

ENSINO DE COMBINATÓRIA NO GEOGEBRA? UMA REFLEXÃO SOBRE POSSÍVEIS SITUAÇÕES, REPRESENTAÇÕES E INVARIANTES APRESENTADOS

Matheus Pereira do Nascimento ¹
Cristiane de Arimatéa Rocha ²

RESUMO

Diante do cenário da diversidade de problemas combinatórios e das possíveis dificuldades de professores nesse processo de ensino e aprendizagem esse trabalho investigou, por meio de uma pesquisa documental nos objetos de aprendizagem no GeoGebra, alternativas tecnológicas no campo educacional que promovam caminhos para dirimir essas dificuldades. Nessa perspectiva, delimitou-se como objetivos identificar os objetos de aprendizagem nesse software que abordam combinatória e averiguar nesses objetos como as características de situações, invariantes do conceito e representações são por eles discutidas e apresentadas. A escolha dessas características se fundamentou na discussão da Teoria dos Campos Conceituais (TCC) propostas por Gerard Vergnaud, especificamente no tripé constituído de classes de situações(S), invariantes(I) e representações(R) que dão sentido a um conceito. Em investigações realizadas no Grupo de Estudo em Raciocínios Combinatório e Probabilístico – GERAÇÃO UFPE as classes de situações de combinatória sugerem o tratamento de problemas que vão além do arranjo, combinação e permutação. Por sua vez, os invariantes do conceito propostos nas situações podem abordar ordem e repetição de elementos, esgotamento de possibilidades, entre outros. Nas representações apresentadas pelas situações o uso de fórmulas pode ser alternado com o uso, por exemplo, do Princípio Fundamental da Contagem, da listagem de elementos ou da árvore de possibilidades. Os caminhos metodológicos foram traçados por uma abordagem qualitativa e exploratória a partir da seleção e análise de dois objetos de aprendizagem do GeoGebra que propõem discussões sobre combinatória encontrados na aba de materiais didáticos do site desse software. No que tange aos resultados encontrados, observou-se a maior frequência de problemas combinatórios condicionais em detrimento a uma minoria de situações simples. Sobre os invariantes, constatou-se a presença de ordem e escolha com maior enfoque. As representações mais aparentes foram de listagem de elementos para facilitar visualização das possibilidades na resolução.

Palavras-chave: Combinatória, Tecnologias digitais, GeoGebra.

INTRODUÇÃO

A Combinatória é uma área da matemática que se apresenta com uma variada gama de situações problemas, representações e invariantes (Borba, 2010, 2013). Algumas dificuldades são apresentadas pelos professores que ensinam matemática ao abordar o ensino de combinatória tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio (Rocha, 2011). De modo complementar, alguns estudantes de Ensino Fundamental e Médio, apresentam desde antes do

¹ Mestrando do programa de pós-graduação em ensino de ciências e matemática da Universidade Federal de Pernambuco- UFPE, matheus.pereiranascimento@ufpe.br;

² Doutora em Educação Matemática e Tecnológica. Universidade Federal de Pernambuco - UFPE, Caruaru, Pernambuco, Brasil, cristiane.arochoa@ufpe.br

ensino formal desse conteúdo algumas estratégias diferenciadas de resolução de problemas combinatórios, mas nem todos conseguem ter êxito nesse processo (Pessoa, 2009), o que reflete na necessidade de ensino desde muito cedo para conseguirmos um amplo desenvolvimento do raciocínio combinatório (Borba, 2013).

Documentos como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) e a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) orientam o trabalho com combinatória a partir dos anos iniciais do ensino fundamental (Brasil, 1997, 2018). O estudo de Rocha e Souza (2021) discute um estado da arte em pesquisas brasileiras entre 2010 e 2019 que versavam sobre o conhecimento de crianças pequenas sobre Combinatória. Os autores identificaram que as pesquisas discutem com diferentes tipos de problemas combinatórios e utilizaram diferentes recursos para abordar a combinatória com alunos da Educação Infantil e Anos iniciais do Ensino Fundamental. Estudos como esses fortalecem a orientação dos documentos oficiais para o trabalho desde cedo com esse conteúdo, apresentando alternativas para o tratamento tardio da Combinatória na educação Básica.

