

# DIFICULDADES DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NA EXPLORAÇÃO DO SOFTWARE GEOGEBRA PARA CONSTRUÇÃO DE FRACTAIS: UM RELATO DE EXPERIÊNCIA

Fabricia da Silva Oliveira<sup>1</sup>  
Ana Emília Victor Barbosa Coutinho<sup>2</sup>

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo relatar uma experiência de investigação acerca das dificuldades enfrentadas por estudantes de Licenciatura em Matemática na construção de fractais clássicos por meio do software GeoGebra no que tange à utilização de comandos, listas e criação de novas ferramentas. Fractais são formas geométricas abstratas, complexas e auto similares, que têm sido cada vez mais exploradas por conta do seu potencial para o desenvolvimento do pensamento matemático. O software GeoGebra é uma poderosa ferramenta educacional que combina elementos de geometria, álgebra e cálculo, permitindo a exploração interativa de diversos conceitos matemáticos. Para tanto, um estudo de natureza aplicada e abordagem qualitativa foi conduzido, envolvendo a observação direta dos estudantes na utilização do software GeoGebra para a construção de alguns fractais clássicos e a aplicação de dois questionários (pré e pós). Os resultados indicam que as dificuldades enfrentadas pelos estudantes incluem a compreensão dos comandos do GeoGebra, muitas vezes decorrente da não compreensão de como traduzir conceitos matemáticos abstratos em sequências lógicas de ações, da falta de familiaridade com a interface e erros de sintaxe do software. Este estudo evidencia as dificuldades que os futuros professores de Matemática podem possuir para ensinar conceitos matemáticos avançados, como os fractais, e a necessidade do desenvolvimento de estratégias de ensino que envolvam o uso de tecnologias matemáticas avançadas, visando melhorar a qualidade da formação de futuros professores de matemática.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática, GeoGebra, Fractais.

## INTRODUÇÃO

As tecnologias digitais têm provocado transformações cada vez mais rápidas e profundas no mundo contemporâneo. No contexto educacional, as tecnologias levaram ao surgimento de novas metodologias, promovendo diversas experiências de aprendizagem (Pontes, 2023).

No Brasil, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento oficial que norteia a Educação Básica, aponta para importância da incorporação das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TDIC) no ambiente escolar. Nessa perspectiva, a BNCC inclui, entre suas dez competências gerais, a necessidade de assegurar aos estudantes a capacidade de:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p. 9).

<sup>1</sup> Graduanda do Curso de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, [fabricia.oliveira@aluno.uepb.edu.br](mailto:fabricia.oliveira@aluno.uepb.edu.br);

<sup>2</sup> Professora orientadora: doutora, Universidade Estadual da Paraíba - UEPB, [anaemilia@servidor.uepb.edu.br](mailto:anaemilia@servidor.uepb.edu.br).

No ensino de Matemática, a adoção de tecnologias digitais de forma crítica e reflexiva pode contribuir para o desenvolvimento de diversas habilidades dos alunos e, conseqüentemente, na melhoria do processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. Para alcançar esse objetivo, Lima e Rocha (2022) sugerem que o professor precisa selecionar metodologias adequadas e utilizar os recursos digitais com criatividade, proporcionando um ensino mais dinâmico e interativo. Nos últimos anos, várias ferramentas e recursos digitais têm sido propostos voltados para o ensino de Matemática. Esses softwares oferecem uma variedade de recursos interativos, abordagens inovadoras e ferramentas personalizadas que visam tornar o aprendizado de conteúdos matemáticos mais envolvente e acessível aos alunos. Segundo Amancio e Sanzovo (2020), a efetiva contribuição dos softwares educacionais no processo de ensino-aprendizagem está intrinsecamente relacionada aos recursos que eles disponibilizam e à forma como são aplicados. Para tanto, Moran, Masetto e Behrens (2013) ressaltam a necessidade da formação do professor para utilizar os recursos tecnológicos de forma eficaz, promovendo uma transformação positiva no processo de ensino e aprendizagem.

