

CONSTRUÇÃO FORMAL DOS NATURAIS E SUAS OPERAÇÕES E A IMPORTÂNCIA PARA O DESENVOLVIMENTO CONCEITUAL DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

Elton Douglas Silva de Aquino¹
Leonora Maria Félix Melo²
Mayara Patrícia da Silva³

RESUMO

Neste trabalho objetivamos elucidar acerca da necessidade da compreensão da construção formal dos números naturais para a formação do professor. Diante das práticas de ensino é comum, como docente, ser questionado sobre o porquê de se aprender determinado conteúdo, muitas vezes, alguns educadores refutam este questionamento de modo que a resposta é insatisfatória para o discente. Dessarte compreender o surgimento e a construção do que se está sendo ensinado, além de oferecer um significado real, pode instigar o educando a ser crítico e reflexivo diante daquilo que é posto para o mesmo. À medida que o professor mostra domínio além das técnicas de resolução, esse conhecimento é refletido em sua prática de ensino. Por meio da revisão bibliográfica, buscamos nos textos de Eves (1997), Ifrah (1997), Ifrah (1989), Lara (2013) Miguel e Miorim (2008), Moreira e David (2005) e Pires (2013) o embasamento para analisar a importância da construção formal dos naturais e suas operações para o desenvolvimento conceitual do professor de matemática, assim como o contexto histórico do surgimento dos números naturais e as suas operações, por conseguinte foi estabelecida uma conexão entre o conhecimento pedagógico e o conhecimento do conteúdo, sobretudo no que diz respeito aos números naturais e sua construção. Ante ao que foi estudado, é de suma importância que o educador entenda a epistemologia de cada conteúdo, para que possa fazer a “ponte” do saber matemático com o saber pedagógico e didático.

Palavras-chave: Números naturais, Docentes, História dos números.

INTRODUÇÃO

No ensino de matemática existem algumas tendências em vigor, as quais tem o intuito de propiciar o ensino—aprendizagem mais eficaz, e acessível aos discentes, pois somos singulares e as formas de construir conhecimento são múltiplas. De tal forma, a história da matemática se apresenta como ferramenta de ensino-aprendizagem, possibilitando aos discentes o conhecimento teórico/prático.

É comum em sala de aula ouvirmos “para que serve?” ou “onde vamos utilizar isso?”. Quando os discentes conhecem como se deu o surgimento de tal conteúdo, é possível identificar também a sua aplicabilidade, pois os conteúdos matemáticos surgem da necessidade dos homens ao longo da história, no presente trabalho vamos atentar aos números

¹ Pós-Graduando em Ensino de Ciências e Matemática e Licenciado em Matemática pela Universidade Federal - PE, eltondouglas924@gmail.com;

² Pós-Graduada em Ensino de Ciências e Matemática e Licenciada em Matemática pela Universidade Federal - PE, leonora030898@gmail.com;

³ Licenciada em Matemática pela Universidade Federal - PE, contatomayarapathy@gmail.com;

naturais. No ensino de matemática existem algumas tendências em vigor, as quais têm como intuito propiciar um ensino—aprendizagem diverso, e acessível aos discentes. Pois, enquanto humanos, acarretam singularidades inerentes a suas subjetividades, deste modo, apresentam múltiplas formas de construir conhecimento. De tal forma, a história da matemática se apresenta como ferramenta de ensino-aprendizagem, possibilitando aos discentes o conhecimento teórico/prático.

Assim, instigados pela forma subjetiva de aprender, e as relações que são originadas mediante intencionalidade, temos como objetivo geral, discutir sobre a contribuição pedagógica existente em dar significados aos conteúdos abordados, afim de, transcender reprodução de conteúdos, propondo a significação histórica e processual. Como objetivos específicos, dispomos de analisar a importância da construção formal dos números naturais, uma vez que, determinamos este conteúdo em específico para ser nosso objeto de pesquisa; identificar o contexto histórico na constituição dos naturais em povos distintos, na intenção de demonstrar a diversidade existente mesmo com finalidades semelhantes, e sobretudo, as diversas formas de criar matemática quando relacionado com a necessidade humana; e por fim, relacionar o contexto histórico com a realidade humana, associando o ato de criar matemática com a necessidade de que esta fosse criada, para situações cotidianas.