Rocha e Borba (2021) ressaltam que o professor ao ensinar combinatória se depara com vários desafios. Para as autoras a formação inicial dos professores não prioriza disciplinas que versam sobre problemas combinatórios, além de pouco propor reflexões acerca do processo de ensino e aprendizagem de combinatória em diferentes níveis de ensino. Pesquisas como as de English (2005), Pessoa (2009), Rocha (2011) destacam que as dificuldades enfrentadas por estudantes na identificação e diferenciação dos tipos de problemas combinatórios, geralmente são relacionados aos tipos de agrupamentos trabalhados apenas no ensino médio. Nessa perspectiva, Borba, Rocha e Azevedo (2015, p. 1315) apontam que:

Ao se estudar a Combinatória no Ensino Médio, outros problemas são tratados, com casos nos quais elementos podem, ou não, ser repetidos. Nesse nível de ensino, geralmente os problemas abordados são: arranjos (a partir de um conjunto maior são escolhidos elementos cuja ordenação gera possibilidades distintas), combinações (que se assemelham aos arranjos em termos de escolha de elementos, com a diferença de que a ordem dos elementos não gera possibilidades distintas) e permutações (todos os elementos do conjunto são utilizados, apenas a ordem de apresentação dos mesmos varia).

Para as autoras, é notório a variedade de problemas combinatórios, em alguns casos complexos, os quais não há um padrão único na trajetória de soluções obrigando o estudante a refletir e verificar com muita atenção sua natureza, para identificar o tipo de problema combinatório, assim como buscar as possíveis técnicas e métodos que facilitem a resolução deles. Nascimento (2022) considera que o processo de ensino e aprendizagem de combinatória é complexo, pois envolve uma infinidade de situações que não podem ser reveladas utilizando apenas um procedimento mecanizado. O autor afirma que “Para identificar o tipo de

agrupamento a ser aplicado em um evento combinatório é necessário investigar com concentração, as informações presentes na referida circunstância, viabilizando assim a trajetória mais acessível de resolução (Nascimento, 2022, p.14). Complementando a afirmação anterior

Nem sempre as fórmulas estabelecidas para cada tipo de agrupamento irão surtir efeito na solução de determinados problemas, pois em alguns contextos o uso de expressões regras pré-definidas será dispensado e a formulação de um novo método será preciso. O método a ser desenvolvido na resolução de problemas também é importante, pois em uma situação podem existir diversos caminhos que levam a resposta (Nascimento, 2022, p.14)

Nessa direção, percebemos que há um grande desafio para a prática docente no que tange ao ensino de combinatória, apresentar tal conteúdo de forma a atrair atenção dos alunos e proporcionar o protagonismo no sentido de refletir e buscar estratégias para identificação e solução de problemas. No entanto, aulas expositivas no modelo tradicional já não surtem efeitos significativos. A BNCC faz referência em uma de suas competências específicas a recursos que podem ser utilizados:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas (BRASIL, 2018, p. 531).

De acordo com Martarelli *et al.* (2021, p. 42) “É importante termos um recurso que faz com que o aluno construa o conhecimento de combinatória”. No entanto, Borba e Rocha (2021) salientam que poucos professores afirmam conhecer algum recurso que auxilie no ensino de combinatória em suas aulas. Como mencionado pela BNCC, as tecnologias digitais são importantes ferramentas que devem ser exploradas e aplicadas pelo professor em suas aulas. Desse modo, Nascimento (2022, p. 16) considera como uma possível tecnologia “a utilização de uma plataforma digital que promova nos alunos a motivação para construir ideias que busquem a resolução de diferentes problemas”.

