

ESCLARECENDO SITUAÇÕES-PROBLEMAS POR MEIO DAS EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES

Gabriela Cândido Caetano¹
Simone Ariomar de Souza²

INTRODUÇÃO

Como professora que trabalha em sala de aula por mais de dezoito anos, em diferentes níveis de ensino, da educação de jovens e adultos à pós-graduação e pesquisadora da área de Matemática e Educação, a orientadora dessa pesquisa de iniciação científica, persuadida da importância da compreensão algébrica das equações diofantinas lineares com duas incógnitas e suas aplicações para a formação integral do educando do nível médio, vislumbrou no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica – Ensino Médio, uma possibilidade promissora para além da investigação de novos conhecimentos, a retomada e a ampliação necessária dos conceitos matemáticos básicos, essenciais no desenvolvimento da autonomia do estudante.

Nesse contexto, o projeto intitulado “Esclarecendo situações-problemas por meio das Equações Diofantinas Lineares” foi selecionado com bolsa do CNPq para ser desenvolvido por uma estudante do nível médio do Instituto Federal de Goiás, sob supervisão da docente proponente, no período de 06/11/2020 a 31/08/2021.

O objetivo dessa pesquisa é estudar as equações diofantinas lineares com duas incógnitas e apropriar-se delas para posteriormente aplicá-las na resolução de problemas de matemática. De outro modo, objetiva-se que a orientanda do nível médio, forme e desenvolva conhecimentos algébricos e lógicos, de modo a identificar e solucionar os problemas envolvendo as equações diofantinas lineares com duas incógnitas.

Normalmente as equações diofantinas lineares com duas incógnitas são estudadas apenas nos cursos de graduação, mais comumente no Curso de Matemática. Todavia, tais equações são passíveis de apropriação pelos estudantes ainda no nível médio por articular conceitos básicos da matemática (máximo divisor comum, por exemplo).

¹ Estudante do Curso Técnico em Edificações do Instituto Federal de Goiás – Câmpus Goiânia, gabrielacaetano52@gmail.com;

² Professora orientadora: doutora em educação e mestra em matemática, Instituto Federal de Goiás - Câmpus Goiânia, simone.souza@ifg.edu.br.

Nessa perspectiva, defende-se que não se trata de uma mera antecipação de conteúdos superiores, mas de um desafio responsável que visa incorporar técnicas de raciocínio matemático passo a passo, de forma a despertar uma postura de investigação científica na orientanda.

Afinal, qual é o estudo que a orientanda vem desenvolvendo nessa etapa final? O que são as chamadas equações diofantinas lineares com duas incógnitas?

As equações diofantinas lineares com duas incógnitas são expressões da forma $ax+by=c$ onde a , b e c são números inteiros e as incógnitas x e y só podem receber números inteiros. Por exemplo, $7x+11y=100$ é uma equação diofantina linear com duas incógnitas. Observe que $x=8$ e $y=4$ formam uma solução particular dessa equação diofantina, pois $7.8+11.4=100$. Todavia, $x=8$ e $y=4$ não formam a única solução da equação diofantina $7x+11y=100$. Observe que $x=-300$ e $y=200$ também formam solução dessa equação. De fato, $7.(-300)+11.200=100$. Ora, serão somente essas duas soluções? A resposta é negativa, pois podemos verificar que $7.(-300-11t)+11.(200+7t)=100$, com t inteiro. Mais especificamente, $x=-300-11t$ e $y=200+7t$, com t inteiro é a solução geral, pois abrange as demais infinitas soluções da equação $7x+11y=100$.

Surgem os questionamentos: toda equação diofantina linear com duas incógnitas tem solução? Essa solução é única? Caso exista mais de uma solução é possível encontrar ou pelo menos visualizar todas as soluções?

É possível por meios algébricos provar que toda equação diofantina linear com duas incógnitas ou não possui nenhuma solução ou admite infinitas soluções. Além disso, podemos provar que uma equação diofantina (com duas incógnitas) dada por $ax+by=c$ admite solução se, e somente se, o mdc (a , b) divide c , onde a , b e c são números inteiros, x e y só recebem valores inteiros e mdc (a , b) significa o máximo divisor comum entre os números a e b .

Por meio de uma solução particular de qualquer equação diofantina com duas incógnitas que admite solução, exprime-se o conjunto geral das infinitas soluções da equação considerada. Mais especificamente e formalmente, temos o seguinte resultado demonstrado em Silva (2003): suponha que x_0 e y_0 sejam uma entre as soluções da equação $ax+by=c$, onde máximo divisor comum dos números a e b seja um. Então, pode-se provar que:

- Qualquer que seja o número inteiro t , $x = x_0 - bt$ e $y = y_0 + at$ é uma solução de $ax + by = c$;
- Qualquer solução x_1 e y_1 de $ax + by = c$ é da forma $x_1 = x_0 - bt_1$ e $y_1 = y_0 + at_1$, onde t_1 é algum inteiro positivo.

Alguns problemas matemáticos do cotidiano envolvendo variáveis discretas (que se pode contar) são modelados de forma a exigir a resolução de uma equação diofantina linear com duas incógnitas, o que oportuniza rever conhecimentos básicos como máximo divisor comum e investigar novas proposições que possibilitam a sua completa resolução.