Dentre os softwares educacionais mais utilizados no ensino de Matemática, o software GeoGebra<sup>3</sup> tem sido apontado como uma ferramenta gratuita, versátil e acessível. O GeoGebra integra múltiplos conceitos matemáticos, possibilitando aos estudantes a exploração ativa de conceitos abstratos através de uma abordagem dinâmica e interativa para o aprendizado. Conforme Valmorbidia (2018), uma das aplicações potenciais do GeoGebra consiste no estudo e na construção de fractais. O estudo de fractais, denominado de Geometria Fractal, emerge como uma valiosa ferramenta para a abordagem de diversos conceitos matemáticos, tais como proporção, razão, fração, porcentagem, sequência, progressão aritmética e progressão geométrica. Conforme Baldovinotti (2011), os fractais podem ser descritos como estruturas geométricas formadas por uma pequena infinidade de microestruturas, tendo como características principais: irregularidades, auto-similaridade, a manutenção da mesma dimensão em qualquer escala e a presença de recursividade. De acordo com Nascimento e Costa (2020), a exploração da Geometria Fractal, por meio da modelagem matemática e da resolução de problemas, desempenha um papel crucial na formação dos futuros professores. Oliveira (2015) sugere que o estudo de fractais através do software GeoGebra possibilita a exploração de conceitos matemáticos complexos e abstratos de maneira mais prática, dinâmica e contextualizada, contribuindo para uma formação mais sólida.

Diante do exposto, este trabalho tem como objetivo relatar uma experiência de pesquisa que aborda as observações referentes às percepções de estudantes de Licenciatura em Matemática durante a construção de fractais clássicos por meio do software GeoGebra, especialmente no que se refere à utilização de comandos, listas e criação de novas ferramentas. A investigação busca identificar obstáculos específicos enfrentados pelos alunos durante o processo de exploração do GeoGebra para criar representações visuais e interativas de fractais geométricos. Ao compartilhar essas experiências, a intenção é contribuir para uma compreensão mais aprofundada das

---

<sup>3</sup> <https://www.geogebra.org/>

barreiras encontradas pelos estudantes ao integrar tecnologias como o GeoGebra em contextos educacionais. Dessa forma, espera-se fornecer percepções valiosas para aprimorar a formação de futuros professores de Matemática.

## METODOLOGIA

Este estudo adota uma abordagem qualitativa, respaldada pela visão de Creswell (2014), que destaca a capacidade das pesquisas qualitativas em facilitar a compreensão das características do fenômeno ou do contexto em análise, não sendo capazes de generalizar os resultados para uma população ou para outros contextos diferentes.

Para tanto, desenvolvemos um estudo experimental com estudantes do curso de Licenciatura Plena em Matemática do Centro de Ciências Humanas e Exatas (CCHE) da Universidade Estadual da Paraíba (UEPB), com o objetivo de compreender a forma como os alunos aplicam os conhecimentos de conteúdos matemáticos para a construção de fractais geométricos por meio do software GeoGebra. Para o experimento, optamos pelo estudo de fractais geométricos, especificamente:

1. **Triângulo de Sierpinski:** foi criado pelo matemático polônes Waclaw Sierpinski (1882 - 1969). Seu processo de construção começa com um triângulo equilátero, marcando o início da iteração zero. A partir daí, os pontos médios são marcados em cada lado do triângulo e conectados por segmentos de reta, gerando quatro novos triângulos. O triângulo central é removido, resultando em três triângulos interligados apenas pelos pontos médios. Isso caracteriza a primeira iteração. Esse processo é repetido recursivamente para cada novo conjunto de triângulos formados, sempre omitindo o triângulo central, conforme ilustrado na Figura 1.

Figura 1 – Duas iterações do Triângulo de Sierpinski.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

2. **Tetraedro de Sierpinski:** é uma estrutura fractal tridimensional que pode ser construída de maneira semelhante ao Triângulo de Sierpinski, porém em três dimensões, como apresentado na Figura 2.

Figura 2 – Duas iterações do Tetraedro de Sierpinski.



Fonte: Elaborado pelas autoras.

Estes fractais podem ser construídos por meio de processos matemáticos bem definidos através de elementos da Geometria Euclidiana no software GeoGebra através das dimensões 2D e 3D.

Antes de iniciarmos as atividades de construção dos fractais, aplicamos um questionário inicial online, utilizando o formulário Google, contendo 15 perguntas abertas e fechadas, descritas na Tabela 1. Este questionário teve a finalidade de avaliar o perfil de conhecimento e o nível de familiaridade dos alunos em relação ao software GeoGebra (Q01 a Q07), bem como a sua utilização como recurso didático pelo(s) professor(es) de Matemática (Q08 a Q15).

