

## ESTRUTURAS ADITIVAS: OS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO, A LINGUAGEM MATEMÁTICA E A TEORIA DE GERARD VERGNAUD

Romário Cícero da Silva Abreu<sup>1</sup>

Terezinha Raquel Ribeiro<sup>2</sup>

### RESUMO

Este artigo científico tem como objetivo: mapear as produções, sobre o ensino das estruturas aditivas no Ensino Fundamental Anos Iniciais, na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Sendo esses conteúdos de adição e subtração, analisados a partir das operações que os envolvem, constituindo-se como basilares para o desenvolvimento do pensamento lógico matemático e essencial para a aprendizagem de conteúdos e operações posteriores, a exemplo da multiplicação e divisão, em virtude disto, escolhemos esta temática como objeto desta pesquisa bibliográfica. Buscamos observar através de um mapeamento/levantamento bibliográfico, como está sendo discutida esta temática no universo acadêmico, tendo como lócus o espaço da Pós- Graduação Stricto Sensu, por meio das produções decorrentes dos programas de mestrado e doutorado das universidades brasileiras. Aqui, apresentamos uma discussão a partir dos dados obtidos acerca do tema, partindo das produções científicas encontradas. O trabalho divide-se nas seguintes sessões: 1 - o surgimento dos sistemas de numeração e linguagem matemática; 2 - uma breve explanação acerca do campo conceitual das estruturas aditivas de Gerard Vergnaud; 3 – discussão e resultados, posteriormente seguem as considerações finais. A obtenção dos dados para esta discussão, ocorreu a partir de um mapeamento bibliográfico de escritos acadêmicos que fossem condizentes com a temática aqui trabalhada. A metodologia utilizada caracteriza-se como uma pesquisa de cunho bibliográfico, no qual foi feito um mapeamento na plataforma da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD).

**Palavras-chave:** Estruturas Aditivas, Ensino Fundamental Anos Iniciais, Teoria dos Campos Conceituais.

### INTRODUÇÃO

Este escrito acadêmico tem como objetivo, mapear as produções entre o período de 2002 à 2018, na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), sobre o ensino das estruturas aditivas no Ensino Fundamental Anos Iniciais. Sendo esses conteúdos de adição e subtração, analisados a partir das operações que os envolvem, constituindo-se como basilares para o desenvolvimento do pensamento lógico matemático e essencial para a aprendizagem de conteúdos e operações posteriores, a exemplo da multiplicação e divisão, em virtude disto, escolhemos esta temática como objeto desta pesquisa bibliográfica.

Buscamos observar através de um mapeamento/levantamento bibliográfico, como está sendo discutida esta temática no universo acadêmico, tendo como lócus o espaço da Pós-

---

<sup>1</sup> Graduando do Curso de Pedagogia da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, autor principal: [romariocicerio2019.1@gmail.com](mailto:romariocicerio2019.1@gmail.com);

<sup>2</sup> Graduanda do Curso de Pedagogia da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, coautora: [raquelribeirojampa@gmail.com](mailto:raquelribeirojampa@gmail.com)

Graduação *Stricto Sensu*, por meio das produções decorrentes dos programas de mestrado e doutorado das universidades brasileiras, no recorte temporal anteriormente especificado.

Aqui, apresentamos uma discussão a partir dos dados obtidos acerca do tema, partindo das produções científicas dos tipos tese e dissertação, o trabalho divide-se nas seguintes sessões: 1 - o surgimento dos sistemas de numeração e linguagem matemática; 2 - uma breve explanação acerca do campo conceitual das estruturas aditivas de Gerard Vergnaud; 3 – discussão e resultados, posteriormente seguem as considerações finais.

## **O SURGIMENTO DOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO E A LINGUAGEM MATEMÁTICA**

Registros, cálculos e operações diversas fizeram, fazem e farão parte do cotidiano de todos aqueles que compuseram grupos sociais humanos ao longo dos tempos, a história da matemática e das sociedades se confundem e compartilham momentos de ascensão, transformação e conseqüentemente elevação da sua complexidade, em virtude do avanço da história e as modificações das necessidades humanas ao longo das diferentes épocas, lugares e hábitos. A esse respeito, Ifrah (1989) afirma que a história da matemática é a história das necessidades humanas e de seus grupos para quantificar membros, bens e perdas, além de datar funções, surgimento de cidades e acontecimentos históricos variados, percebe-se que a praticidade e aplicabilidade dos conhecimentos matemáticas era constante em praticamente todo o cotidiano dos sujeitos.

