, VI Jornada de Pesquisa e Pós-Graduação e Semana Nacional de Ciência e Tecnologia, Anápolis, 2011.

- GARNICA, A. V. M. **Um ensaio sobre as concepções de professores de Matemática: possibilidades metodológicas e um exercício de pesquisa.** Educação e Pesquisa, São Paulo, 2008.
- LUCCAS, S. **Uma abordagem histórico-filosófica no ensino e na aprendizagem dos sistemas de equações lineares e determinantes.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM), Recife, Brasil, 2012.
- MEC (1998) **Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos: apresentação dos temas transversais – 1998.** Secretaria de Educação Fundamental, Ministério da Educação e do Desporto, Brasília, DF.
- OLIVEIRA, Maria Mary. **Como fazer Projetos, Monografias, Dissertações e Tese/** Maria Mary de Oliveira – 5. ed. - Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.
- POZO, J. I. ; ANGÓN, Y. P. **A solução de problemas como conteúdo procedimental da educação básica.** In: POZO, J. I. (Org.) A solução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 1998.
- PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar.** Educação e Matemática, n° 85, p.149, 2005.
- POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático.** Tradução e adaptação: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.
- PONTE, J. P., Branco, N. & Matos, A. **Álgebra no ensino básico.** Lisboa: Ministério da Educação, 2009.
- RODRIGUES, H. O. **Importância da Utilização de Recursos Didáticos em um Processo de Transposição Didática para Promover Aprendizagem Significativa.** Tese de Doutorado apresentada a Universidad Del Mal - Chile, para obtenção do título de doutor em agosto de 2011.
- SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico.** 20 ed. Editora Cortez. São Paulo, 2000.