Tabela 1 – Questionário inicial.

<b>Id</b>	<b>Pergunta</b>
Q01	Você já conhecia ou ouviu falar do software GeoGebra?
Q02	Caso a resposta anterior tenha sido afirmativa, como você ficou conhecendo o software GeoGebra?
Q03	Você já utilizou o software GeoGebra?
Q04	O seu primeiro contato com o GeoGebra foi em qual nível de ensino?
Q05	Quais as janelas gráficas do software GeoGebra você explorou?
Q06	Você tem dificuldades em utilizar o software GeoGebra?
Q07	Qual é o seu nível de experiência na utilização do GeoGebra?
Q08	Você já teve algum professor de Matemática que utilizou o GeoGebra em sala de aula como recurso didático?
Q09	Se a resposta a pergunta anterior foi afirmativa, em qual(is) nível(is) de ensino?
Q10	Você sentiu que a utilização do Geogebra como recurso didático pelo(s) professor(es) melhorou a sua compreensão do conteúdo de Matemática? Justifique sua resposta.
Q11	O software GeoGebra foi utilizado em algum Componente Curricular do curso de Licenciatura em Matemática do CCHE/UEPB?
Q12	Caso a resposta anterior tenha sido afirmativa, em qual(is) Componente(s) Curriculare(s) o professor utilizou ou utiliza o software GeoGebra?
Q13	Caso você tenha utilizado o GeoGebra em algum Componente Curricular, quais os conteúdos foram explorados?
Q14	Você sentiu que a utilização do Geogebra melhorou a sua compreensão do conteúdo de Matemática? Justifique sua resposta.
Q15	Você sentiu que a utilização do Geogebra melhorou o seu desempenho?

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Para a construção de fractais geométricos no GeoGebra, uma etapa prévia consistiu na apresentação aos alunos de comandos de homotetia, associados à manipulação de listas

e ao processo de repetição. Esses fundamentos foram introduzidos como parte essencial do entendimento necessário para iterar e repetir padrões fractais de maneira eficaz. Além desses comandos, outro recurso apresentado foi a possibilidade de criar novas ferramentas no GeoGebra, permitindo aos alunos personalizar e desenvolver ferramentas específicas para atender às necessidades de determinadas atividades. Ao fornecer aos alunos um conhecimento sólido desses conceitos, estabeleceu-se uma base crucial para que eles pudessem, posteriormente, aplicar essas habilidades na construção dos fractais propostos por meio do GeoGebra, promovendo uma aprendizagem prática e contextualizada.

Ao longo do desenvolvimento das atividades, os alunos foram incentivados a utilizar qualquer um dos recursos disponíveis no software GeoGebra, garantindo-lhes autonomia em suas abordagens. Durante a condução do experimento foi observada a interação entre os alunos e o GeoGebra, com o registro de campo das estratégias utilizadas e a identificação das reações dos alunos. Posteriormente à conclusão das atividades, foi aplicado um questionário final com o propósito de avaliar quais os conhecimentos e conceitos matemáticos foram utilizados para o desenvolvimento das atividades propostas, inspiradas nas perguntas propostas por Barbosa (2019) e apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2 – Questionário final.

<b>Id</b>	<b>Pergunta</b>
Q01	Como você avalia seu domínio em relação ao software GeoGebra?
Q02	Você teve dificuldades em utilizar o software GeoGebra?
Q03	Quais conceitos matemáticos foram importantes na construção dos fractais?
Q04	Quais conhecimentos foram necessários e importantes para a construção dos fractais?

Fonte: Elaborado pelas autoras.

## RESULTADOS E DISCUSSÃO

O experimento foi desenvolvido com dez graduandos do curso de Licenciatura Plena em Matemática matriculados em diferentes semestres, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3 – Relação dos alunos por período.

<b>Período</b>	<b># Matriculados</b>
5º período	4
7º período	2
9º período	2
Acima do 10º período	1
<b>Total</b>	<b>10</b>

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com os dados obtidos com a aplicação do questionário inicial, 90% dos alunos declararam que possuíam conhecimento prévio ou pelo menos já tinham ouvido falar sobre o software GeoGebra. Desses, cerca de 77,8% relataram que foram introduzidos ao software

por meio de indicação de um professor, enquanto 11,1% disseram que tomaram conhecimento através da internet e 11,1% por recomendação de um amigo.