O princípio da contagem, desde as épocas mais remotas não foi algo fácil, apresentou-se para o homem pré-histórico como um desafio a ser superado. Pois, contar, para ele, tornou-se uma necessidade a partir do momento em que se deparava com situações-problemas, e passou a utilizar ferramentas com o uso inconsciente da matemática para resolvê-las (JACOB, 2002).

Contemplando o que Jacob (2002) chama de “princípio da correspondência”, identificamos que o homem primitivo fez uso da aritmética antes de haver uma sistematização. Ao corresponder um elemento a outro, dessa forma, se fazia possível a contagem. Antes dos numerais, ou dos algarismos, ou de toda ideia abstrata do número, era possível a contagem por meio da correspondência.

“Atualmente existem ainda homens incapazes de conceber qualquer número abstrato e que não sabem nem que dois e dois são quatro!” (IFRAH, 1989, p.15). Nos dias atuais é difícil até de imaginar que indivíduos não detêm este tipo de conhecimento que já advém desde mais de 3.000 anos a.C. Ao demonstrar ao aluno na sala de aula a condição da matemática como sendo uma “criação” humana, podemos mostrá-lo de uma forma mais explícita a verdadeira necessidade do conjunto dos números naturais surgirem, desta forma

inserindo a história e as razões de utilizarmos tais conhecimentos até hoje. A pedagogia tem papel complementar neste contexto, visto que ter formas e métodos para facilitar caminhos de como ensinar algo a alguém é primordial em qualquer aprendizado (JACOB, 2002).

Este trabalho trata exatamente disso, de como se pode citar o contexto histórico da “aprendizagem” matemática inserida na sala de aula, fazendo o aluno não só aprender o conteúdo sistemático, mas também entender sua importância, motivos e razões de sua existência, fundamentado em acontecimentos passados.

METODOLOGIA

Esse estudo possui caráter qualitativo, com uma abordagem que visa focar na qualidade da educação e não a quantificar. De acordo com Lüdke e André (1986), o interesse está voltado para o contato direto entre o pesquisador e o ambiente e/ou a situação que está sendo investigada para compreendê-la. Nesse caso, a importância de uma construção formal dos naturais e suas operações assim como de seu surgimento, para o desenvolvimento conceitual do professor de matemática e conseqüentemente um melhor domínio e compreensão sobre o assunto.

Pois, como afirmam Prodanov e Freitas (2013), esse tipo de pesquisa não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas, mas sim a interpretação dos fenômenos e atribuição de significados, o que é fundamental no ensino e aprendizagem da matemática. Compreender propriedades, estruturas, e dar significado, apesar de ser conhecida como uma área muito mais quantificadora do que qualificadora.

Com um cunho bibliográfico, traz uma apresentação dos contextos históricos sobre os números naturais, para a aprendizagem matemática; e dos processos de operações com eles. Discutindo em paralelo as contribuições da construção formal, e ressaltando a significação para uma prática pedagógica mais íntegra, justificando tal relevância.

DESENVOLVIMENTO

Existem relatos de diversos povos no mundo sobre as primeiras formas de conhecimento dos números naturais quando surgiram há aproximadamente cinco mil anos. Primeiramente usando ferramentas à disposição para fazer uma contagem simples, como conchas, pérolas, nós em cordas, pauzinhos, dentes de elefantes e entre outros materiais, e por

consequência utilizando a aritmética de uma forma inconsciente, mas de forma primordial para situações importantes na época, como a contagem diária do rebanho podendo assim saber quantos saíram e voltaram ao final do dia, contagem de alimentos para sua sobrevivência, dentre outros exemplos (EVES, 1953; IFRAH, 1998). As pedras sendo o material mais fácil de ser manipulado na época desempenharam um papel importantíssimo nessa história, pois tudo era marcado e contado através delas, fosse contando-as individualmente ou fazendo diversas marcas em cada uma para a contagem ser feita em volume menor (IFRAH, 1997).

Segundo Ifrah (1997) quando o uso de base dez, por exemplo, foi adquirido, pensou-se naturalmente em tornar as dimensões variadas, sendo atribuídas de acordo com seus tamanhos respectivos, ordens de unidade diferentes: uma pedrinha para unidade, uma um pouco maior para dezena e outra maior ainda para a centena, outra mais considerável para milhar e assim sucessivamente. Outras formas foram desenvolvidas na tentativa de evoluir essa prática de contar, mais tarde, em vez de usar pedras passou-se a utilizar a terra mole, onde eram modelados diversos objetos de argila de formas geométricas diferentes, usados como fichas de argila, ferramentas essas, encontradas em sítios arqueológicos da Turquia ao Irã.

