

BALANÇA DE DOIS PRATOS PARA ENSINO DE EQUAÇÕES DO 1º GRAU E DE VOLUME DE SÓLIDOS GEOMÉTRICOS

Vanderson Marinho de Carvalho¹
Juliana Maria Schivani Alves²

RESUMO

Materiais Manipulativos (MM) são objetos concretos que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Sua utilização orientada facilita a compreensão e o desenvolvimento do aluno no que tange os conceitos matemáticos expressos direta ou indiretamente nestes materiais. Este trabalho apresenta resultados de parte de um projeto de extensão sobre MM que culminou na realização de uma oficina voltada para docentes e licenciandos de Matemática. Para esta oficina, foram produzidas versões caseiras de uma balança de dois pratos a serem utilizadas com estudantes do 7º, 8º e 9º ano do Ensino Fundamental e 1ª série do Ensino Médio, visando auxiliar no ensino e na aprendizagem dos conteúdos: Equações algébricas do primeiro grau e volume de sólidos geométricos (cilindros, cones, prismas e pirâmides). Para tanto, inicialmente, realizou-se uma pesquisa bibliográfica em Piaget e outros autores estudiosos dos MM, buscando compreender como se dá a interação entre educandos e os Materiais Manipulativos no processo de ensino-aprendizagem. Nesta mesma pesquisa, aprofundamos os estudos acerca da balança de dois pratos para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos. Em seguida, realizou-se testes e aprimoramentos do material manipulativo proposto. Uma vez com o objeto finalizado, desenvolveu-se as atividades matemáticas e realizou-se a oficina. Os professores e licenciandos cursistas, conseguiram construir a balança de dois pratos usando materiais reutilizáveis e sucata, sem dificuldades e usaram suas próprias produções para solucionar as atividades de equações e volumes, sem lápis, papel ou qualquer outro instrumento pedagógico. A oficina oportunizou ao cursista levar para a sua sala de aula estratégias diferentes do tradicional e facilitadoras do processo de ensino-aprendizagem, uma vez que se trata de uma produção exequível, de baixo custo, que pode ser confeccionada pelo próprio aluno e permanente, no sentido que uma vez construída poderá ser utilizada diversas vezes por outros docentes e turmas.

Palavras-chave: Equações do 1º grau, Volume de sólidos geométricos, Materiais Manipuláveis, Balança de dois pratos.

INTRODUÇÃO

Este trabalho originou-se por meio de um projeto de extensão intitulado *Brincando de ensinar e aprender Matemática com materiais concretos*, desenvolvido no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte *Campus São Paulo do Potengi*, tendo como público-alvo, professores que ensinam Matemática das redes públicas e privadas da região Potengi, interior do estado.

¹ Graduando do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologias do Rio Grande do Norte, campus São Paulo do Potengi, vanderson.c@escolar.ifrn.edu.br.

² Professora orientadora: Mestra em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), juliana.schivani@ifrn.edu.br.

Tal projeto teve como motivação a realidade das escolas da região que apresentam dificuldades em montar um Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). Um dos principais motivos de dificuldade é a falta de recurso financeiro. Entretanto, pode-se superar essa dificuldade, ainda que de forma assistencialista, visto que

Lecionar em uma escola que não possui LEM é uma ótima oportunidade para construí-lo com a participação dos alunos, utilizando sucatas locais. Assim, o custo é diminuído e todos, alunos e professor, conhecem a aplicabilidade dos materiais produzidos (...). (LORENZATO, 2012, p.12)

Além disso, quando a instituição de ensino possui o material manipulativo, é comum os professores desconhecerem suas potencialidades e aplicabilidade, deixando-os inseguros de utilizar em suas aulas.

Isto posto, justifica-se a execução do projeto mencionado, tendo como objetivo principal, promover capacitação docente para reconstruir materiais concretos e utilizá-los para auxiliar no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática ao mesmo tempo que também sejam capazes de multiplicar os conhecimentos apreendidos, em suas escolas.