O GeoGebra dispõe de materiais didáticos digitais elaborados por professores, que denomina-se na presente pesquisa como objetos de aprendizagem (OA)³, que segundo Martarelli *et al.* (2021) é formulado para diferentes níveis de ensino e que podem contribuir no processo de ensino e aprendizagem, além de oportunizar ao professor meios para que possa desenvolver tais materiais. O presente trabalho faz parte de um recorte da pesquisa realizada por Nascimento (2022) e tem por objetivo identificar situações, invariantes e representações nos objetos de aprendizagem que tratam de combinatória nos materiais didáticos apresentados

³ Tarouco, et al(2004, p.3) afirma que objetos de aprendizagem são materiais educacionais com objetivos pedagógicos que servem para apoiar o processo de ensino-aprendizagem.

no GeoGebra. Para isso, se fundamenta na Teoria dos Campos Conceituais (TCC) proposta por Gerard Vergnaud, utiliza como critérios de análise os três elementos que constituem e dão sentido a um conceito: situações(S), Invariantes(I) e Representações(R).

Nessa perspectiva, o trabalho encontra-se subdividido em:

A TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS E A COMBINATÓRIA

A compreensão de um conceito matemático é um dos objetivos do processo de ensino e aprendizagem. Segundo Vergnaud (1996, p.133, tradução nossa) a Teoria dos Campos Conceituais (TCC) consiste em “uma teoria psicológica do conceito, ou melhor, da conceitualização do real, que permite situar e estudar as filiações e rupturas entre conhecimentos do ponto de vista de seu conteúdo conceitual”. Magina, Merline e Santos (2012) afirmam que nessa teoria, em vez de pensarmos na formação de um conceito, podemos nos referir a um campo conceitual, e sua adequação depende do entendimento de vários conceitos existentes.

Nascimento (2022) indica que a Teoria dos Campos Conceituais projeta um acréscimo na visão sobre conceito, a qual denota campo conceitual. Cedran e Kiouranis (2019) revelam que segundo Vergnaud (1982, p. 36) existe um tripé (situações(S), Invariantes(I) e Representações (R)) que auxilia o entendimento de conceito. A exposição detalhada do tripé encontra-se abaixo:

S: deve ser entendido como o conjunto de situações, que tornam o conceito significativo;

I: deve ser compreendido como, o conjunto de invariantes operacionais, que instituem o conceito e estruturam as formas de organização do pensamento, e que serão evocados pelas situações;

L: deve ser concebido como o conjunto de representações linguísticas e simbólicas que são usadas para retratar o conceito, suas propriedades e as situações ao qual estão relacionados.

Com base nessa teoria, Borba (2013) classifica os tipos de situações combinatórias como produto de medidas, permutação arranjo e combinação. Os invariantes nos problemas combinatórios tangenciam a ideia de disposição de elementos (ordem, escolha, condição entre outros). As representações versam sobre as ferramentas de analisar e resolver um problema visualmente, por meio de diagrama de árvores, listagem de elementos, utilização de fórmulas etc.

Borba, Rocha e Azevedo (2015) reforçam que muitas vezes a variedade de problemas combinatórios obrigam o sujeito a refletir e buscar novas estratégias e técnicas que podem ser

utilizadas para a viabilidade da solução exitosa. Além da abundância de problemas combinatórios, existe também uma pluralidade de resoluções deles e as propriedades que dão sentido aos conceitos e auxiliam na distinção dos problemas combinatórios (Borba, 2013).

No estudo realizado por Nascimento (2022), a TCC foi utilizada em torno dos estudos de Borba (2010, 2013) sobre as particularidades das situações, invariantes e representações da combinatória para analisar e discutir a presença desse conteúdo em objetos de aprendizagem do GeoGebra.

TECNOLOGIAS DIGITAIS NA EDUCAÇÃO

Nas últimas décadas, o avanço das tecnologias digitais na sociedade está em constante desenvolvimento. A presença de tecnologias é observável em diversos ambientes, como em empresas, hospitais, indústrias, comércio e nos espaços escolares. Em pleno século XXI, a utilização da internet e aparelhos eletrônicos como celulares e computadores, é exacerbada. Maltempi (2008) complementa essa ideia afirmando que a sociedade exige a utilização das tecnologias na esfera educacional, devido ao contato diário com elas.

