

## PONTOS E LINHAS EM DIVERSAS CULTURAS

Ivonei João Tormena<sup>1</sup>  
Noelly Susana Goedert de Souza<sup>2</sup>  
Eduardo Simão da Silva<sup>3</sup>  
Tânia Baier<sup>4</sup>

### RESUMO

Este artigo expõe um recorte da pesquisa qualitativa desenvolvida no Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECIM) da Universidade Regional de Blumenau (FURB) com apoio do Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina (UNIEDU). O parecer 5.909.423 do Comitê de Ética na Pesquisa em Seres Humanos aprovou o projeto que foi norteado pela indagação: Quais são as implicações de práticas educativas envolvendo o ensino de geometria e álgebra, com abordagens multiculturais e da etnomatemática, visando à aprendizagem significativa nos anos finais do Ensino Fundamental? A obtenção dos dados ocorreu por meio de relatos escritos pelos sujeitos da pesquisa que participaram de um curso de formação para professores. Na finalização deste curso, cada professor escolheu pelo menos um dos temas estudados, desenvolveu junto com seus estudantes na escola onde atua e apresentou o relatório da vivência pedagógica contendo fotos sem identificação. O material de apoio do curso foi constituído por textos teóricos e atividades didáticas organizadas conforme a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel, seguindo orientações de pesquisas em neurociências e considerando os princípios etnomatemáticos de Ubiratan D'Ambrosio. Neste artigo está apresentada a atividade “*Kolam* indiano e fractais de Sierpinski e de Peano” escolhida pela coautora e participante da pesquisa. Seus estudantes apreciaram imagens de diferentes modos de elaboração de um *kolam*, investigaram características semelhantes entre *kolam* e fractal de Sierpinski, resolveram quebra-cabeças lúdicos. Também conheceram a técnica de usar os dedos para marcar pontos na areia e desenhar linhas contínuas gerando desenhos chamados *sona*, uma antiga tradição do povo africano Cokwe que vive em maior parte em Angola. Os resultados do desenvolvimento destas atividades foram positivos sendo que os estudantes atribuíram significado para conteúdos curriculares matemáticos: ângulo, plano cartesiano, sequência recursiva, potenciação, generalização algébrica, objetos geométricos euclidianos e fractais.

**Palavras-chave:** Ensino de Matemática, Etnomatemática, *Sona*, *Kolam*, Fractais.

### INTRODUÇÃO

Neste texto está apresentado um recorte da pesquisa, coordenada pelo primeiro autor do artigo, desenvolvida no Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECIM), modalidade profissional, da Universidade Regional de Blumenau (FURB) com apoio do Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina (UNIEDU). A segunda autora

<sup>1</sup> Mestrando do Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Regional de Blumenau (FURB), ivoneitormena@hotmail.com;

<sup>2</sup> Mestre pelo Curso de Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática (PPGECIM) da Universidade Regional de Blumenau (FURB), noellysusana@gmail.com;

<sup>3</sup> Coorientador: Doutor em Ciências Fisiológicas (UFSC), professor da Universidade Regional de Blumenau (FURB), eduardosimao@furb.com;

<sup>4</sup> Orientadora: Doutora em Educação Matemática (UNESP), professora da Universidade Regional de Blumenau (FURB), baier@furb.com.

participou da pesquisa realizando o curso de formação continuada para professores cujo material de apoio foi o produto educacional articulado com a dissertação do primeiro autor.

A pesquisa foi norteada pela pergunta: Quais são as implicações de práticas educativas envolvendo o ensino de geometria e álgebra, com abordagens multiculturais e da Etnomatemática, visando à aprendizagem significativa nos anos finais do Ensino Fundamental? As atividades didáticas apresentadas neste artigo visaram: (i) Valorizar criações matemáticas de diferentes culturas; (ii) Organizar atividades didáticas seguindo os princípios etnomatemáticos de Ubiratan D'Ambrosio e atendendo recomendações das pesquisas da área de Neurociência Cognitiva; (iii) Desenvolver atividades didáticas junto com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental visando promover educação e relações étnico-raciais.