Tal projeto teve como participantes voluntários, discentes do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte *Campus São Paulo do Potengi*.

O projeto se deu em duas etapas. A primeira foi voltada para as pesquisas bibliográficas, documentais, construção dos protótipos dos materiais manipulativos, testes e produção das atividades matemáticas propostas com o uso dos materiais manipulativos específicos. A segunda etapa do projeto se deu com a realização de oficinas, as quais os professores participantes (re)construíram os materiais manipulativos e aprenderiam a utilizá-lo em suas aulas para o ensino, aprendizado e aplicação de conceitos matemáticos.

Dentre os materiais manipulativos propostos, um deles foi a balança de dois pratos para o ensino e o aprendizado de equações do 1º grau e de volumes de sólidos geométricos. Este material é o foco deste artigo.

Para utilizar uma balança tradicional de dois pratos é necessário um conjunto de pesos distintos cuja massa de todos seja conhecida. Um modelo de balança de dois pratos, bem como seus pesos, pode ser observado na figura 1 a seguir. O objeto que se deseja conhecer a massa é colocado sobre um dos pratos, que irá descer com a massa adicionada e conseqüentemente o outro prato, mais leve, subirá. Os pesos mostrados na figura 1 são então, adicionados, um de cada vez, no prato vazio, até que ambos os pratos estejam em equilíbrio, isto é, a uma mesma altura da base. Isso significará que a massa total de todos os pesos que há em um prato é

exatamente igual à massa do objeto que se encontra no outro prato. Existe, portanto, uma igualdade.

Figura 1: Balança de dois pratos e a caixa de pesos

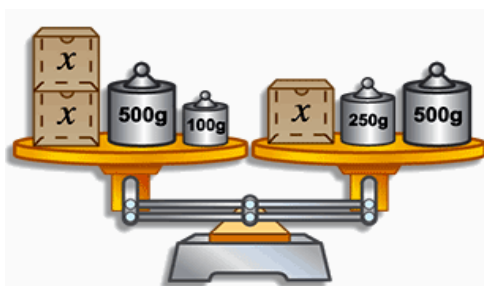


Fonte³: class.com.br, s/d.

O método de pesagem explicado anteriormente ainda é comumente realizado nas feiras livres e está intimamente relacionado com a Matemática, mais precisamente com as equações algébricas.

No ensino de equações algébricas, denomina-se de incógnita o objeto cuja massa é desconhecida e queremos conhecer com o auxílio da balança de dois pratos. O eixo da balança que mantém os pratos em equilíbrio é representado pelo sinal de igualdade na equação algébrica. Os valores de cada peso são os demais termos da equação. Um exemplo desta aplicação pode ser observado na figura 2 a seguir.

Figura 2: Exemplo de problema de equações envolvendo balança



Fonte⁴ matematica.pt, s/d.

³ Disponível em: < <https://www.clasf.com.br/balan%C3%A7a-de-prato-com-peso-antigo-em-brasil-12566805/>> Acesso em: 18 nov. 2023

⁴ NUNES, Vitor F. R. Como resolver equações do primeiro grau?, matematica.pt. Disponível em: < <https://www.matematica.pt/faq/resolver-equacoes.php>> Acesso em: 18 nov. 2023.

Para descobrir o valor de x na figura 2 anterior, representa-se a expressão, considerando que a balança está equilibrada, da seguinte maneira: $x + x + 500 + 100 = x + 250 + 500$. Ao somar os valores, tem-se $2x + 600 = x + 750$. Retira-se 600 gramas e uma caixa em ambos os pratos para que a balança se mantenha em equilíbrio e se encontre a resposta (quantidade de massa de uma caixa), o que resulta em $2x + 600 - 600 - x = x + 750 - 600 - x$, ou seja, $x = 150$.

Este e outros exemplos poderão ser utilizados usando a balança construída e apresentada logo adiante deste artigo.

Os livros didáticos mais atuais de Ensino Fundamental aprovados pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) já consideram a balança de dois pratos como estratégia para a explicação do passo a passo da resolução de equações algébricas do 1º grau.