No que diz respeito à integração do software GeoGebra como ferramenta educacional por parte dos professores, 60% afirmaram que pelo menos um professor de Matemática já utilizou o GeoGebra como recurso didático em sala de aula. Entre eles, 83,3% indicaram que o GeoGebra foi empregado como recurso didático somente no Ensino Superior, enquanto 16,7% mencionaram seu uso desde o Ensino Médio. Notavelmente, nenhum dos participantes relatou ter visto o uso do software no ensino fundamental. Ademais, estes alunos afirmaram que o emprego do software GeoGebra como ferramenta educacional contribuiu para uma melhor compreensão dos conteúdos matemáticos. Ao justificar tal afirmação, um dos alunos relatou:

A questão de visualizar e analisar o que se tá estudando, por exemplo, um gráfico de uma função ou formas geométricas que podem ser construídas a partir das ferramentas ali presentes. Além de propor uma aula “diferente” do costume onde os alunos aprendem a matemática de outras formas/meios causando mais interesse por aquele assunto (Aluno A).

Acerca da utilização do software GeoGebra, 80% relataram que já fizeram uso, mas apenas 37,5% desses exploraram as janelas de visualização 2D e 3D. Em relação a exploração do GeoGebra nos componentes curriculares do curso de Licenciatura em Matemática do CCHE - UEPB, 60% afirmaram que docentes de disciplinas como Cálculo Diferencial e Integral I, Geometria I, Geometria II e Matemática I adotaram-o em algum momento. Todos os alunos que já utilizaram o GeoGebra afirmam que o seu uso melhorou a sua compreensão dos conteúdos e o seu desempenho em Matemática. Dentre as justificativas dada, citamos a seguinte:

O manuseio e praticidade do software de uma maneira simples, auxilia de maneira considerável a aprendizagem (Aluno B).

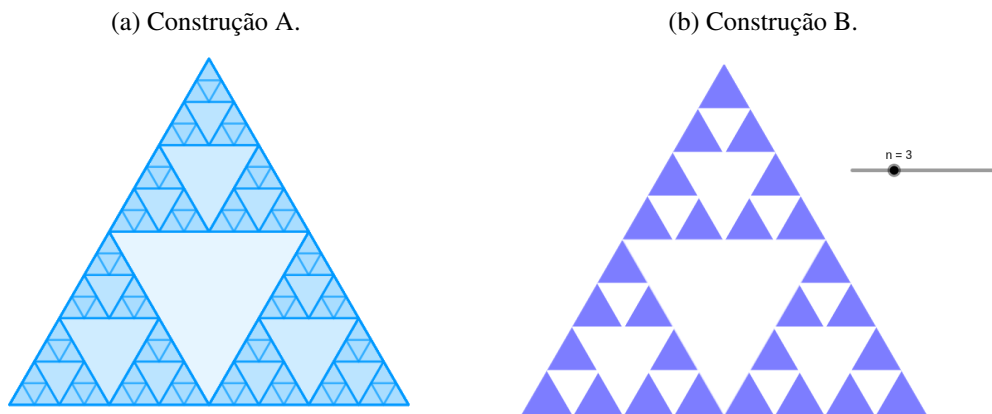
Com respeito a conhecimento sobre uso do software GeoGebra, 50% dos que já utilizaram-o afirmam ter dificuldade em seu manuseio. O que se manifesta claramente nas respostas relacionadas à prática do uso do GeoGebra, uma vez que apenas 25% relataram ter boa, 37,5% pouca e 37,5% muito pouca experiência.

Durante a construção dos fractais propostos, observamos que as dificuldades enfrentadas pelos graduandos no manuseio do software GeoGebra muitas vezes estava relacionada à aplicação de conceitos matemáticos na ferramenta e à manipulação de listas e comandos de repetição. Um dos principais desafios enfrentados pelos alunos foi traduzir conceitos matemáticos abstratos intrínsecos aos fractais para procedimentos práticos no GeoGebra. Ao avaliar as construções do Triângulo de Sierpinski pelos alunos, notamos soluções com variados níveis de conhecimento e complexidade na utilização do software GeoGebra, como podemos observar na Figura 3.