METODOLOGIA (OU MATERIAIS E MÉTODOS)

Para o alcance dos objetivos aqui elencados o caminho que está sendo percorrido é a investigação pautada na pesquisa bibliográfica, no uso da internet e em estudos orientados e devidamente acompanhados através de reuniões (on-line durante a pandemia) entre orientanda e orientadora.

Vale destacar que os problemas de matemática envolvendo as equações diofantinas com duas incógnitas foram introduzidos com a preocupação de fornecer conteúdo contextualizado e interdisciplinar. Nesse contexto, a orientanda vem apresentando periodicamente em forma de seminários os resultados obtidos a orientadora e participando como ouvinte de um curso semestral de álgebra I ministrado para turmas de licenciatura em matemática.

REFERENCIAL TEÓRICO E JUSTIFICATIVA

Sendo o percurso lógico - histórico extremamente importante para compreender o conhecimento, optou-se por começar a pesquisar sobre o precursor das equações diofantinas lineares. Nessa perspectiva, a ação do orientador forneceu a orientanda reconhecer que ela precisa se apropriar do conhecimento desenvolvido pelas gerações anteriores. Infelizmente, nas literaturas matemáticas fala-se muito pouco sobre o precursor das equações diofantinas. Sabe-se, todavia, que o mérito dessas equações é atribuído a Diofanto, um matemático que trabalhou na Universidade de Alexandria, Egito, onde Euclides foi professor, conforme Silva (2003).

Silva (2014) destaca que Diofanto é considerado o pai da álgebra em virtude de sua contribuição no período de transição da álgebra retórica para álgebra sincopada ressaltada em sua obra.

Para justificar a relevância desse projeto, apoiamo-nos nas palavras de POMMER (2008) que defende a sua tese de mestrado intitulada “EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: Um Desafio Motivador para Alunos do Ensino Médio” argumentando que "pesquisas em educação matemática apontam para importância do re-investimento de conceitos de teoria dos números como divisores e múltiplos no ensino médio, assim como pela pertinência e necessidade de estudos envolvendo as grandezas discretas neste nível de ensino, que articuladas com a álgebra permitem apoiar a abrangência do desenvolvimento do pensamento matemático".

RESULTADOS E DISCUSSÃO

É importante destacar que essa pesquisa permitiu a orientanda confrontar suas necessidades cotidianas com a teoria das equações diofantinas lineares. Por exemplo, no dia a dia, a orientanda pode precisar pagar uma compra no valor de cento e cinquenta e cinco reais, por exemplo, com tickets de três e cinco reais. São naturais alguns questionamentos no contexto, tais como: quantos tickets de cada valor a orientanda precisa apresentar no caixa? Qual o menor número de tickets que pode ser usado? E o maior? (adaptado de SILVA 2003, p.79).

De outra forma, a orientanda também resolveu situações desafios, como por exemplo, calculou o número de pessoas que participaram de uma suposta expedição científica onde a alimentação acabou antes do encerramento do evento. Mais especificamente, o desafio foi o seguinte: “para uma expedição científica foi preparado alimentação para setenta dias. Mas o número de participantes, pouco menos de meia centena, foi superior ao número previsto. E por isso, passados trinta e oito dias, vinte participantes foram dispensados. Mesmo assim faltando oito dias para terminar a expedição, acabou a comida. Quantas pessoas participaram da expedição”? (SILVA 2003, p. 79)

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar da pandemia e do impedimento de encontros presenciais com a orientadora, a estudante responsável vem desenvolvendo com esmero as atividades dessa pesquisa, sanando suas dúvidas com a orientadora por meio da plataforma meet e mesa digitalizadora.

Ao permitir uma abordagem com desafios, esse trabalho vem fornecendo a orientanda, a maturidade matemática, através do tratamento formal dos problemas e como resultados, preparando-a para estudos superiores e, sobretudo contribuindo para sua formação integral.

Especificamente, esse estudo forneceu à orientanda a oportunidade de aquisição de conceitos fundamentais e novos, contribuindo para o seu envolvimento com o processo de construção do saber e preparando-a para enfrentar desafios em seu caminho de profissionalização. De fato, esse projeto também é um incentivo na busca de talentos matemáticos entre os estudantes, com várias expectativas:

1. Resgatar o interesse dos alunos pela matemática mostrando a sua dinâmica e suas aplicações nas diversas áreas do conhecimento;
2. Desenvolver a criatividade, independência e autonomia dos alunos conjugando saberes da matemática e outras áreas de estudo;
3. Contribuir para redução da evasão através da apresentação inovadora e aplicada.

Vale salientar que se pretende publicar e apresentar os resultados do desenvolvimento desse projeto em jornadas, simpósios ou outros eventos institucionais.

REFERÊNCIAS

POMMER, Wagner Marcelo. *EQUAÇÕES DIOFANTINAS LINEARES: Um Desafio Motivador para Alunos do Ensino Médio*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC, 2008. p.12.

SILVA, Alécio Soares. *Um Estudo sobre Aplicação do Algoritmo de Euclides*. Dissertação de Mestrado Profissional. Campina Grande: UFCG, 2014. p.9.

SILVA. Valdir Vilmar Da. *NÚMEROS Construção e Propriedades*. 1ª edição. São Paulo. UFG, 2003.