Os dados da pesquisa foram coletados por meio de um texto escrito pelos participantes relatando vivência pedagógica, desenvolvida junto com seus estudantes relacionada com pelo menos uma das atividades sugeridas durante o curso de formação, e contendo fotos não identificadas. A atividade “*Kolam* indiano e fractais de Sierpinski e de Peano” foi escolhida pela segunda autora deste artigo. Seus estudantes apreciaram imagens de diferentes modos de elaboração de um *kolam*, investigaram características semelhantes entre *kolam* e fractal de Sierpinski e resolveram quebra-cabeças lúdicos. Também conheceram a técnica de usar os dedos para marcar pontos na areia e desenhar linhas contínuas gerando desenhos chamados *sona*, uma antiga tradição do povo africano Cokwe que vive em maior parte em Angola.

As práticas educativas foram elaboradas a partir de diretrizes da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Paul Ausubel apresentadas por Moreira (2012), seguindo orientações de pesquisas em Neurociências apontadas por Cosenza e Guerra (2011) e considerando os princípios etnomatemáticos de D'Ambrosio (2001).

Conforme a teoria de Ausubel é fundamental a investigação da presença de subsunçores na estrutura cognitiva dos estudantes, sendo “duas as condições para a aprendizagem significativa: 1) o material de aprendizagem deve ser potencialmente significativo e 2) o aprendiz deve apresentar uma predisposição para aprender” (Moreira, 2012, p. 8). Seguindo essas diretrizes, as atividades didáticas apresentadas nesse artigo foram elaboradas visando possibilitar aos estudantes a atribuição de significado para conteúdos curriculares. Dada a importância do conhecimento dos subsunçores, antes da utilização dos materiais manipuláveis, um diálogo possibilita investigar a presença de conhecimentos prévios relacionados com conceitos matemáticos necessários para a realização das práticas educativas.

Na organização das atividades também foram seguidas recomendações de pesquisadores da área de Neurociência Cognitiva: “é importante que o ambiente escolar seja planejado de forma a mobilizar as emoções positivas (entusiasmo, curiosidade, envolvimento, desafio), enquanto as negativas (ansiedade, apatia, medo, frustração) devem ser evitadas para que não perturbem a aprendizagem [...]” (Cosenza; Guerra, 2011, p. 84) no tocante à ação do professor, “é importante criar oportunidades em que o mesmo assunto possa ser examinado mais de uma vez e em diferentes contextos” (p. 73).

O caminho teórico seguido nesta pesquisa se alinhou com competências gerais da educação básica expostas na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018, p. 9) e, dentre elas, encontra-se: “Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural [...] Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais”.

Por meio de diversos recursos pedagógicos, as atividades didáticas apresentadas neste artigo abordam cultura indiana, europeia e africana valorizando-as equitativamente conforme princípios etnomatemáticos estabelecidos por D’Ambrosio (2019, p. 23) e atingindo a generalização algébrica ao final da realização das atividades: “O cuidado com a passagem do concreto para o abstrato é fundamental na Educação. Trabalhar adequadamente esse momento talvez sintetize tudo que há de importante nos programas de Matemática Elementar”. A Etnomatemática ajuda na disseminação do respeito por outras culturas possibilitando a superação da desigualdade e de preconceitos. Para D’Ambrosio (2008, p. 95, tradução nossa): “A Etnomatemática é o reconhecimento de que, em toda cultura, existem ideias e práticas que apresentam semelhanças de objetivos, práticas, métodos e teorias, sendo o que, na tradição ocidental, chamamos de matemática, é uma construção recente”. Neste contexto situa-se a temática deste artigo relacionada com pontos e linhas em diferentes culturas.

## **METODOLOGIA**

Inicialmente o projeto de pesquisa foi submetido ao Comitê de Ética na Pesquisa em Seres Humanos sendo aprovado por meio do parecer 5.909.423. A obtenção dos dados ocorreu por meio de relatos escritos pelos sujeitos da pesquisa que participaram de um curso de formação para professores. O material do curso foi organizado em módulos e enviado para os participantes quinzenalmente via correio eletrônico. Na finalização deste curso, cada professor escolheu pelo menos um dos temas estudados, desenvolveu junto com seus estudantes na escola onde atua e apresentou o relatório da vivência pedagógica contendo fotos sem identificação.

