O USO DOS BLOCOS LÓGICOS NA CONSTRUÇÃO DO ALICERCE DA LÓGICA MATEMÁTICA

Celine Ingrid Gomes dos Santos [1]
Laryssa Kely Alves Rodrigues [2]
Josefa Itailma da Rocha [3]

RESUMO

É comum observar que muitos alunos que ingressam em um curso superior de Matemática, frequentemente não obtém bom êxito em disciplinas que exigem conhecimentos de Lógica Matemática. Um dos motivos que desencadeia tal situação é a ausência desses conteúdos no ensino básico. Dessarte, fora desenvolvida, em uma orientação vinculada ao Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística, uma pesquisa acerca do tema, objetivando apresentar caminhos metodológicos para o ensino de Lógica Matemática e Teoria de Conjuntos por meio do material didático blocos lógicos. Desse modo, a metodologia utilizada para a produção deste trabalho e estudo do tema fora a pesquisa bibliográfica, em dois livros e um artigo publicado nos anais de um evento científico. Finalmente, as conclusões obtidas por meio deste trabalho confirmam a versatilidade do uso do material didático citado e as suas contribuições para o ensino de Matemática.

Palavras-chave: Lógica Matemática, Teoria de Conjuntos, Blocos lógicos, Material didático.

INTRODUÇÃO

Ao ingressar em um curso superior de Matemática, seja na modalidade de licenciatura plena ou bacharelado, os estudantes se deparam com disciplinas que exigem o conhecimento de Lógica Matemática e Teoria de Conjuntos. O problema é que, muitas vezes, esses conteúdos fogem totalmente das ementas das escolas de ensino básico. Dessa forma, é comum que grande parte dos alunos não alcancem um bom êxito nessas disciplinas iniciais. Entretanto, urge o questionamento: de que maneira esses conceitos poderiam ser trabalhados desde os anos iniciais da escola?

Sob esse viés, neste trabalho, iremos apresentar alguns conceitos básicos de Lógica Matemática e Teoria de Conjuntos que, unidos a alguns materiais didáticos de fácil acesso,

[1] Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, e bolsista do Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística/FNDE, celineingridgomess@hotmail.com;
[2] Graduanda do Curso de Matemática da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, e bolsista do Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística/FNDE, lkellyalves@hotmail.com;
[3] Professora Doutora da Unidade Acadêmica de Matemática (UAMat) da Universidade Federal de Campina Grande - UFCG, e tutora do Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística/FNDE, itailma@mat.ufcg.edu.br;

poderão contribuir demasiadamente para a formação do pensamento lógico-cognitivo dos alunos desde o ensino fundamental.

METODOLOGIA

O presente trabalho é fruto de uma orientação vinculada ao Programa de Educação Tutorial (PET) – Matemática e Estatística, da Universidade Federal de Campina Grande, e financiado pelo Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE).

A princípio, este trabalho fora desenvolvido com o intuito de apresentar caminhos metodológicos para o ensino de Lógica Matemática e Teoria de Conjuntos por meio do uso do material didático blocos lógicos. Para tanto, buscamos abordar o tema de maneira clara e objetiva, fazendo uma análise circunstanciada das obras presentes nas referências, através da pesquisa bibliográfica.

Ademais, para estudo do tema e produção deste trabalho, foram utilizados dois livros, sendo um de fundamentos básicos da Lógica Matemática e um de Educação Matemática, e, ainda, um artigo publicado nos anais de um evento científico.

REFERENCIAL TEÓRICO

O material blocos lógicos é um aparato didático composto por 48 peças diferentes entre si. Costumeiramente, é possível encontrar professores do ensino infantil utilizando o material em sala de aula para ensino de Geometria, por exemplo. No entanto, Ramos (2019, p. 5) destaca que “os Blocos Lógicos têm sido usados numa perspectiva que não valoriza suas reais potencialidades de proporcionar aprendizagens significativas para os alunos.”

Em conformidade com Smole (1996c), cabe evidenciar que “de nada valem os materiais didáticos na sala de aula se eles não estiverem atrelados a objetivos bem claros e seu uso ficar apenas restrito à manipulação ou ao manuseio que o aluno desejar fazer dele.”