Bittencourt e Albino (2017) afirmam que com um público cada vez mais próximo dos recursos digitais e a frequência na utilização de mídias digitais nos ambientes acadêmicos, surge novas formas de apropriação a ferramentas educacionais para suprir a demanda da aprendizagem dos estudantes. Sobre o processo de ensino e aprendizagem, Maltempi (2008) diz que:

Não tenho dúvidas de que as tecnologias ampliam as possibilidades de se ensinar e aprender, oferecendo novas e variadas formas para que esses processos ocorram, de forma que idéias para trabalhos pedagógicos que antes eram inviáveis (por limitações de custo, tempo, recursos físicos, etc.) tornam-se factíveis com o uso de tecnologias. Essa é uma das formas pelas quais as tecnologias desafiam a educação e a desestabilizam, pois oferecem a oportunidade de uma prática que potencialmente pode ser melhor que a praticada, considerando a sociedade em que vivemos. (p. 1)

Percebemos que a tecnologia pode ser de grande valia para o docente, ao lecionar suas aulas. Nascimento (2022) sustenta que parte dos docentes não possuem habilidades para manusear plataformas digitais e relaciona esse fato a formação inicial ou continuada dos professores.

Nesse sentido, a utilização de uma ferramenta digital auxilie no processo de ensino e aprendizagem, em especial do componente curricular de matemática, com variados recursos já disponíveis como o GeoGebra, pode ser um bom início para essas práticas em sala de aula.

O GEOGEBRA E PROBLEMAS COMBINATÓRIOS

O GeoGebra é um software de geometria dinâmica gratuito e ideal para todos os níveis de ensino, com abordagens específicas para cada grau. Foi criado Markus Hohenwarter no ano de 2001 com objetivo de auxiliar o processo de ensino e aprendizagem de conhecimentos matemáticos. Pode ser acessado de forma online, ou offline efetuando download no site. A ferramenta é gratuita e está disponível em todos os sistemas operacionais tanto para notebook quanto para celulares e/ou tablets.

Nascimento (2022) assegura a importância e potencialidade desse software no que reflete ao “aspecto dinâmico e interativo presente no GeoGebra configura-o como uma ferramenta de suma importância na apresentação de conteúdos matemáticos em sala de aula” (p. 30). Segundo o autor, o uso desse recurso em sala de aula possibilita ao aluno o aperfeiçoamento de habilidades que levam a aprendizagem significativa, mediante a praticidade de conceitos teóricos que ressignificam a matemática.

No GeoGebra, existe uma seção que trabalha com materiais didáticos que foram produzidos por professores e pesquisadores, sobre vários conteúdos matemáticos. Todos esses materiais também estão disponíveis de forma gratuita. Nesse texto, entende-se que esses materiais didáticos são Objetos de Aprendizagem (OA) e apenas analisa-se aqueles relacionados a Combinatória.

METODOLOGIA

A abordagem da pesquisa é qualitativa uma vez que para Robaina et al. (2021) esse tipo de pesquisa é direcionado para investigação de informações que não são expressos por números ou que não se limita a elementos puramente numéricos por motivos de tipologia de grandezas apresentadas.

Quanto aos procedimentos, a pesquisa caracteriza-se como documental, pois analisamos documentos digitais com vistas a análise de dados para formulação das hipóteses. A escolha do GeoGebra ocorreu pelo fato de ser gratuito e que está disponível para download em todos os aparelhos eletrônicos (celulares, tablets, notebooks). Além disso, pode apresentar diferentes situações, invariantes e representações que permitam o raciocínio combinatório.

Na pesquisa de Nascimento (2022) foi feita uma busca na sessão de materiais didáticos sobre combinatória. Foram encontrados 20 objetos de aprendizagem dos quais 7 foram escolhidos para análise. Nesse trabalho, escolhemos dois OA, denotados por “círculos no triângulo e “jogo da senha”. Acredita-se que esses dois materiais sejam mais adequados para

verificação de estratégias de solução de acordo com análise das situações, invariantes e representações apresentados.