Ao se utilizar de quantificações, quantidades, números e abstrações para representar e registrar necessidade e fatos do cotidiano, o homem passou a lançar mão de instrumentos que o possibilitasse realizar tais atos, desse modo, se utilizou daquilo que já fazia parte do seu dia a dia e que facilmente poderia dispor, os “instrumentos naturais de quantificação”, pedras, conchas, pedaços de madeira, ossos de animais e etc. Que de acordo com Ifrah (1989, p. 52) assumiram o papel de “[...] verdadeiros símbolos numéricos, bem cômodos para assimilar, guardar, diferenciar ou combinar números [...]”.

Com o aprimoramento dessas práticas de utilização de materiais concretos e palpáveis para a realização de cálculos e quantificações, iniciou-se a história dos sistemas de numeração, Ifrah (1989). A utilização de marcações em superfícies, o registro através de escritas ou pinturas, ainda existe atualmente, mas se faz necessário lembrar que é herança de hábitos advindos de grupos sociais longínquos.

Com relação a esses primeiros sistemas de numeração, a grande problemática inicialmente foi a representação de grandes quantidades, que dificultavam os seus registros, as

representações até a ordem das unidades eram facilmente representadas, entretanto, quantidades superiores dificultavam de maneira extrema as suas representações e registros. Sobre este aspecto Justo (2004, p. 16), afirma que:

A grande problemática de vários sistemas numéricos antigos era a representação de quantidades maiores, pois praticamente todos os sistemas baseavam-se no princípio aditivo, ou seja, cada símbolo somava-se ao seguinte, o que fazia com que fossem necessários vários símbolos para representar uma quantidade maior.

Como principal aprimoramento dos sistemas de numeração ao longo dos séculos, tem-se a invenção/adição do numeral zero, que segundo Ifrah (1989), fez surgir nesses sistemas a possibilidade de representação de uma quantidade ausente, um agrupamento inexistente que evidenciou a necessidade de uma ampliação e maior organização dos sistemas de numeração iniciais. Além da adição do zero, outro meio encontrado para o aprimoramento e melhor organização dos sistemas numéricos foram as notações científicas, como segue asseverando Justo (2004, p. 16):

Ao longo da história, os homens foram procurando soluções para esse problema. Muitos povos inventaram o sistema de bases que consistia em agrupar um determinado número de elementos e representar esses agrupamentos com uma notação diferenciada.

Em relação a linguagem matemática no sentido de um código representativo, sua aprendizagem foi inicialmente dificultada em virtude da ausência de uma representação numérica (algarismos) capaz de significar sua representatividade, como assevera Silva (2003), que segue afirmando ainda que, como exemplificação do exposto acima, podemos nos remeter a álgebra egípcia, que realizada eminentemente oral, foi usada muitas vezes como habilidade retórica, o que também dificultava sua representação escrita.

## **UMA BREVE EXPLANAÇÃO ACERCA DO CAMPO CONCEITUAL DAS ESTRUTURAS ADITIVAS DE GERARD VERGNAUD**

Pode-se afirmar segundo Justo (2004, p. 50) que “[...] um campo conceitual se define pelo conjunto de situações cuja compreensão necessita do domínio de vários conceitos de naturezas diferentes”. Conceitos esses que aliados a situações diversas da vida do sujeito, são representados por instrumentos simbólicos. Por isso para Vergnaud (1993) a teoria dos campos conceituais é representada por características de funcionamento dos mecanismos que analisam a reciprocidade entre as situações e a representação dos conceitos.

Para Vergnaud (1996<sup>a</sup>) a construção intelectual por parte do sujeito em relação ao campo conceitual das estruturas aditivas requer tempo e experimentação de situações diversas, como

a utilização de diversas ferramentas e instrumentos para resolução de problemas, de procedimentos matemáticos diversos e as suas representações.