Baseados na motivação apresentada no primeiro momento, exibiremos, a posteriori, alguns caminhos metodológicos que possibilitarão utilizar os blocos lógicos de maneira não convencional, buscando trabalhar alguns conceitos de Lógica matemática com alunos desde os anos iniciais da escola.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Um pouco de Lógica Matemática

Segundo Morais Filho (2016, p. 2),

> uma notação matemática é um conjunto de símbolos – podendo ser apenas um único símbolo – que representa um objeto ou uma ideia matemática. Esses símbolos podem ser construídos com letras de algum alfabeto, com algarismo de um sistema de numeração, com figuras conhecidas etc.

Além disso, o autor também destaca algumas características indispensáveis que uma notação precisa possuir. São elas:

(1) Devem ser uma forma de comunicação concisas, que facilite a economia de linguagem.

(2) Não pode expressar ambiguidades.

(3) Deve ter estética simples e fácil de ser manipulada e memorizada.

Na tabela abaixo, apresentamos alguns símbolos matemáticos que serão utilizados mais adiante.

Tabela 1 – Exemplos de notações matemáticas

SÍMBOLO	LEITURA	EXEMPLO DE USO
$\in$	**pertence**	$x \in A$
$\wedge$	**e**	$p \wedge q\ (p\ e\ q)$
$\vee$	**ou**	$p \vee q\ (p\ ou\ q)$
$\sim$	**não; negação de**	$\sim p\ (não\ p; a\ negação\ de\ p)$
$\cup$	**união**	$\mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}^c = \mathbb{R}$
$\subset$	**está contido**	$\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
$\forall$	**para todo**	$\forall x \in A$
$\exists$	**existe**	$\exists x \in A$
$\mathcal{U}$	**conjunto universo**	$A_i \subset U, \forall\ i$

Definição 1. Chamamos *frase* a um conjunto de palavras ou de símbolos matemáticos, incluindo os sinais de acentuação e pontuação, que se relacionam para comunicar uma ideia.

Uma *sentença* ou *proposição* é uma frase, expressa em linguagem matemática (podendo conter apenas símbolos matemáticos) que cumpre as condições:

(1) Apresenta-se estruturada como uma oração, com sujeito e predicado, incluindo o verbo.

(2) É afirmativa declarativa (não é interrogativa nem exclamativa).

(3) Satisfaz os seguintes princípios:

(3.1) *Princípio do Terceiro Excluído:* uma sentença é falsa ou é verdadeira, excluindo-se uma terceira alternativa.

(3.2) *Princípio da Não contradição:* uma sentença não pode ser falsa e verdadeira ao mesmo tempo, não podendo contradizer-se.

O valor lógico de uma sentença é verdadeiro se a sentença é verdadeira e, analogamente, é falso se a sentença for falsa.

Exemplo 1: As frases

$$p: Todo\ número\ par\ \text{é}\ múltiplo\ de\ 2$$

$$q: 4^2 + 3 = 19$$

são sentenças com valor lógico verdadeiro. No entanto,

$$r: Todo\ número\ ímpar\ \text{é}\ divisível\ por\ 3$$

é um exemplo de sentença que possui valor lógico falso.

Definição 2: Uma *sentença aberta* é uma frase subordinada a uma variável (ou mais) que fica livre. Dessa forma, não se pode atribuir um valor lógico (verdadeiro ou falso) à sentença.

Exemplo 2: As sentenças

$$p: 4x + 2 = 5 \ \text{ e } q: essa\ peça\ não\ \text{é}\ azul$$

são exemplos de sentenças abertas. Observe que a sentença p será verdadeira apenas quando $x = \frac{3}{4}$.

É importante destacar, também, que sentenças do tipo $p \wedge q$ são chamadas de conjuntivas, enquanto que as no formato $p \vee q$ são ditas disjuntivas.

Exemplo 3: Considere as sentenças

$$p: x\ \text{é}\ múltiplo\ de\ 3$$

e

$$q: x\ \text{é}\ divisível\ por\ 2.$$

Podemos construir as seguintes sentenças conjuntivas e disjuntivas, respectivamente:

$$p \wedge q: x\ \text{é}\ múltiplo\ de\ 3\ e\ divisível\ por\ 2,$$

isto é, x é múltiplo de 6, e, ainda,

$$p \vee q: x\ \text{é}\ múltiplo\ de\ 3\ ou\ \text{é}\ divisível\ por\ 2.$$

Observe que, neste último caso, o conjunto dos elementos que são múltiplos 6 está contido no conjunto dos elementos que são múltiplos de 3 ou divisíveis por 2. No entanto, não temos a inclusão contrária, uma vez que 4 é divisível por 2 mas não é múltiplo de $6,$ por exemplo.