Neste artigo, trazemos uma proposta que não se limita aos desenhos, ilustrações, imagens e esquemas. Fazemos uso do concreto e, por consequência, manipulativo, para facilitar o processo de ensino e de aprendizagem das equações do 1º grau. O presente trabalho, portanto, tem como objetivo reconstruir dois modelos de balança: a balança de dois pratos e a balança de frações, utilizando materiais de baixo custo e propor com estes recursos, atividades matemáticas que ensinam não apenas a resolução de equações algébricas do primeiro grau; mas também trabalhe com frações (operações e equivalências); e volume de sólidos geométricos (cilindros, cones, prismas e pirâmides), voltado para estudantes desde o sétimo ano do Ensino Fundamental até a 1ª série do Ensino Médio.

METODOLOGIA

Este trabalho tem uma abordagem qualitativa, desenvolvida por meio de uma pesquisa de intervenção, uma vez que inicialmente se realizou um levantamento bibliográfico de trabalhos que envolvesse a construção de balanças para o ensino da Matemática e, posteriormente, desenvolveu-se protótipos de materiais manipulativos, atividades matemáticas usando os materiais construídos que culminaram na aplicação destas produções em oficinas presenciais voltadas para licenciandos, e professores que ensinam Matemática.

Iniciou-se o projeto pesquisando-se modelos de balança de dois pratos caseira que se julgou com o melhor custo e benefício. Os resultados encontrados serviram como inspiração para se produzir o próprio modelo.

Após construções e testes, investigou-se os conceitos matemáticos que poderiam ser trabalhados usando o material manipulativo construído.

Por fim, desenvolveu-se uma sequência de atividades de matemática, incluindo o passo a passo da construção dos modelos de balança que propomos como material manipulativo a ser utilizado na resolução das atividades.

Ressalta-se que todo o material produzido (a balança e a sequência de atividades) foi pensada para o professor que ensina Matemática e, portanto, informa o nível de escolaridade e série a qual as atividade se destinam, os objetivos, os recursos necessários para o seu desenvolvimento, os conceitos matemáticos abordados, o passo a passo da construção do material usando sucata e outros recursos de baixo custo e acessíveis, as questões matemáticas que serão resolvidas com o uso do material, bem como as orientações e expectativas de respostas. A segunda página desta sequência, pode ser visualizada na figura 3 a seguir:

Figura 3: Página 2 da sequência de atividades matemáticas construída e entregue para os professores participantes da oficina Balança de dois pratos na Matemática



PÚBLICO-ALVO DA UTILIZAÇÃO DO MATERIAL:

Este conteúdo tem como público-alvo o 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental e 1ª série do Ensino Médio.



CONTEÚDOS MATEMÁTICOS QUE PODEM SER TRABALHADOS COM O MATERIAL:

Equações algébricas do primeiro grau; frações (operações e equivalências); volume de sólidos geométricos (cilindros, cones, prismas e pirâmides).



O QUE É A BALANÇA DE DOIS PRATOS?

A balança é um instrumento de medida que serve para determinar a massa de um objeto qualquer. Sua unidade de medida é o quilograma (Kg), medida está pertencente ao Sistema Internacional de Medidas (SI).

Pereira, Silva e Lourenço (2016) explicam que o princípio mecânico de funcionamento de uma balança é a partir de uma alavanca. Segundo os autores, "A teoria da balança foi um tema abordado desde a Grécia antiga por Aristóteles, mas foi desenvolvida somente em 1747 por Leonhard Euler (1707-1783), matemático e físico suíço." (PEREIRA; SILVA; LOURENÇO, 2016, p.10).

Os autores afirmam que a origem das balanças se deu no Antigo Egito. O modelo antigo possui dois pratos que comparam diretamente um objeto de massa conhecida em um dos pratos, com outro de massa desconhecida no outro prato, conforme mostra a figura:

Figura 1: Balança de dois pratos



Fonte: Arquivo pessoal, 2022.