Os professores participantes do curso assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, receberam material e estudaram textos teóricos sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, Etnomatemática e recomendações de pesquisadores da área de Neurociência Cognitiva. Na sequência analisaram sugestões de atividades didáticas relacionadas com criações matemáticas de diversas culturas. O trabalho de conclusão do curso consistiu em relato escrito de experiência pedagógica envolvendo uma das atividades sugeridas durante o curso, realizada na íntegra ou adaptada para seus estudantes. Desse modo, a perspectiva dos participantes foi fundamental na realização desta pesquisa, conforme entendimento de Bogdan e Biklen (1994), que destacam como características da pesquisa qualitativa: priorizar as compreensões dos participantes e utilizar dados tais como textos e fotos, ou seja, dados predominantemente descritivos.

## **RESULTADOS E DISCUSSÃO**

As ações pedagógicas apresentadas neste artigo foram desenvolvidas junto com três turmas de uma escola pública localizada no município de Blumenau (SC). Uma turma constituída por 39 estudantes cursando o sétimo ano do Ensino Fundamental e duas turmas da primeira série do Ensino Médio cada uma com 32 estudantes. Junto com a turma de sétimo ano foram desenvolvidas práticas educativas, envolvendo pontos e linhas, sugeridas no produto educacional articulado com a dissertação da segunda autora deste artigo (Souza; Baier, 2022). Os estudantes do Ensino Médio estudaram os temas *kolam* indiano e fractais de Sierpinski e de Peano por meio das atividades sugeridas durante o curso de formação. Os relatos das vivências pedagógicas estão expostos a seguir, inicialmente com a turma de sétimo ano e na sequência com as turmas do Ensino Médio.

No primeiro momento foi perguntado sobre o que os estudantes pensam quando é focado o tema África, foi apresentada a palestra de Chimamanda Ngozi Adichie, proferida no TED Talk em 2009 e, em seguida, foi conversado sobre estereótipos oriundos de uma história focada nos aspectos negativos fome, miséria, guerras, doenças. “A história única cria estereótipos, e o problema com os estereótipos não é que sejam mentira, mas que são incompletos. Eles fazem com que uma história se torne a única história” (Adichie, 2019, p. 26). Durante a conversa com os estudantes, foi manifestado que a história dos aspectos negativos da África parece ser a única história principalmente pela divulgação nos noticiários televisivos. Na sequência, os estudantes ouviram a história sobre a cegonha e o leopardo, a

qual segundo a tradição africana denominada *sona* é contada durante um desenho feito no chão.

A arte milenar denominada *sona* é um Patrimônio Cultural Imaterial da Humanidade reconhecido pela UNESCO. É o segundo patrimônio cultural do mundo relacionado com matemática, sendo que o primeiro dessa área do conhecimento é oriundo da China. Os *sona* compõem a cultura do povo Cokwe e de populações relacionadas como os Luchazi e Ngangela, que habitam o leste de Angola e regiões vizinhas, na Zâmbia e no Congo. A combinação de pontos e traços que formam os *sona* é um tradicional modo de comunicação cultural e social por meio do qual os mais velhos nas aldeias transmitem conhecimentos e experiências. No âmbito do ensino de matemática, os *sona* auxiliam estudantes a efetuar cálculos (Calueto, 2023).

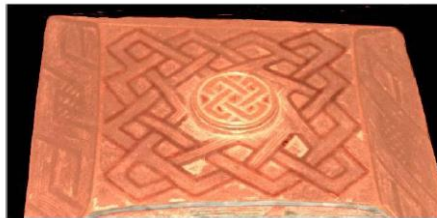
Os *sona* são um modo de transmitir histórias, crenças, pensamentos e emoções, bem como a relação entre o ser humano e a natureza, reforçam o sentimento de pertencimento promovendo a identidade cultural e consolidação da memória coletiva. A tradição dos *sona* é transmitida durante os ritos de iniciação dos jovens visando prepará-los para assumir funções sociais. Nas últimas décadas, os institutos de ensino começaram a utilizar a tradição *sona* como meio de ensino e avanço do conhecimento sobre matemática, Etnomatemática e antropologia. Atualmente, a reinvenção e a divulgação desta arte milenar têm ocorrido por meio das instituições de ensino e de obras elaboradas por artistas (Veloso, 2022).