Conjuntos e Lógica

Conforme Morais Filho (2016, p. 28) destaca, “na Lógica, os conjuntos têm grande aplicabilidade ao se prestarem com eficácia para sintetizar e organizar o raciocínio lógico, além da vantagem de ser possível efetuar operações com eles (união, interseção, entre outras).” Dessarte, de que maneira podemos relacionar a linguagem de conjuntos e a Lógica? Observe o exemplo a seguir, retirado *ipsis litteris* da obra de Morais Filho (2016, p. 28):

Seja $P(x)$ uma sentença aberta que depende de uma variável x pertencente ao conjunto universo $\mathcal{U}$. Se denotarmos

$$\mathcal{P} = \{x \in \mathcal{U}; P(x) \text{ é válida}\},$$

temos:

(a) A sentença $\exists x \in \mathcal{U}; P(x)\ vale$ significa $\mathcal{P} \neq \emptyset$ e, reciprocamente, $\mathcal{P} \neq \emptyset$ significa $\exists x \in \mathcal{U}; P(x)\ vale$;

(b) Já a sentença $\forall x \in \mathcal{U}, P(x)\ vale$ significa $\mathcal{P} = \mathcal{U}$ e, reciprocamente, $\mathcal{P} = \mathcal{U}$ significa $\forall x \in \mathcal{U}, P(x)\ vale$.

Por exemplo, na sentença aberta

$$p: x \text{ é } múltiplo\ de\ 2,$$

considerando o conjunto universo $\mathcal{U} = \mathbb{R}$, temos que

$$\mathcal{P} = \{x \in \mathbb{R}; p(x) \text{ é válida}\} = \{x \in \mathbb{R}; x \text{ é } par\}.$$

Ademais, acentuamos também que dadas as sentenças abertas p e q e os conjuntos $A = \{x \in \mathcal{U}; p(x) \text{ é } válida\}$ e $B = \{x \in \mathcal{U}; q(x) \text{é } válida\}$, então:

$$A^{\complement} = \{x \in \mathcal{U}; \sim p(x) \text{ é válida}\},$$

$$A \cup B = \{x \in \mathcal{U}; p(x) \vee q(x) \text{ é válida}\}$$

e

$$A \cap B = \{x \in \mathcal{U}; p(x) \wedge q(x) \text{ é válida}\}.$$

Nas atividades que serão apresentadas, usaremos um abuso de notação ao identificar o conjunto $\{x \in \mathcal{U}; p(x) \text{é válida}\}$ simplesmente pela sentença p.

Blocos Lógicos

O material didático Blocos Lógicos geralmente é produzido em madeira e composto por 48 peças, sendo todas diferentes entre si. Essas peças podem são classificadas entre quatro atributos distintos:

(1) Cor: amarelo, azul e vermelho.

(2) Tamanho: grande e pequeno.

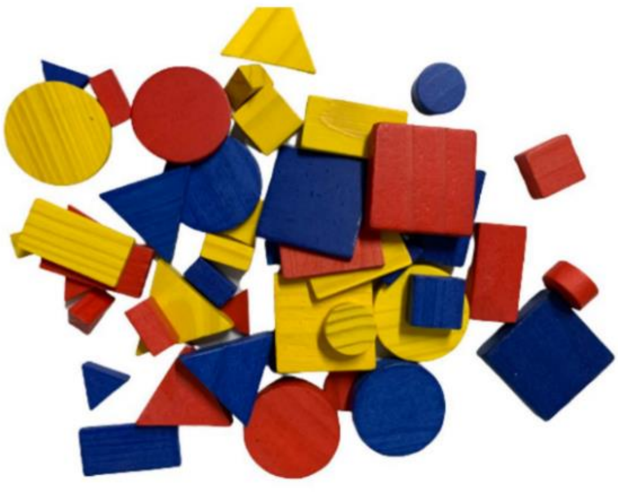
(3) Forma: face triangular, quadrangular, retangular e circular.

(4) Espessura: grossa e fina.