Fonte: Autores, 2022.

A oficina para apresentação destes materiais foi promovida pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte *Campus* São Paulo do Potengi, e

contou com a participação de professores de Matemática das cidades de São Paulo do Potengi-RN e Guamaré-RN, além de discentes do curso de Licenciatura em Matemática da referida instituição.

Na oficina, todos os participantes tiveram a oportunidade de construir suas próprias balanças e a utilizarem na realização das atividades propostas. A finalidade de realizar a atividade era ensinar os participantes a usar a balança e verificar se todas as balanças construídas estavam funcionais e aptas para serem utilizadas. Essa preocupação se deu porque os professores levaram as balanças construídas consigo para posterior uso com suas turmas.

REFERENCIAL TEÓRICO

Piaget (1896 -1980) defendia que a interação entre os alunos, proporciona uma melhor aprendizagem. Paulo Freire (1921 – 1997) corroborou com esse pensamento, afirmando que a aproximação entre aluno e professor é importante para a aprendizagem dos alunos. Guerreschi (2020) diz que as crianças têm que participar ativamente do seu processo de aprendizagem, pois:

A desvalorização do movimento natural e espontâneo da criança a favor do conhecimento estruturado e formalizado, ignora as dimensões educativas da brincadeira e do jogo como forma rica e poderosa de estimular a atividade construtiva da criança. (GUERRESCHI, 2020, p.478)

A balança é um instrumento de medida que serve para determinar a massa de um objeto qualquer. Sua unidade de medida é o quilograma (Kg), medida pertencente ao Sistema Internacional de Medidas (SI).

Pereira, Silva e Lourenço (2016) explicam que o princípio mecânico de funcionamento de uma balança é a partir de uma alavanca. Segundo os autores, “A teoria da balança foi um tema abordado desde a Grécia antiga por Aristóteles, mas foi desenvolvida somente em 1747 por Leonhard Euler (1707-1783), matemático e físico suíço.” (PEREIRA; SILVA; LOURENÇO, 2016, p.10).

Os autores afirmam que a origem das balanças se deu no Antigo Egito. O modelo antigo possui dois pratos que comparam diretamente um objeto de massa conhecido em um dos pratos, com outro de massa desconhecida no outro prato. Este modelo de balança foi usado por cerca de 400 anos até que no século XVIII, após ser reconhecido sua importância nos processos químicos e pesquisas científicas, melhorias foram realizadas para aumentar a precisão e otimizar o trabalho de pesagem. Mas, foi apenas no século XIX que a balança assumiu um papel

primordial em pesquisas científicas. (PEREIRA; SILVA; LOURENÇO, 2016) A balança de dois pratos, embora antiga e analógica, ainda hoje é utilizada no comércio, sobretudo por feirantes.

De acordo Hole (1977) os materiais manipuláveis estruturados são todos aqueles materiais produzidos com alguma finalidade educacional, por exemplo, blocos lógicos, ábaco, torre de Hanoi dentre outros. Já os materiais manipulativos não estruturados são todos que não tem como principal objetivo a funcionalidade educacional, ou seja, garrafas, copos, embalagens de produtos, potes plásticos, cédulas de dinheiro, tecidos. Independentemente do material que esteja utilizando, sempre pode ser significativo para aprendizagem “como mediadores para facilitar a relação professor/aluno/conhecimento” (LORENZATO, 2012, p.78). Não só isso, mas também “funcionam como uma primeira forma de representação dos conceitos.” (LORENZATO, 2012, p.81).

Todo material concreto dito material manipulativo, seja para fins educacionais ou não, são definidos como “objetos ou coisas que o aluno é capaz de sentir, tocar, manipular e movimentar. Podem ser objetos reais que têm aplicação no dia a dia ou podem ser objetos que são usados para representar uma ideia” (LORENZATO, 2012, p.78).