Antes de Vergnaud, Piaget (1973, p. 51) *apud* Justo (2004, p. 51), já tratava a adição e a subtração como operações matemáticas de gênero idêntico:

[...] duas ações do mesmo gênero possam compor uma terceira, que pertence ainda a esse gênero, e desde que estas diversas ações possam ser revertidas. Assim, é que a ação de reunir (adição lógica ou adição aritmética) é uma operação, porque várias reuniões sucessivas equivalem a uma só reunião (composição das adições) e as reuniões podem ser invertidas em dissociações (subtração).

Nessa construção teórica dos campos conceituais, Vergnaud (1996<sup>a</sup>) se utiliza da categoria de análise denominada de “esquema”, partindo de Piaget, entendendo-a como sendo o recurso basilar para a construção e elaboração intelectual por parte do sujeito sobre o campo conceitual. Daí a sua intervenção, a atuação nas classificações, nos problemas e nos procedimentos utilizados pelos sujeitos na resolução das problemáticas a que eram submetidos.

Acerca disto, Brun (1996c, p. 23) descreve que:

É o esquema que organiza e dá sentido, simultaneamente, às ações, às situações e às representações simbólicas que as acompanham; com efeito, ele é essencialmente assimilador, antecipador e dinâmico; pode mudar de significação e transforma-se no decurso das ações.

Esse caráter “amorfo”, ou seja, sem uma forma rígida e única de utilização do esquema ou esquemas, dá uma dinamicidade essencial no movimento de apreensão e assimilação do campo conceitual das estruturas aditivas, facilitando sua utilização e apropriação pelo sujeito, tanto dos métodos de resolução dos cálculos, como do sentido que essas operações passam a significar para os mesmos.

Outra categoria de análise é a dos “objetos do pensamento” que segundo Justo (2004), se trata da utilização dos conceitos e conhecimentos de que o sujeito já dispõe e de que se utiliza para realizar a solução da situação problema a ele proposta, aqui o conhecimento passa ao estatuto de “objeto” utilizado pelo sujeito. A aplicação desses conceitos em resoluções matemáticas, é vista como a concretização das lógicas elaboradas mentalmente e posteriormente postas em prática quando exigidas.

Já o “conceito-em-ação” segundo Vergnaud (1996<sup>a</sup>) é quando o sujeito conhece em quais situações se aplicaria determinada regra, conceito ou conhecimento matemático, é a percepção da possibilidade de aplicação do conhecimento possuído. Nesse sentido, em meio a todos os conhecimentos que já possui, o sujeito seleciona o que eleger como mais adequado para a situação na qual se encontra.

A categoria “teoremas-em-ação” Vergnaud (1996<sup>a</sup>) assevera que é a correlação que o sujeito estabelece entre duas partes constituintes de um mesmo objeto. Ou seja, se eu conheço parte da lógica de um sistema matemático, resta-me racionalmente prosseguir com essa mesma lógica para concluir o problema a ela atribuído.

## METODOLOGIA

Inicialmente, acessamos a plataforma da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD), para a realização da busca utilizamos os seguintes descritores: “adição e subtração”, “estruturas aditivas” e “Ensino Fundamental Anos Iniciais e o ensino das estruturas aditivas”. A primeira busca resultou em 1.201 trabalhos encontrados, utilizamos como critério de inclusão e exclusão, a etapa do Ensino Fundamental a qual o trabalho se referia, permanecendo apenas os que dialogavam a respeito dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, permanecendo um total de 40 trabalhos.

O segundo critério de inclusão/exclusão foi o recorte temporal, optamos por trabalhar com trabalhos produzidos no período de 2002-2018, nesta triagem saíram 33 produções. Com isso, nossa base empírica final, constituiu-se de sete (7) trabalhos, sendo eles, cinco (5) dissertações e duas (2) teses, que atenderam a todos os critérios estabelecidos para esta pesquisa.