Figura 1 – Caixa com blocos lógicos

Fonte: <https://toyoca.com.br/loja/241-large_default/blocos-l%C3%B3gicos.jpg>.

Figura 2 – Blocos lógicos



Fonte: <https://shopee.com.br/Blocos-L%C3%B3gicos-Montessori-48-Pe%C3%A7as-i.306965865.9747382953>.

Sugestão de atividade

As seguintes atividades são sugestões para serem trabalhadas no ensino fundamental, com o objetivo de introduzir conceitos da Lógica e Teoria de Conjuntos em sala de aula desde os anos iniciais.

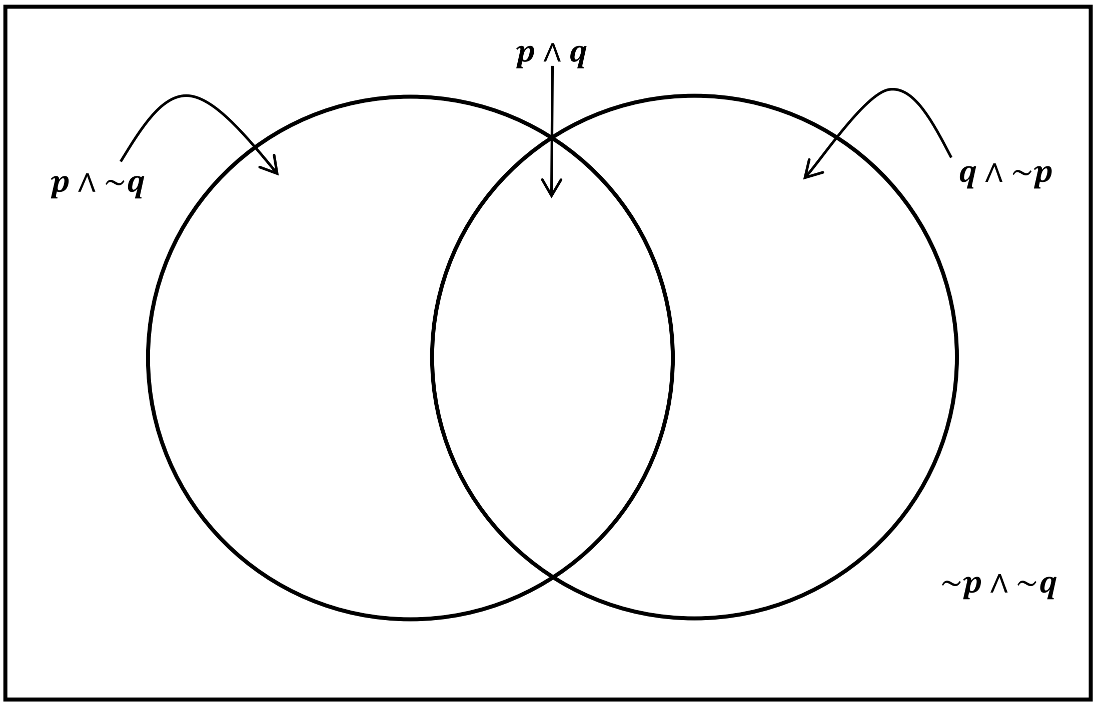
1. Considere as seguintes sentenças:

$\boldsymbol{p}$: Peças de faces triangulares.

$\boldsymbol{q}$: Peças azuis.

Destacamos que indicaremos as peças grossas e finas pela espessura do contorno das formas que apresentaremos adiante.