O conhecimento do processo de construção dos *sona* (no singular, *lusona*) elaborados na areia com a ponta dos dedos é transmitido de geração para geração. Representando charadas, fábulas, provérbios, animais, dentre outros temas, cada *lusona* é desenhado no formato de linhas fechadas (podendo ser mais de uma) que se cruzam muitas vezes e que envolvem todos os pontos de uma rede de pontos. Inicialmente o chão é alisado, em seguida os pontos da rede são marcados com as pontas dos dedos, sempre deixando o mesmo espaço entre dois pontos vizinhos (horizontal ou vertical). O número de linhas e colunas da rede de pontos depende do desenho que será representado e a maior dificuldade reside na regra que não se deve retirar o dedo da figura até que esteja finalizada, demandando muita habilidade de quem está executando os *sona* (Gerdes, 2008).

Na sequência da aula, cada estudante recebeu a primeira parte do material impresso visando o aprendizado dos desenhos *sona*, sendo que a segunda parte foi entregue na aula seguinte. Desse modo, iniciando com redes formadas por poucos pontos e continuando com desenhos maiores, os *sona* propostos nas folhas impressas foram desenhados.

Alguns *sona* criados em Angola possuem formas fractais. A palavra fractal foi cunhada por Benoit Mandelbrot, o criador de uma nova área da Matemática denominada Geometria Fractal, para designar objetos geométricos obtidos por meio de processos iterativos. A Geometria fractal foi desenvolvida a partir do século XX, no entanto, o que hoje chamamos processo iterativo foi seguido para a elaboração de uma caixa decorada com um *lusona* construída por artesanato africano, mostrada na Figura 1, podendo ser observado que, “a primeira e a terceira iterações são esculpidas na tampa de uma caixa. Portanto, foi claramente um uso consciente da recursão; os artesãos poderiam ‘inovar’ com as séries iterativas, justapondo-as em novas sequências” (Eglash *et al.*, 2011, p. 4, tradução nossa). Vários *sona* tradicionais desenhados na areia possuem formas que na atualidade podem ser descritos com os conceitos da geometria fractal.

Figura 1 – *Lusona* com forma fractal



Fonte: Eglash *et al.* (2011, p. 4)

Os estudantes desenharam os *sona* denominados leoa de diversos tamanhos iniciando com redes contendo poucos pontos. O procedimento para obter os *sona* foi impresso no material recebido e, no caso de dúvidas na continuidade do desenho, foram consultadas as explicações escritas acompanhadas de diagramas com flechas indicativas. Alguns estudantes desenharam pontos adicionais para facilitar a construção. Foi proposto que investigassem a relação entre a rede de pontos e a quantidade de linhas de cada *lusona*. Surpreendeu a turma o fato de estar relacionado o conteúdo de máximo divisor comum com a antiga tradição do povo africano.

A atividade “*Kolam* indiano e fractais de Sierpinski e de Peano” sugerida durante o curso de formação foi desenvolvida junto com estudantes cursando a primeira série do Ensino Médio que trabalharam em equipes. Cada dupla de estudantes recebeu uma folha de atividade, na qual conheceu a prática indiana do *kolam* e comparou o *kolam* Serpente com o fractal de Sierpinski.

*Kolam* é uma tradição da região Tamil Nadu, no sul da Índia, praticada pelas meninas e ensinada pelas mulheres mais velhas da família de geração em geração. Tradicionalmente o *kolam* feito no solo utilizando pó-de-arroz, mas vem sendo substituído por pó-de-pedra, giz ou tinta. Para realizar este desenho é necessário habilidade, pois isto “[...] é um sinal de graça



e uma prova de destreza, disciplina mental e capacidade de concentração” (Ascher, 2005, p. 49). Esta tradição perdura há séculos e as mulheres mais velhas da família ensinam às mais jovens, instruindo-as para a realização, imaginação e procedimentos para desenhar o *kolam*, sendo uma parte importante da educação das meninas.

Para a construção do *kolam*, o ponto de partida geralmente é uma tabela de pontos no solo, disposta de acordo com a necessidade de cada desenho. Após esta tabela é iniciado o processo do desenho, ligando os pontos ou contornando-os, utilizando certas restrições para formar uma figura geométrica, seja em torno de uma linha central vertical ou horizontal, ou de rotação em torno de um ponto central. É importante desenhar estas figuras com apenas uma linha contínua terminando no ponto em que começou, associando-as ao ciclo do nascimento, da fertilidade e da morte e relacionando-as com os conceitos de continuidade, totalidade e eternidade (Ascher, 2005).