A obtenção dos dados deste trabalho ocorreu a partir de um mapeamento bibliográfico de escritos acadêmicos que fossem condizentes com a temática aqui trabalhada. A metodologia utilizada caracteriza-se como uma pesquisa de cunho bibliográfico, no qual foi feito um mapeamento na plataforma da Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Sobre Mapeamento e estado da arte Soares, Maciel e André *apud* Santos *et al* (2020, p. 212) afirmam que:

[...] consiste em um tipo de pesquisa bibliográfica de caráter panorâmico, tomado de expressão crítica e analítica e assumindo abordagem quanti-qualitativa, buscando, conforme, André (2002), um balanço do conhecimento mediante análise comparativa de diversos trabalhos sobre uma temática em questão. Portanto, apresenta-se como produção que possibilita construir novas perspectivas das quais contribuam com uma área do conhecimento e, nesse sentido, com a evolução da ciência.

Após o mapeamento, ocorreu o processo de leitura, fichamento dos textos selecionados, análise e escrita dos resultados. Todos esses procedimentos tiveram como objetivo, observar como a temática deste trabalho está sendo discutida dentro dos ambientes de produção acadêmica, especialmente em nível *Stricto Sensu*. Segue abaixo a análise e discussão dos resultados obtidos.

## DISCUSSÃO E RESULTADOS

O primeiro trabalho encontrado é referente ao ano de 2002, do tipo tese e pertence ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP) e discorre acerca da construção dialética realizada por alunos do Ensino Fundamental Anos Iniciais na resolução e compreensão de problemas matemáticos envolvendo as estruturas aditivas. Percebe-se na obra, que sua autora pretende observar a correlação que os alunos estabeleciam entre a adição e a subtração, como também compreender os esquemas e meios utilizados pelos mesmos na resolução dos problemas, baseada na teoria de Vergnaud, como também nos estudos de Piaget. Como pode-se perceber, o foco foram as estratégias utilizadas pelos educandos.

O segundo trabalho é de 2004, do tipo dissertação e pertence ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Nele a autora busca observar a elaboração dos esquemas utilizados pelas crianças na construção de seu pensamento lógico matemático, baseando-se na teoria do campo conceitual das estruturas aditivas. Em que objetiva com sua pesquisa, realizar a descrição da elaboração e do aprimoramento dos esquemas utilizados pelas crianças para resolver as questões matemáticas propostas. Ao fazer alterações na complexidade das questões matemáticas, percebeu-se que os alunos também trocavam de esquemas e se utilizavam de meios diferenciados para a resolução das mesmas.

O terceiro trabalho é da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC), trata-se de uma dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Psicologia Experimental e Análise do Comportamento. Objetiva identificar comportamentos entendidos como pré-requisitos para o ensino e a aprendizagem da adição e subtração. O trabalho se desenvolve perante categorias de análise, como condições de trabalho oferecidas ao docente e como ambos (docente e discente) perante essas condições se comportam em relação aos seus papéis primários, ensinar e aprender respectivamente.

O quarto trabalho é de 2006 e pertence ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), objetiva explorar a resolução de problemas no campo das estruturas aditivas a partir de materiais manipulativos e representativos. Nesta produção, a autora busca enxergar e perceber a influência da utilização de materiais manipulativos e formas representativas na resolução de problemas matemáticos no campo das estruturas aditivas, apontando para a potencialização da capacidade de raciocínio e maior assertividade.

A quinta produção é de 2010, fruto do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC), é do tipo tese e objetiva estudar a influência do suporte didático na aprendizagem das estruturas aditivas por parte do aluno. Ao se referir a suporte didático, o autor se remete a uma sequência didática de ensino, previamente elaborada e sua influência na potencialização da aprendizagem dos alunos.

O sexto trabalho é do ano de 2014, do tipo dissertação, pertence ao Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual do Ceará (UECE) e objetiva analisar cursos de formação online no campo das estruturas aditivas. Nele, volta-se para a questão das dificuldades de aprendizagem dos alunos e como o professor a partir de capacitações específicas na área das estruturas aditivas poderia corresponder melhor as demandas de seus educandos.