Ao comparar os dois Triângulos de Sierpinski, destaca-se uma diferença notável em suas abordagens construtivas. O primeiro fractal, Figura 3a, foi concebido através de uma abordagem simplificada com o emprego de elementos mais básicos do GeoGebra. Embora o Triângulo de



Figura 3 – Construções do Triângulo de Sierpinski.



Fonte: Dados da pesquisa.

Sierpinski apresente a estrutura característica do fractal, a sua construção envolveu procedimentos matemáticos mais diretos e com menor complexidade na aplicação de comandos.

Por outro lado, o segundo aluno empregou a criação de ferramentas e comandos avançados, como Sequência e Concatenar, integrando um controle deslizante associado a configurações avançadas. Essa abordagem resultou em um Triângulo de Sierpinski dinâmico, onde a manipulação do controle deslizante permite visualizar o fractal em diferentes iterações. Além disso, a habilidade de manipular listas e empregar comandos de repetição tornou-se essencial para criar as sequências necessárias à construção dos fractais, exigindo uma compreensão profunda e habilidades práticas na aplicação desses recursos matemáticos na plataforma.

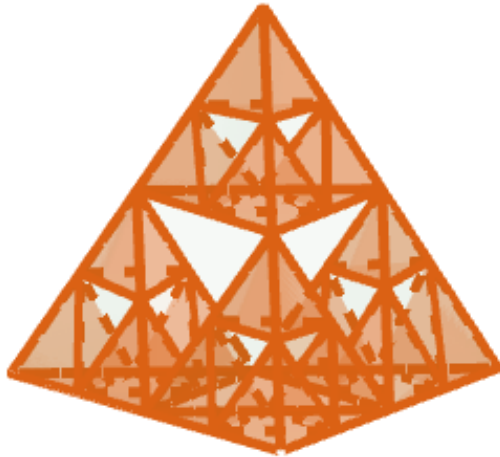
De maneira similar, observou-se o mesmo padrão na construção do Tetraedro de Sierpinski. Enquanto um aluno optou por utilizar comandos avançados, incluindo Sequência e Concatenar, o outro adotou uma abordagem mais simplificada, recorrendo a elementos básicos da ferramenta, como podemos observar nas Figuras 4a e 4b.

Essas comparações ressaltam a versatilidade e flexibilidade do GeoGebra, permitindo aos alunos escolherem entre diferentes níveis de complexidade na criação de fractais, adaptando-se às suas preferências e níveis de familiaridade com os recursos da plataforma para criar representações variadas dos fractais propostos.

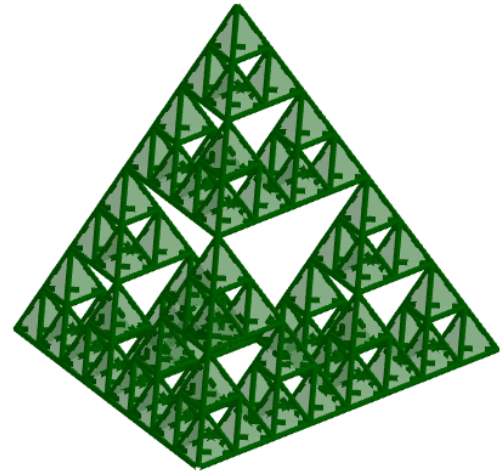
A diversidade na complexidade dos fractais construídos no GeoGebra está intimamente relacionada ao domínio que os alunos têm da ferramenta, como pode ser observado com os dados obtidos no questionário final. Os resultados indicaram que 60% dos participantes avaliaram seu domínio entre limitado e intermediário, enquanto que 40% como bom. A percepção do grau de domínio sobre a ferramenta refletiu diretamente na avaliação do nível de dificuldade no uso do GeoGebra para a construção dos fractais. Notavelmente, apenas 20% dos alunos relataram não apresentar muitas dificuldades na utilização do GeoGebra, indicando um grupo relativamente pequeno que se sentiu confortável com a plataforma desde o início. Em contraste, 50% afirmou

Figura 4 – Construções do Tetraedro de Sierpinski.

(a) Construção A.



(b) Construção B.