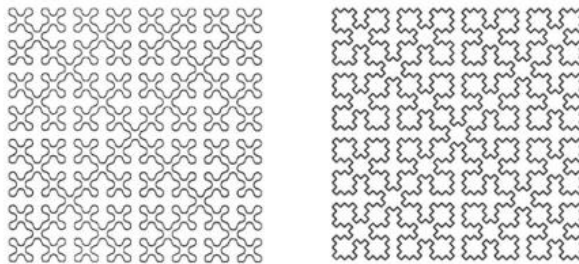
A Figura 2 mostra um recorte do material impresso recebido pelos estudantes contendo imagens de um *kolam* sendo elaborado, o *kolam* denominado Serpente e o fractal de Sierpinski.

Figura 2 – Recorte da folha de atividades que os estudantes receberam



Prusinkiewicz (1989) enfatiza a semelhança entre o *kolam* denominado Serpente e o fractal construído pelo matemático Waclaw Sierpinski que nasceu na Polônia em 1882 e faleceu em 1969. Ele foi um dos mais importantes matemáticos do seu tempo na Polônia, teve amplo reconhecimento internacional e, em sua homenagem, uma das crateras da Lua recebeu o nome Sierpinski.

Observe as imagens: o *kolam* Serpente está à esquerda e o fractal de Sierpinski está à direita.



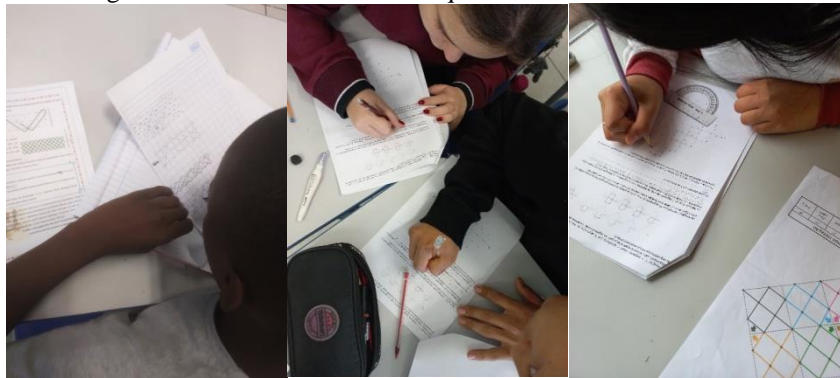
Descreva o que você observou comparando as duas imagens:

Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Na sequência os estudantes conheceram o fractal Curva de Peano, estudaram o seu processo recursivo, desenharam a segunda iteração, observaram a quantidade de segmentos nas primeiras iterações e investigaram a generalização algébrica correspondente.

A Figura 3, à esquerda, mostra estudante do sétimo ano desenhando *sona* e, à direita, estudantes da primeira série do Ensino Médio investigando a Curva de Peano.

Figura 3 – Estudantes realizando questões na folha de atividades



Fonte: Dados da pesquisa (2023)

Os estudantes observaram que na iteração 0 da Curva de Peano há 1 segmento de reta, na iteração 1 há 9 segmentos e na iteração 2 há 81 segmentos. Foi proposto que os estudantes escrevessem a quantidade de segmentos na forma de potência, investigando a generalização algébrica do processo recursivo do fractal Curva de Peano. Comparando o número da iteração com a quantidade de segmentos em cada uma das iterações, os estudantes concluíram que na iteração  $n$  a quantidade de segmentos é igual a  $9^n$ .

Os resultados do desenvolvimento destas atividades foram positivos sendo que os estudantes atribuíram significado cultural para conteúdos curriculares matemáticos: ângulo, máximo divisor comum, plano cartesiano, sequência recursiva, potenciação, generalização algébrica, objetos geométricos euclidianos e fractais.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A abordagem dos temas *sona* e *kolam*, relacionados com as culturas tradicionais africana e indiana, possibilitou articulações com objetos fractais criados na atualidade. Valorizando esses temas de modo equitativo, durante os diálogos ocorridos durante as aulas, foram considerados os princípios etnomatemáticos na direção dos estudantes compreenderem que todos os povos, em diversos períodos temporais, criaram modos de matematizar. A ligação de conteúdos curriculares de matemática com os temas *sona*, *kolam* e fractais favoreceu a ampliação do repertório cultural dos estudantes, que conheceram outros modos de matematizar, desconstruindo eventuais ideias preconceituosas, valorizando o respeito às diferentes culturas e condenando desigualdades e atitudes arrogantes. Desse modo, as práticas educativas expostas neste artigo contribuíram para educação das relações étnico-raciais por valorizar de modo equitativo contribuições africanas, indianas e as de matemáticos europeus.