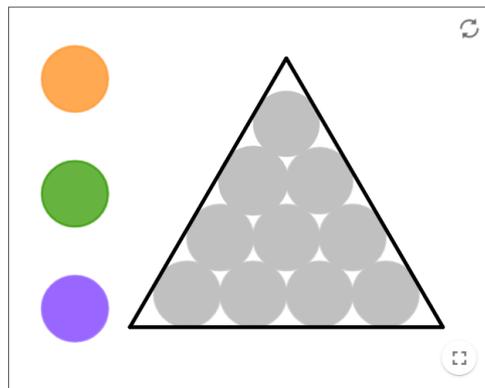
CÍRCULOS NO TRIÂNGULO: alguns resultados

Esse OA trata-se de um problema que solicita o preenchimento de círculos dispostos em um triângulo, com as cores disponíveis de modo que círculos adjacentes não possuam a mesma cor. Abaixo segue a ilustração do OA:

Figura 1: Círculos No Triângulo

Preencha os círculos no interior do triângulo com as cores disponíveis de modo que círculos de mesma cor não se encostem um no outro.

Clique no interior de cada círculo para mudar sua cor.

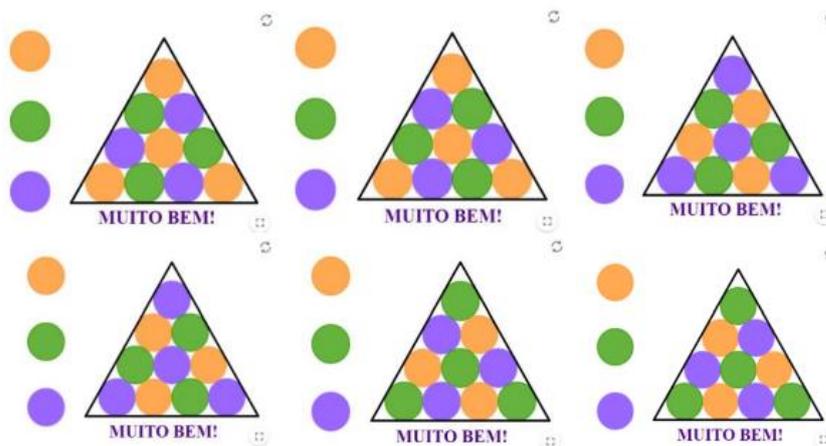


Quantas são as soluções possíveis?

Fonte: Geogebra (2023, online)

Nessa situação, Nascimento(2022) mostra que “através do desenho, por tentativa e erro listar e/ou enumerar as possibilidades diferentes” (p. 40). O autor faz a listagem das soluções mediante tentativas, colorindo os círculos de acordo com a condição vigente. Tal listagem pode ser observada na figura 2, onde percebemos a existência de seis soluções possíveis.

Figura 2: Possibilidades de resolução do problema combinatório - Círculos no triângulo



Fonte: (Nascimento, 2022, p. 40), extraído do geogebra online

Ao observar as soluções listadas, observamos que os círculos das extremidades dos triângulos devem ser coloridos com uma mesma cor, e por consequência os círculos que os tangenciam, devem ser pintados de cores distintas. Nesse sentido, para cada um dos dois círculos que encostam nos outros das extremidades, tem-se duas opções de cores, pois a terceira cor já se encontra em uso pelo círculo da extremidade. Nascimento (2022) aponta que o círculo central tangencia outros seis círculos, sendo assim tem-se duas opções de cores para colorir tais círculos, deixando fixa a cor do círculo central. Segundo o autor, podemos utilizar o princípio fundamental da contagem para solução do problema, uma vez que temos 3 cores disponíveis para preencher o círculo central, duas opções para um dos círculos que o tangencia e uma possibilidade para os demais círculos. Podemos então, representar o PFC da seguinte forma: $3 \times 2 \times 1 = 6$ possibilidades.