Fonte: Dados da pesquisa.

que enfrentou um pouco de dificuldade para construção dos fractais no GeoGebra. Os demais alunos (30%), afirmaram ter enfrentado muitas dificuldades no desenvolvimento das atividades, sugerindo a necessidade de maior suporte ou familiarização com a ferramenta.

Com relação aos conceitos matemáticos importantes para a construção dos fractais propostos, os alunos relataram a necessidade de compreender as propriedades fundamentais do Triângulo e do Tetraedro de Sierpinski, que envolve a repetição de padrões em uma sequência infinita de etapas. Quando questionados acerca dos conhecimentos utilizados na construção dos fractais, as respostas variam de acordo com a complexidade dos fractais construídos. Para os alunos que revelaram possuir um bom domínio do GeoGebra, o uso de comandos avançados, como Sequência, Concatenar e a criação de ferramentas personalizadas foram necessários controlar e manipular os elementos de maneira dinâmica e rebuscada.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O uso das tecnologias digitais no ensino de Matemática é uma tendência crescente, e os professores precisam estar preparados para utilizá-las de forma eficaz, buscando constantemente maneiras de inserir esses recursos tecnológicos no processo de ensino e aprendizagem.

A integração das tecnologias digitais ao ensino de Matemática não apenas facilita a compreensão de diferentes conceitos, mas também enriquece a experiência educacional, promovendo a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos. Nesse contexto, o experimento desenvolvido revelou que a construção de fractais no GeoGebra oferece aos graduandos em Matemática diversas oportunidades para explorar variados conceitos matemáticos, além da oportunidade de experimentar e testar hipóteses.



Com base nos resultados obtidos, sugerimos que as dificuldades enfrentadas por alguns alunos na construção do Triângulo e do Tetraedro de Sierpinski no GeoGebra, especialmente no que diz respeito ao emprego de comandos avançados, estão relacionadas à compreensão de como manipular os comandos de iteração. Assim, torna-se essencial oferecer apoio didático adequado para auxiliar os estudantes a superar essas dificuldades, promovendo uma compreensão mais robusta dos conceitos matemáticos envolvidos na criação de fractais no GeoGebra. Adicionalmente, destacamos a necessidade do desenvolvimento de estratégias de ensino que incorporem o uso de tecnologias matemáticas avançadas, com o objetivo de aprimorar a qualidade da formação de futuros professores de Matemática.

## AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), através do PIBIC/CNPq - UEPB, cota 2022-2023.

## REFERÊNCIAS

- AMANCIO, D. T.; SANZOVO, D. T. Ensino de Matemática por meio das tecnologias digitais. **Revista Educação Pública**, v. 20, n. 47, p. 1–5, 2020.
- BALDOVINOTTI, N. J. **Um estudo de fractais geométricos na formação de professores de matemática**. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2011.
- BARBOSA, L. M. **Aspectos do Pensamento Computacional na Construção de Fractais com o software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado) — Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília: Ministério da Educação (MEC), Secretaria de Educação Básica, 2018. <[http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf)>. Acesso em: 16 nov. 2023.
- CRESWELL, J. W. **Investigação Qualitativa e Projeto de Pesquisa: Escolhendo entre Cinco Abordagens**. 3. ed. Porto Alegre: Penso Editora, 2014.
- LIMA, M. G.; ROCHA, A. A. S. As Tecnologias Digitais no Ensino de Matemática. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 8, n. 5, p. 729–739, 2022.
- MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21. ed. Campinas, SP: Papirus, 2013.
- NASCIMENTO, R. C.; COSTA, L. F. M. A geometria fractal e a formação do professor de matemática: constructos possíveis. **EM TEIA - Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Universidade Federal de Pernambuco, v. 11, n. 1, p. 1–15, 2020.
- OLIVEIRA, C. M. S. **A investigação matemática com o GeoGebra no estágio com pesquisa do curso de Licenciatura em Matemática da UEG/Iporá**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática, Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2015.



PONTES, V. M. A. S. As inovações tecnológicas na educação: o uso de tecnologia e novas metodologias. **Revista Ilustração**, v. 4, n. 2, p. 125–129, 2023.

VALMORBIDA, J. M. **Uma proposta de atividades para o estudo de progressões geométricas utilizando fractais e o software GeoGebra**. Dissertação (Mestrado) — Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal da Fronteira Sul, Chapecó, 2018.