Posteriormente, ao observar que essa forma de contar não era suficientemente eficaz, pois era uma forma que exigia muito da memória humana e acarretavam diversos problemas, constituiu-se a necessidade de utilizar signos e símbolos para guardar a lembrança de enumerações importantes, esse método foi usado de maneira contínua, e aperfeiçoado ao longo dos anos de modo a facilitar a vida do homem na sociedade (JACOB, 2002).

Sistema Egípcio

Segundo Eves (1953), os egípcios criaram uma escrita e um sistema de numeração por volta de 3000 a.C., próximo a época da Mesopotâmia. Diferente de outros povos, os egípcios não tinham nenhuma influência externa para elaborar seus próprios sistemas. Eles utilizaram-se dos próprios recursos naturais para desenvolver seu próprio método de contagem, todos tirados da natureza, induzindo assim, a perceber que a escrita foi desenvolvida próximo ao rio Nilo de onde obtinham a matéria prima. Seu sistema de contagem passava basicamente pelo ato de esculpir monumentos de pedra e cacos de cerâmicas, usando como ferramenta o martelo e cinzel (instrumento metálico muito forte em formato de um prego, sendo 10 vezes maior e mais resistente) (JACOB, 2002).

O sistema primitivo Egípcio usava base dez, mas não tinha nenhum símbolo para o zero. Os números de 1 a 9 eram representados por um número respectivo de traços verticais. Símbolos individuais eram usados para as potências sucessivas de 10 até 1.000.000 e às vezes além do milhão (JACOB, 2002).

Figura 1: Algarismos fundamentais da numeração hieroglífica egípcia.

	LEITURA DA DIREITA PARA A ESQUERDA					LEITURA DA ESQUERDA PARA A DIREITA				
1										
10	∩					∩				
100										
1 000										
10 000										
100 000										
1 000 000										

Fonte: Ifrah, 1997.

É importante notar que os algarismos mudam geralmente de orientação ao decorrer do texto hieroglífico, sendo assim, o girino (100.000) e o gênio/deus (1.000.000) podem estar sempre voltados para o início da linha. Para representar um número desejado, os egípcios limitavam-se ao algarismo de cada classe decimal quando necessário. E com isso seguiam na ordem dos valores decrescentes, começando a partir do algarismo da potência mais alta de dez existente desse número, ou seja, davam início pela mais alta unidade de ordem decimal, depois, de forma contínua as de ordem inferior e assim sucessivamente até as unidades de menor potência (JACOB, 2002).

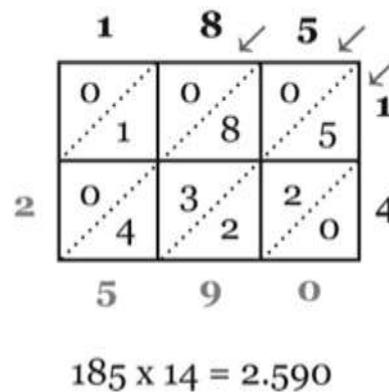
Operações com Números Naturais

A operação fundamental no Egito era a adição, no entanto, a divisão e a multiplicação eram feitas por duplicações. Segundo Pires (2013), um exemplo é a multiplicação de 69×19 , seria realizada a soma de 69 com ele mesmo, que resulta em 138, depois seria adicionado este valor com ele mesmo, totalizando 276 e depois pela duplicação disso (552), duplicando novamente obteríamos 1104, note que 1104 é equivalente à 16×69

e ainda que, $19 = 16 + 2 + 1$, logo o resultado da multiplicação de $19 \times 69 = 1104 + 138 + 69 = 1311$.

Outro algoritmo criado pela humanidade, como mencionado por Pires, é a multiplicação pelo método geloisa, possivelmente criado na Índia, chegando posteriormente à Europa Ocidental através dos árabes. Este representa outro algoritmo para multiplicação com dois ou mais algarismos desenvolvido pelos hindus, utilizando-se de tábuas quadriculadas. (LARA, 2013, p. 58).

Figura 2: Método Gelosia



Fonte: Números naturais e operações

O método gelosia consiste em colocar os números a serem multiplicados de modo a formarem uma tabela, onde em cada quadrado dessa tabela deve ser traçada uma diagonal, assim realiza-se multiplicações entre os algarismos, como apresentado na figura 2. Ao finalizar as multiplicações, são somados os algarismos de cada diagonal, começando sempre pela última diagonal, disposta no canto direito.