As ações pedagógicas iniciaram com estudos de criações matemáticas de diversas culturas e seguiram evidenciando as ligações com conteúdos curriculares de matemática elencados na Base Nacional Comum Curricular. O uso de diversos recursos pedagógicos possibilitou aos estudantes atribuírem significado cultural para os conteúdos curriculares de matemática. A apresentação de vídeos e a realização de atividades por meio de materiais manipuláveis ocorreram em um ambiente estimulante e agradável. Desse modo, despertou-se a curiosidade, promovendo envolvimento dos estudantes e mobilizando emoções positivas conforme orientações das pesquisas em Neurociência Cognitiva.

## REFERÊNCIAS

- ADICHIE, C. N. **O perigo de uma história única**. Tradução: Julia Romeu. 1. ed. São Paulo: Companhia das Letras, 2019.
- ASCHER, M. Figuras do Kolam. **Scientific American Brasil – Etnomatemática**, nº 11. Ed. Especial. São Paulo: Duetto Editorial, 2005, p. 48-53.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CALUETO, F. Sona: a arte etnomatemática de contar histórias através de desenhos na areia. **Novo Jornal**, Luanda, 5 dez. 2023. Disponível em: <https://novojournal.co.ao/sociedade/interior/sona-a-arte-etnomatematica-de-contar-historias-atraves-de-desenhos-na-areia-sera-esta-noite-elevada-a-patrimonio-cultural-imaterial-da-humanidade-116015.html>. Acesso em: 7 dez. 2023.
- COSENZA, R. M.; GUERRA, L. B. **Neurociência e educação**: como o cérebro aprende. Porto Alegre: Artmed, 2011.
- D'AMBROSIO, U. O Programa Etnomatemática e a crise da civilização. **Hipátia**, São Paulo, v. 4, n. 1, p. 16-25, jun. 2019. Disponível em: <https://ojs.ifsp.edu.br/index.php/hipatia/article/view/1087>. Acesso em: 7 dez. 2023.
- D'AMBROSIO, U.; ROSA, M. Um diálogo com Ubiratan D'Ambrosio: uma conversa brasileira sobre etnomatemática. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática Perspectivas Socioculturales de la Educación Matemática**, [S. l.], v. 1, n. 2, p. 88-110, 2008. Disponível em: <https://revista.etnomatematica.org/index.php/RevLatEm/article/view/9>. Acesso em: 7 dez. 2023.
- D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2001.

EGLASH, R. *et al.* Fractal Simulations of African Design in Pre-college Computing Education. **ACM Trans. Computing Education**, v. 11, 3 ed, n. 17, p. 1-14, out. 2011. Disponível em: <https://doi.org/10.1145/2037276.2037281>. Acesso em: 7 dez. 2023.

GERDES, P. **Lusona**: Recreações Geométricas de África - Problemas e Soluções. Morrisville NC: Lulu, 2012.

MOREIRA, M. A. **O que é afinal Aprendizagem Significativa?** [S.l., s.n.], 2012. Disponível em: <http://moreira.if.ufrgs.br/oqueeafinal.pdf>. Acesso em: 7 dez. 2023.

SOUZA, N. S. G de; BAIER, T. **Etnomatemática segundo Ubiratan D'Ambrosio em sequências didáticas**: articulação entre a matemática e a cultura africanas com temas curriculares para educação básica. 2022. Dissertação (Mestrado em Ciências Naturais e Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática, Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2022. Disponível em: [http://bu.furb.br/docs/DS/2022/369354\\_1\\_1.PDF](http://bu.furb.br/docs/DS/2022/369354_1_1.PDF). Acesso em: 7 dez. 2023.

VELOSO, J. D. Sona, drawings and geometric figures on sand. **UNESCO Intangible Cultural Heritage**, 2022. Disponível em: <https://ich.unesco.org/en/RL/sona-drawings-and-geometric-figures-on-sand-01994>. Acesso em: 7 dez. 2023.