Quanto as situações, representações e invariantes apresentados neste OA, podemos observar que:

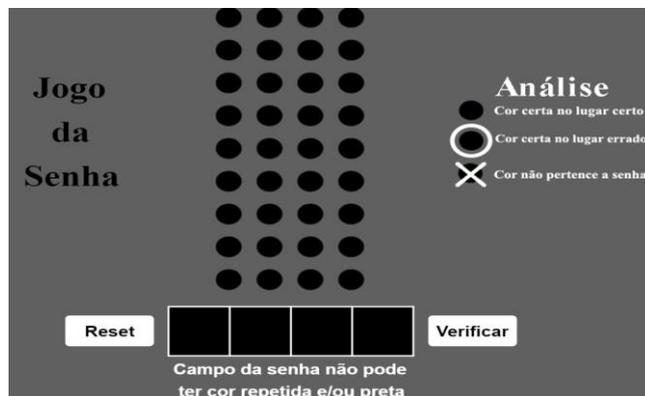
- a) As **situações** apresentadas no problema basicamente, são condicionais os quais círculos adjacentes não podem ser coloridos com a mesma cor. Nesse caso, a ordem de preenchimento tem importância e por isso, podemos dizer que se trata de arranjo que possui condição.
- b) Os **invariantes** observados são de ordem, escolha e posição. A forma como os círculos serão pintados interfere na situação e a escolha das cores também. Além disso, a posição de coloração dos círculos é fator condicional no problema.
- c) As **representações** vistas na análise, podemos concluir que há presença de listagem de soluções. Não visualizamos solução da situação por meio de fórmulas, nem árvore de possibilidades. Apesar disso, pode-se utilizar o princípio multiplicativo em sua resolução.

JOGO SENHA: alguns resultados

O OA denominado de jogo da senha está disponível na sessão de materiais didáticos do geogebra online. O problema solicita ao participante que encontre uma senha composta por quatro cores diferentes. Existe a disposição, seis cores distintas. Esse jogo relaciona combinatória e raciocínio lógico. É um problema que apresenta condição, pois não pode haver repetição de cores na composição da senha. Dentre as seis disponíveis (Amarelo, vermelho, verde, azul, rosa e roxo) o jogador deve selecionar uma por vez, na direção esquerda para direita. As cores podem ser escolhidas clicando em cada quadradinho como mostra a figura

acima. Caso, deseje alterar a cor de um quadradinho basta ir dando cliques e automaticamente as cores são mostradas. A figura 3, ilustra esse OA.

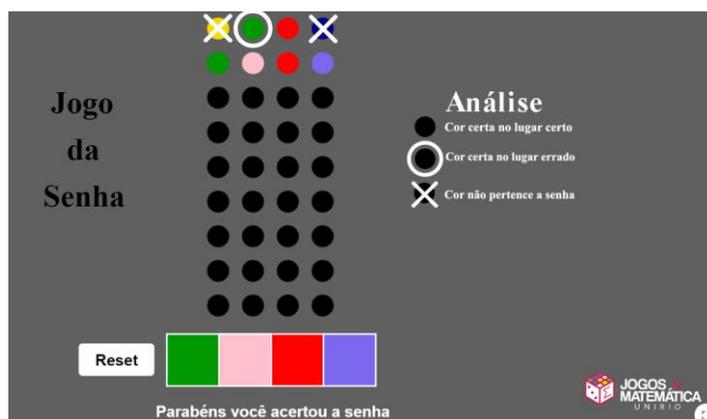
Figura 3: jogo da senha



Fonte: (Geogebra, 2023, online)

Após selecionar as quatro cores que compõem a senha, deve-se clicar em verificar. Logo, aparecerá na tela uma análise da jogada. Caso, o jogador não tenha encontrado a senha correta, ele deve averiguar a análise exposta, pensar em estratégias e iniciar a próxima jogada. O jogador pode realizar várias jogadas, porém vence o jogo aquele que conseguir decifrar a senha com menor número de tentativas. Abaixo podemos observar a situação em que o jogador descobre a senha em duas jogadas.