Como citado por Pires (2013), para Boyer existiam dois tipos de matemáticos: os das escolas religiosas e os comerciantes, ou seja, os abacistas, que apresentavam seus cálculos através dos ábacos e os algoristas, que apresentavam seus cálculos através dos símbolos. No século XIII, vários autores ajudaram a popularizar o algoritmo, especialmente Leonardo Fibonacci.

Uma abordagem didática

Como já visto, a construção dos números naturais passou por diversas abordagens em diferentes civilizações. O ensino das operações fundamentais foi se modificando ao longo dos anos, uma vez que novos estudos eram feitos e seus resultados práticos mostrados em sala de aula pareciam positivos.

Entre os anos de 1940 e 1950, o ensino dessas operações era perigoso quando se apresentava “métodos defeituosos”, para diversos autores, o ensino através de problemas, orientava o educando para um trabalho ativo, pois conduzia o mesmo a pensar. Segundo autores da época, o problema deveria ter clareza de linguagem, dados retirados da vida real e situações extraídas do cotidiano do aluno. Passando ainda por três fases: a preparatória, a de exercício e a fase de correção.

No ano de 1980, nasce o desejo por uma educação democrática, assim os documentos da época tinham como proposta estudar números a partir de sua organização em conjuntos. Já na década de 90, foram elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), onde nos anos iniciais era proposto trazer a ideia de números e sistema de numeração.

Daí a importância do conhecimento epistemológico do conteúdo por parte do professor. Entender o porquê surgem certas dificuldades no que diz respeito à aprendizagem do conteúdo permite ao professor evitar obstáculos no processo de ensino e auxiliar na construção do conhecimento. Estabelecer uma conexão entre a matemática do dia-a-dia e a matemática formal torna-se, assim, fundamental.

Devido a isso, acreditamos que os professores de Matemática precisam saber como devem articular o conhecimento pedagógico de conteúdos matemáticos com o conteúdo formal, entendendo a epistemologia de cada conteúdo, isto é, fazer a “ponte” do saber matemático com o saber pedagógico e didático.

A abordagem da história da matemática é fundamental nas aulas, uma vez que, o conhecimento matemático não se dá apenas de forma técnica e pragmática, assim, trazer o relacionamento dos conteúdos com a história pode esclarecer as dúvidas dos alunos, como por exemplo, o questionamento inicial do trabalho, “pra que serve tal conteúdo”. Apresentando seu surgimento, é possível mostrar sua aplicabilidade não só antigamente como ainda hoje, mesmo depois de tantas mudanças e evoluções.

Além disso, dúvidas relacionadas aos conceitos matemáticos também podem ser amenizadas. Sendo assim, não se pode deixar de apontar que não adianta apresentar a história, e como ela estava inteiramente ligada ao cotidiano na antiguidade (tanto, que surgiu das necessidades do homem), sem fazer o mesmo com o presente. Por isso, a importância de se trabalhar a matemática associada ao cotidiano, desde os anos iniciais da educação básica. De acordo com Swetz (1989), citado por Miguel e Miorim (2008), essas abordagens:

Possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos, propriedades e métodos matemáticos que são ensinados; Constituem veículos de informação cultural e sociológica; Refletem as preocupações práticas ou

teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos; Constituem meios de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados; Permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente (Swetz, 1989 *apud* MIGUEL; MIORIM, 2008, p. 48-49).

Outra discussão importante, é sobre os significados e propriedades tantos dos números naturais como das operações com estes, que muitas vezes são motivo de muitas dificuldades no processo de aprendizagem matemática, principalmente na educação básica. Fora isso, de acordo com Moreira e David (2005, p.55):

Os matemáticos, como produtores de conhecimento de fronteira, realmente não têm que se ocupar com a questão da construção do conceito de número e nem com a questão dos significados das operações elementares com os naturais. Mas o que procuramos mostrar aqui é que, num projeto de formação matemática na licenciatura, assumir a posição do matemático diante dessas questões e desenvolver o processo de formação a partir de um ponto em que o conjunto dos números naturais é considerado dado, juntamente com as operações de adição e multiplicação, significa furtar-se ao enfrentamento de questões postas pelas necessidades concretas da própria prática para a qual se pretende formar o profissional.