Neste sentido, utilizaremos as balanças como material manipulativo para o ensino e a aprendizagem de conceitos matemáticos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Inicialmente, realizou diversos testes de modelos diferentes de balança caseira, utilizando-se de materiais distintos. Constatou que não seria viável usar cabos de madeira como eixo da balança, uma vez que se necessitava de um material uniforme para não influenciar na sensibilidade da balança.

Na figura 4 a seguir é possível visualizar a versão caseira da balança de dois pratos construída utilizando garrafa PET, potes plásticos e cano.

Figura 4: Montagem da balança de dois pratos usando cano de PVC



Fonte: Autores, 2023.

Para os pesos, foram pensados sacos transparentes com areia. Outra sugestão é utilizar tampinhas de garrafas PET ou sólidos geométricos de madeira que são comercializados em kits de material pedagógico, como o mostrado na figura 5 a seguir.

Figura 5: Sólidos Geométricos 11 Peças em madeira



Fonte: <https://www.amazon.com.br>

Utilizando sólidos como os mostrados na figura anterior, é possível comparar os volumes de cones, cilindros, pirâmides e prismas, sabendo que três pirâmides tem o mesmo volume que um prisma de mesma área de base e altura, assim como três cones tem o mesmo volume que um cilindro de mesmo raio de base e altura. Na figura 6 a seguir pode ser observada uma dessas comparações.

Figura 6: Balança equilibrada com três pirâmides cuja massa total é o mesmo que um prisma de mesma base e altura



Fonte: Autores, 2023.

Vale ressaltar que a balança possui extrema sensibilidade e não pode ser considerada precisa, pois se o barbante sair do centro de massa do cano (que não necessariamente é o centro geométrico, pois dependerá do material em que o cano foi confeccionado, podendo deixá-lo homogêneo ou heterogêneo), ou o peso de cada parafuso (gancho) seja diferente ou ainda se os barbantes e nós forem de tamanhos e formatos distintos, afetar a precisão da balança, de modo a deixá-la levemente desequilibrada, mesmo com massas iguais em ambos os lados. Ainda assim, consideramos a construção proposta, um material didático útil para o ensino e aprendizagem de equações do primeiro grau e também de volumes de sólidos geométricos.

Outro conceito matemático que observamos ser possível trabalhar é o de frações. Para tanto, é necessário a construção de um outro modelo de balança, utilizando uma régua em substituição do cano, com furos equidistantes, conforme modelo construído e exibido na figura 7 a seguir.

Figura 7: Balança de frações com ganchos equilibrada



Fonte: Autores, 2023.

Na figura anterior é possível observar que usamos cliques de papel como pesos. O exemplo mostrado na figura é a equivalência de $\frac{3}{4} + \frac{3}{4}$ igual a $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$.

Usando a balança de dois pratos, propomos a resolução das seguintes equações:

- a) $6t = t + 10$
- b) $80 + x = x + x + x + 10$
- c) $\alpha + \alpha + 25 = \alpha + 10 + 10 + 10$
- d) $10 + 10 + 10 + 25 + 20 + 5 = c + 25 + 5$
- e) $80 + 10 + 10 = c + c + 10 + 10$
- f) $\frac{x}{2} + 5 = 10 + 5$
- g) $\frac{x}{3} = 10$
- h) $\frac{x}{4} + 5 = 80 + 5$
- i) $x - 5 = 25 + 10 + 10$
- j) $x - 10 = 50$

A tabela 1 a seguir mostra a massa dos pesos conhecidos (identificados no saco) e desconhecidos (rotulados com uma incógnita qualquer no saco) que devem ser confeccionados com sacos de areia.