Figura 4: Quantidade de jogadas em uma partida



Fonte: (Geogabra, 2023, online)

Vejamos que o participante conseguiu solucionar a situação em duas tentativas. Na primeira, ele escolheu as cores (amarelo, verde, vermelho e azul), contudo as cores azul e amarelo não constituem a senha, já que aparecem na tela com a presença de um X, que indica que a cor não pertence a senha. As cores verde e vermelho pertencem a senha, mas a cor verde

está na posição errada, pois ao seu redor aparece um círculo branco que indica essa informação. Se as cores amarelo e azul não fazem parte da senha, sobraram as outras quatro (verde, vermelho, rosa e lilás), basta saber a posição em que elas se encontram.

A cor Vermelha já se encontra em sua posição correta. O jogador pensou e como a cor verde está no lugar errado, decidiu colocá-la na primeira posição, em seguida a cor rosa e por último, a cor roxa. Ao clicar em verificar, surge a mensagem: parabéns você acertou a senha. Podemos perceber que se trata de um jogo competitivo que explora fortemente o raciocínio lógico.

Sobre as situações, invariantes e representações apresentadas, verificamos que:

- a) **As situações** presentes no OA tratam de arranjo condicional, pois a cor verde encontra-se na posição errada.
- b) **Os invariantes** observados são de ordem e escolha na primeira jogada. Como as cores azul e amarelo não fazem parte da senha, o jogador deve escolher outras duas cores distintas para completar a senha. A ordem da cor verde, deve ser alterada.
- c) **As representações** demonstram a possibilidade de realizar listagens de soluções, pois não há presença de princípio fundamental de contagem, diagramas de árvores e/ou fórmulas matemáticas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao acessar o GeoGebra e anaçisar os materiais selecionados, percebemos que são objetos de aprendizagem que cedem espço para discussões além de combinatória, como é o caso do jogo da senha por exemplo. A finalidade com que cada OA é utilizado depende da abordagem que o professor aplica em sala de aula, seja física ou virtual. Os objetos de aprendizagem apresentam problemas de combinatória implícita e explícita e podem ser adaptados de acordo com os níveis de ensino.

Quanto as situações observdas nos OA, podemos afirmar que eles podem ser tratados como problemas condicionais, os quais não apresentam requisitos de fórmulas em suas resoluções, permitindo associar cominatória ao raciocínio lógico onde, o estudante deve formular suas respostas mediante construção de estratégias e não o uso mecânico de expressões algébricas recorrentes.

No que tange aos invariantes localizados, destacamos a ordem, escolha e critérios de repetição de elementos que definem a conjuntura de soluções. Por fim, as representações mostram a possibilidade de listagem das soluções e presença de imagens que facilitam a óptica na construção de tais soluções.

REFERÊNCIAS

BITTENCOURT, P.A.S.; ALBINO, J.P. O uso das tecnologias digitais na educação do século XXI. **Revista Ibero-americana de estudos em educação**, v. 12, n. 01, p. 205-214, 2017.

ISSN 1982-5587. Disponível em:

<https://periodicos.fclar.unesp.br/iberoamericana/article/view/9433>. Acesso em: 12/10/2023.

BORBA, R.E.S.R. O Raciocínio combinatório na educação básica. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 10. **Anais ...**, Salvador, BA, 2010.

BORBA, R.E.S.R. Vamos Combinar, Arranjar e Permutar: Aprendendo Combinatória desde os Anos Iniciais de Escolarização. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 11.

Anais..., Curitiba, PR, 2013.