Pois, um dos momentos mais relevantes na construção do conhecimento dos alunos sobre os números naturais e as operações, está na construção do significado para eles. Assim como de qualquer outro conteúdo, pois os conhecimentos que denotam poder de serem eternizados são os que se ancoram em conhecimentos prévios dos estudantes, conhecimentos esses, que denotam significado para estes indivíduos, alcançando assim uma Aprendizagem Significativa (AUSUBEL, 2003).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como vimos durante este artigo, a construção dos números naturais é de suma importância para a formação docente. Entender, sobretudo a epistemologia dos conteúdos a serem ministrados, é papel fundamental do professor. O conhecimento da construção dos números naturais se torna importante devido a bagagem adquirida por tal conteúdo. Para o ensino do mesmo, não basta que o professor saiba definir e operar com estes, é necessário compreender suas propriedades, assim como, a estruturação do que apresenta-se nos dias atuais como ciência pronta, embora esteja em constante evolução.

Aliado a isto, vale salientar a necessidade da cultura do professor como pesquisador, pois a pesquisa e o ensino enquanto processos interativos e correlacionados contribuem para a construção didática do mesmo. A educação vista pelo professor como um campo filosófico, histórico, social e crítico, faz com que o mesmo passe a preocupar-se não apenas em compreender o conteúdo, mas em buscar relacionar a abrangência dos campos que englobam a educação.

Perante o que é exposto neste trabalho, é perceptível que a compreensão do professor acerca da construção dos números naturais bem como as suas operações, reflete em suas práticas de ensino. Tais práticas devem estar articuladas com o cotidiano dos estudantes para que a aprendizagem aconteça de modo mais eficaz. Outro ponto importante é compreender que o conhecimento tem início a partir das necessidades humanas, assim como o conceito dos números naturais, outros advêm dessa carência.

Ao se trabalhar a história de algum conteúdo, principalmente dos números naturais, o professor aproxima o problema em questão à época do desenvolvimento de tal conceito, e assim, conduz o estudante a buscar significados para aquela situação-problema, tornando-o mais próximo do seu cotidiano, permitindo então que a visão sobre a matemática obsoleta seja desmistificada. Saber profundamente matemática transcende o mero conhecimento de teoremas, significa estender o conhecimento matemático como um saber que coloca problemas e não apenas soluções. Assim, a história da matemática pode ser bastante útil (BRITO; CARVALHO, 2009), promovendo assim, o letramento matemático.

Assim sendo, compreender a construção dos números naturais, suas operações e a abordagem didática, permite ao professor repensar as suas práticas, e mais, tornar-se um mediador entre a matemática formal e a do cotidiano, dando um significado real ao que é aprendido. Esses conhecimentos, quando manifestados em classe, possibilitam uma reflexão, levando os estudantes a um olhar crítico acerca dos conteúdos.

REFERÊNCIAS

- AUSUBEL, David Paul. Aquisição e Retenção de Conhecimentos: Uma Perspectiva Cognitiva. Tradução Lígia Teopisto – Lisboa, Paralelo Editora, 2003.
- EVES, H. Introdução à História da Matemática. Tradução: Hygino H. Domingues, 2 ed. Editora da Unicamp, São Paulo 1997.
- IFRAH, G. História Universal dos Algarismos. Nova Fronteira, Rio de Janeiro 1997.
- IFRAH, G. Os Números: a história de uma grande invenção. Tradução Senso, Stella M. de

Freitas. 90 ed. Editora Globo, 1998.

JACOB, J. L. M. Uma abordagem histórica sobre a invenção dos números.

Trabalho de Conclusão de Curso: Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2002.

LARA, I. C. M. O ensino da matemática por meio da história da matemática: possíveis articulações com a etnomatemática VIDYA, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul./dez., 2013 - Santa Maria, 2013.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MIGUEL, Antonio.; MIORIM, Maria Ângela. História na Educação Matemática: Propostas e desafios. 1ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2008.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M.S. O conhecimento matemático do professor: formação e prática docente na escola básica. Revista Brasileira de Educação., Rio de Janeiro, nº 28, p.50-61, jan /fev /mar /abr. 2005. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n28/a05n28> >. Acesso em: 05 de julho de 2019.

PIRES, C.M.C. Números naturais e operações. Editora Melhoramentos, 14 de set de 2013.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. Metodologia do Trabalho Científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico. Novo Hamburgo: Universidade Feevale, 2013. Disponível em: <https://pt.slideshare.net/fabianapessoa1/2013livrometodologia-da-pesquisaprodanov-e-freitas>. Acessado em: 25 jul. 2020.