Tabela 1: Massa dos pesos conhecidos e desconhecidos que devem conter em cada saco de areia confeccionado para a balança de dois pratos

Item	Massa (g) dos pesos conhecidos	Massa (g) dos pesos desconhecidos
a)	10g.	7 de 2g (massa equivalente a uma tampinha de garrafa de refrigerante)
b)	10g; 35g; 70g; 80g.	4 de 35g
c)	2 de 5g; 3 de 10g; 25g.	3 de 5g
d)	2 de 5g; 3 de 10g; 20g; 2 de 25g.	1 de 50g (massa equivalente a 1 cilindro de madeira)
e)	4 de 10g; 40g; 80g.	2 de 40g (massa equivalente a 1 cilindro de madeira)
f)	2 de 5g; 2 de 10g.	2 de 10g representando $\frac{x}{2}$
g)	3 de 10g.	3 de 10g representando $\frac{x}{3}$
h)	2 de 5g; 4 de 80g.	4 de 80g representando $\frac{x}{4}$
i)	2 de 5g; 2 de 10g; 25g.	1 de 45g representando $x - 5$
j)	2 de 10g; 50g.	1 de 50g representando $x - 10$

Fonte: Autores, 2022.

Os professores participantes da oficina não demonstraram dificuldades na construção e uso da balança para resolução de tais questões.

Na figura 8 a seguir tem-se duas professoras usando a balança construída por elas e seus respectivos pesos, para resolver uma das questões da atividade que constava no material impresso entregue.

Figura 8: Professoras participantes da oficina Balança de dois pratos na Matemática



Fonte: Arquivo pessoal, 2022.

Durante a realização da oficina foi perceptível a satisfação dos participantes em produzir seu próprio material pedagógico que, quando utilizado, será um facilitador no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Embora não exista uma exatidão na precisão das massas e na sensibilidade da balança construída, enfatizamos que as atividades propostas com essas construções são exequíveis e cumprem com o objetivo de ensino e de aprendizagem das equações algébricas e das equivalências e operações com frações, além da comparação de volumes de sólidos geométricos.

Todos os fatores físicos que interferem na precisão da balança construída permitem um trabalho mais aprofundado relacionando as disciplinas de Matemática e de Física, tornando a proposta interdisciplinar e com mais significado.

Os professores e licenciandos participantes da oficina assumiram um papel de multiplicadores do conhecimento apreendido, uma vez que além de colocarem em prática as propostas apresentadas, em suas respectivas turmas, também poderão compartilhar as atividades com seus colegas de trabalho.

REFERÊNCIAS

GUERESCHI, Maria Inês. **Estudos de Piaget e Vigotsky sobre o brincar**. In: ALMEIDA, Adriano Silva de Almeida; *et al.* Aprendizagem significativa. São Paulo: SL Editora, 2020.

HOLE, Volker. **Como ensinar matemática no ensino básico e no secundário**. Lisboa: Horizonte, 1977.

LORENZATO, Sérgio (org). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas: Autores Associados, 2012.

SARMENTO, Alan Kardec Carvalho. **A utilização dos materiais manipulativos nas aulas de Matemática**. Universidade Federal do Piauí. 2010. Disponível em: <https://silo.tips/queue/a-utilizaao-dos-materiais-manipulativos-nas-aulas-de-matematica?&queue_id=1&v=1646152336&u=MTY4LjE5NC4xNzcuMjMz> Acesso em: 01 mar. 2022.

ARAÚJO, Carlos Alberto Souza. **Ensino de equação polinomial do primeiro grau por meio do uso da balança de dois pratos**. Alison Marcelo Van Der Laan Melo. 2022. 75f. Dissertação (Mestrado)- Programa de Pós-Graduação em Matemática (PROFMAT), UNIVASF, Juazeiro-Ba, 2022.

PEREIRA, Marsílvio Gonçalves; SILVA, Rejâne M. Lira da; LOURENÇO, Marta C. **Estudando um objeto científico antigo de uma instituição pública baiana: Balança de Sartorius (balança analítica de dois pratos com gabinete)**. In: Anais eletrônicos do 15º Seminário Nacional de História da Ciência e da Tecnologia. Florianópolis, Santa Catarina. 2016. Disponível em: https://www.15snhct.sbhc.org.br/resources/anais/12/1471268361_ARQUIVO_ArtigoCompleto-versaofinalatual-envio.pdf