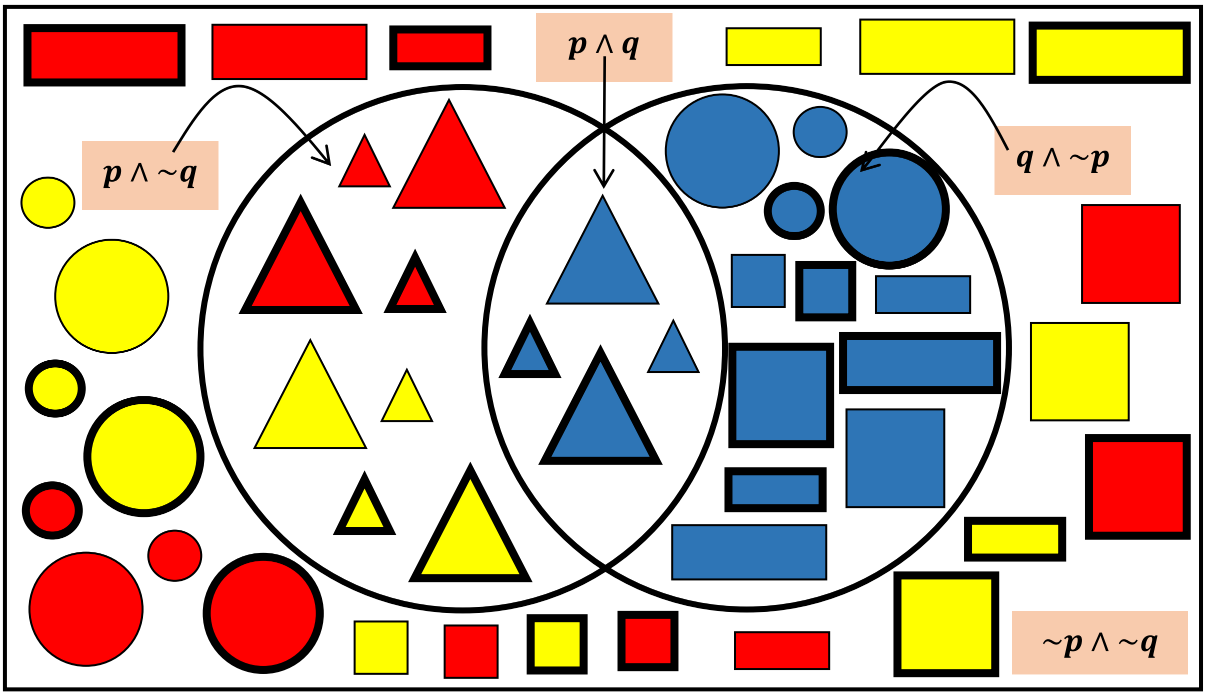
Dessa forma, os alunos devem preencher o seguinte diagrama:



ou seja:

- $p \wedge \sim q$: Peças de faces triangulares e não azuis;
- $q \wedge \sim p$: Peças azuis e de faces não triangulares;
- $p \wedge q$: Peças de faces triangulares e azuis;
- $\sim p \wedge \sim q$: Peças de faces não triangulares e não azuis.

Obtendo o que segue:



2. Considere as seguintes sentenças:

$\boldsymbol{p}$: Peças de faces retangulares;

$\boldsymbol{q}$: Peças de faces quadrangulares;

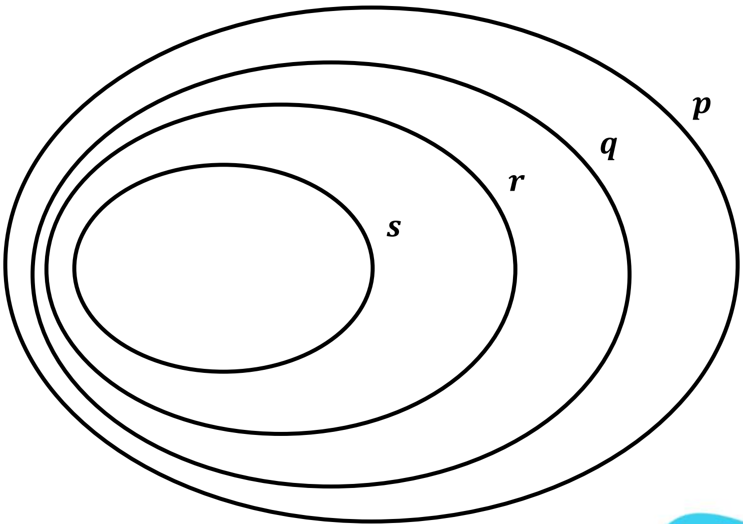
$\boldsymbol{r}$: Peças amarelas;

$\boldsymbol{s}$: Peças pequenas.