O sétimo trabalho é de 2018, do tipo dissertação, sendo oriundo do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), objetiva estudar as dificuldades apresentadas por alunos do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental Anos Iniciais a respeito da resolução dos problemas matemáticos de adição e subtração. O estudo dessas dificuldades possibilitou ao mesmo tempo enxergar onde recaíam a maior quantidade de erros, dúvidas e empecilhos a aprendizagem das estruturas aditivas por parte dos alunos, como aprimorar a prática docente visando a adequação das propostas didáticas as necessidades eminentes dos estudantes.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Após a conclusão deste estudo acerca das estruturas aditivas no Ensino Fundamental Anos Iniciais, constata-se a larga discussão acerca da temática, tendo em visto que em um primeiro momento sem a aplicação dos filtros que correspondem aos critérios de inclusão e exclusão desta investigação, foram localizados cerca de 1.201 trabalhos.

Outro dado importante é a presença de Vergnaud como principal expoente na área dos estudos relacionados as estruturas aditivas, sendo esse autor citado e referenciado em todos os trabalhos por nós encontrados e selecionados para a base teórica desse estudo e conseqüentemente para a análise dos dados, o que aponta para a importância desse estudioso para o desenvolvimento de novos estudos e pesquisas acerca desta temática.

A base empírica deste estudo se constituiu a partir de teses (2) e dissertações (5), evidenciando nessa amostra a superioridade em termos de quantidade de trabalhos produzidos com larga vantagem para os programas de mestrado, em que os mesmos possuem quase o triplo de estudos acerca da temática, se comparados aos programas de doutorado.

Por fim, se faz necessário destacar que este estudo possui limitações diversas, em virtude de sua pequena abrangência em termos numéricos (quantidade de trabalhos analisados) e de autores utilizados para sua fundamentação. Entretanto, ainda assim, colabora para com o campo de estudos das estruturas aditivas no sentido de buscar, sistematizar e observar como se encontram essas produções acerca deste campo de estudos na BDTD.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRUN, J. **Evolução das relações entre a Psicologia do Desenvolvimento Cognitivo e a Didática da Matemática**. Editora: Instituto Paiget. Lisboa, 1996.

DONINI, Rafaella. **Identificando comportamentos pré-requisitos para o ensino da adição e da subtração**. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

GABRIEL, Eliana. C de C. **Um estudo sobre as dificuldades apresentadas por alunos do 3º ao 5º ano do ensino fundamental nas etapas de solução de problemas de estrutura aditiva**. Universidade Estadual de São Paulo, 2018.

IFRAH, Georges. **História Universal dos Algarismos: A inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Tomo 2. Rio de Janeiro: Editora Nova Fronteira, 1997.

JUSTO, Jutta. C. R. **Mais... ou menos?...**: a construção da operação de subtração no campo conceitual das estruturas aditivas. Universidade Federal do Rio Grande do Sul-UFRGS, 2004.

PINHEIRO, Joserlene L. **Formação continuada online de professores de Matemática para o trabalho com adição e Subtração**. Universidade Estadual do Ceará, 2014.

SANTOS, Marcio et al. **Estado da arte: aspectos históricos e fundamentos teórico-metodológicos**. Revista Pesquisa Qualitativa. São Paulo (SP), v.8, n.17, p. 202-220, ago. 2020.

SANTANA, Eurivanilda. R. dos S. **Estruturas aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** Universidade Pontifícia de São Paulo, 2010.

SILVA, Circe M. S. **Explorando as operações aritméticas com recursos da história matemática**. Brasília: Plano Editora, 2003.

VENTURA, Luciana de S. **Explorando a resolução de problemas de estrutura aditiva usando diferentes tipos de representações: reta numérica e material manipulativo**. Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

VERGNAUD, G. **Teoria dos campos conceituais**. In Nasser, L. (Ed.) Anais do 1º Seminário Internacional de Educação Matemática do Rio de Janeiro, 1993, p. 1-26.





VERGNAUD, G. A trama dos campos conceituais na construção dos conhecimentos. **Revista do GEMPA**, Porto Alegre, 1996a, n.4: 9-19.

LOPES, Shilderlene V. de A. L. **A construção dialética da adição e subtração e a resolução de problemas aditivos**. Universidade Estadual de São Paulo, 2002.