BORBA, R.E.S.R.; ROCHA, C.A. ; AZEVEDO, J. Estudos em Raciocínio Combinatório: investigações e práticas de ensino na educação básica. **Bolema**, Rio Claro(SP), v. 29, n.53, p.1348-1368, 2015. DOI 10.1590/1980-4415v29n53a27. Disponível em:

<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a27>. Acesso em: 20 de agosto de 2021.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 2018.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental**. – Brasília: MEC/SEF, 1997

CEDRAN, D. P.; KIOURANIS, N. M. M. Teoria dos Campos Conceituais: visitando seus principais fundamentos e perspectivas para o ensino de ciências. **Actio**, Curitiba, v. 4, n. 1, p. 63-86, jan./abr. 2019. Disponível em: . Acesso em: julho 2022

ENGLISH, L. D. Combinatorics and the development of Children's Combinatorial Reasoning. In: JONES, G. A (Ed) **Exploring Probability in School: Challenges for Teaching and Learning**. New York: Springer, 2005.

MACAYA, J.F.M.; JEREISSATI, T. Continuity of learning during the COVID-19 pandemic: The use of ICT in Brazilian public schools In: **EDUCATION AND DIGITAL TECHNOLOGIES: Challenges and strategies for the continuity of learning in times of COVID-19**. Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR. São Paulo, SP: Comitê Gestor da Internet no Brasil, 2021.

MAGINA, S.; MERLINI, V.L.; SANTOS, A. A Estrutura Multiplicativa sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais: Uma Visão do Ponto de Vista da Aprendizagem. In: 3º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. 3º SIPEMAT, **Anais...** Fortaleza- CE, 2012.

MALTEMPI, M.V. Educação Matemática e Tecnologias Digitais: reflexões sobre prática e Formação Docente. **Revista de ensino de ciências e matemática**, v. 10, n.1, p. 56-67, 2008. ISSN 2178-7727. Disponível em:

<http://posgrad.ulbra.br/periodicos/index.php/acta/article/view/78/0>. Acesso em: 13/10/2023

MARTARELLI, L.C.T.; SILVA, F.G.; SOUTO, B.P.M.; TAJIMA, U.C. O jogo da senha no GeoGebra e suas atividades exploratórias em combinatória. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, 2021, n.10, v.2, p. 040–059. <https://doi.org/10.23925/2237-9657.2021.v10i2p040-059>

NASCIMENTO, M.P. **Combinatória em Objetos de Aprendizagem Dispostos no GeoGebra**: uma discussão sobre situações, representações e invariantes propostos. 2022. Trabalho de conclusão de curso – Licenciatura em matemática – Universidade Federal de Pernambuco, Caruaru, 2022.

PESSOA, C. **Quem dança com quem**: o desenvolvimento do Raciocínio Combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio. Tese. Pós-graduação em Educação da UFPE. Recife: UFPE, 2009.

ROBAINA, J.V.L. *et al.* Fundamentos Teóricos e Metodológicos da pesquisa em Educação em Ciências. 1 ed. Curitiba -PR: Bagai, 2021.

ROCHA, C.A. **Formação Docente e o Ensino de Problemas de Combinatórios**: Diversos Olhares, diferentes Conhecimentos. 2011. 192 f. Dissertação (Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica) Universidade Federal de Pernambuco, Recife – PE, 2011.

ROCHA, C.A; BORBA, R. Conhecimentos de Combinatória para ensinar nas diferentes etapas da Educação Básica: com a palavra, professores! In: BORBA, R. et al. (org). **Investigações em ensino e em aprendizagem**: uma década de pesquisas do Grupo de Estudos em Raciocínios Combinatório e Probabilístico (Geração). Recife: Editora da UFPE, 2021.p.41-68. Disponível em: <https://editora.ufpe.br/books/catalog/book/740>

ROCHA, C.A.; SOUZA, A.C. Conhecimento de crianças pequenas da Educação Infantil e alunos dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre Combinatória: O que apontam as pesquisas brasileiras no período de 2010 a 2019? **Educação Matemática e Pesquisa**. v. 23 n. 4 (2021): Número especial: Educação Estatística - Seminário hispano-brasileiro, p.452-484.

VERGNAUD, G. Algunas ideas fundamentales de Piaget en torno a la didáctica. **Perspectivas**, v. XXVI, n. 1, 1996.