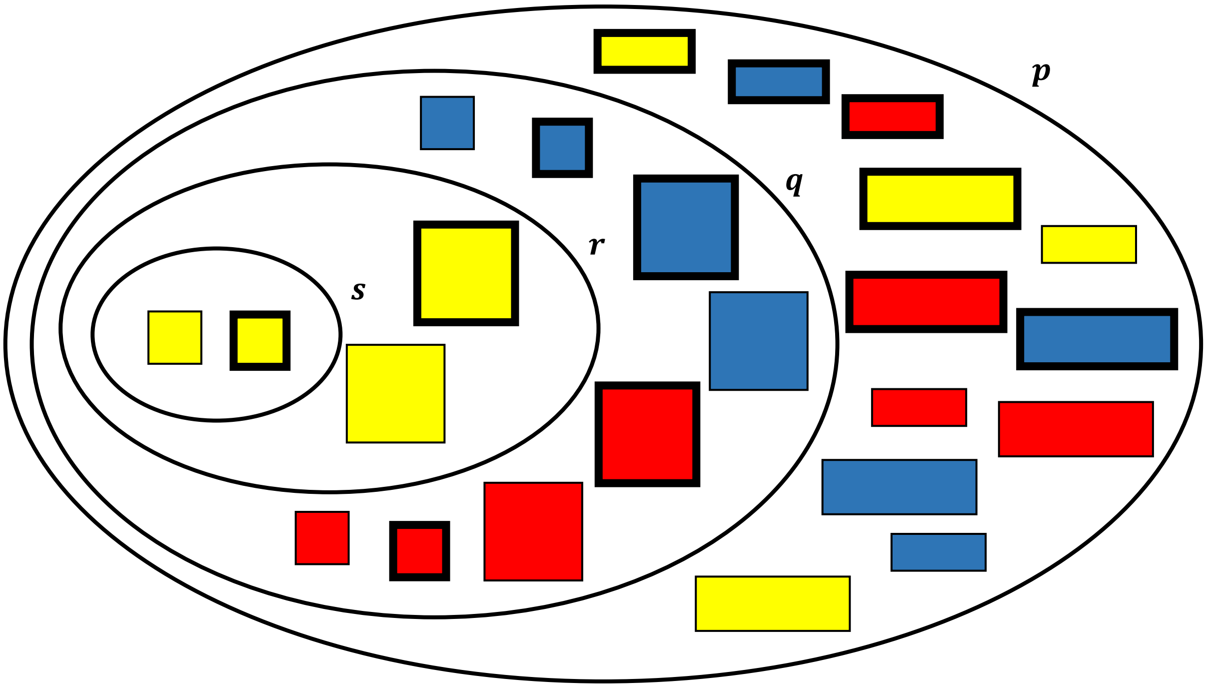
A priori, note que, como todo quadrado é, em particular, um retângulo, o conjunto das peças de faces quadrangulares está contido estritamente no conjunto das peças de faces retangulares, ou seja, $q \subset p$. Além disso, considere as seguintes inclusões:

$$s \subset r \subset q \subset p.$$

Desse modo, temos o diagrama:



Dessarte, após o preenchimento do diagrama, obtemos:



CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em suma, é evidente a importância do uso de materiais didáticos em sala de aula e como esses podem contribuir para a aprendizagem e desenvolvimento do pensamento lógico-matemático dos educandos. Dessarte, tendo em vista o que fora exposto aqui, concluímos que os blocos lógicos são um exemplo concreto de como introduzir conteúdos que, por ora, podem ser abstratos para a maioria dos estudantes.

Para obter tais resultados, expusemos alguns conceitos básicos da Lógica Matemática e da Teoria de Conjuntos, apresentamos citações tangentes ao assunto, passeamos pelo DNA dos blocos lógicos e, ao final, propusemos duas atividades que podem ser aplicadas em sala de aula utilizando o material. Em suma, evidenciamos alguns caminhos para o ensino de Matemática e, principalmente, conseguimos responder à pergunta proposta no início desse trabalho: de que maneira esses conceitos (Lógica Matemática e Teoria de Conjuntos) poderiam ser trabalhados desde os anos iniciais da escola?

REFERÊNCIAS

MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro de. **Um convite à Matemática**. 3 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016.

RAMOS, Wirla Castro de Souza. **O uso intencional dos blocos lógicos: reflexões e possibilidades na educação infantil**. In: XIII Encontro Nacional de Educação Matemática, 13., 2019, Cuiabá. **Anais eletrônicos.** Disponível em: <https://www.sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>. Acesso em 16 jun. de 2022.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A Matemática na educação infantil: a teoria das inteligências mútiplas na prática escolar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.